

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO E TÉCNICA DE MODELAGEM DE INTERFACE PARA  
ANÁLISE DO ESCOAMENTO EM DIFUSORES RADIAIS  
COM GEOMETRIAS IRREGULARES**

TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA.

**VIVIANA COCCO MARIANI**

FLORIANÓPOLIS - ABRIL DE 2002.

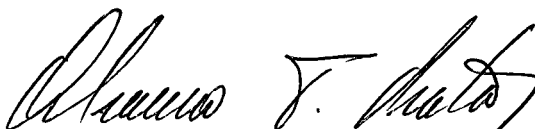
**MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO E TÉCNICA DE MODELAGEM DE INTERFACE  
PARA ANÁLISE DO ESCOAMENTO EM DIFUSORES RADIAIS  
COM GEOMETRIAS IRREGULARES**

**VIVIANA COCCO MARIANI**

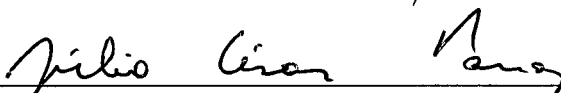
ESTA TESE FOI JULGADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

**DOCTOR EM ENGENHARIA**

ESPECIALIDADE EM ENGENHARIA MECÂNICA E APROVADA EM SUA FORMA  
FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

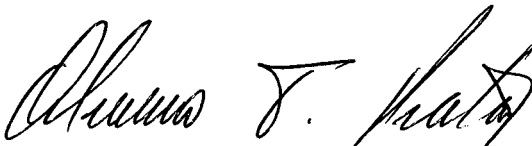


Prof. Alvaro Toubes Prata, Ph. D. - Orientador

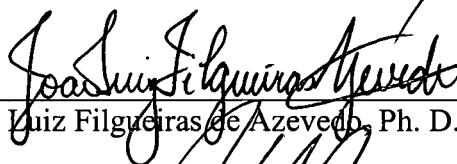


Prof. Julio César Passos, Dr. Eng. - Coordenador do Programa

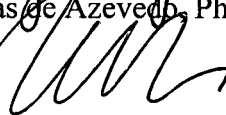
**Banca Examinadora:**



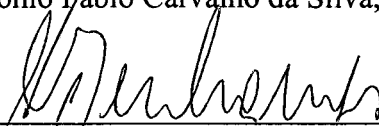
Prof. Alvaro Toubes Prata, Ph. D. – Presidente



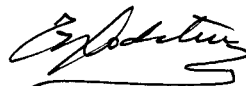
Prof. João Luiz Filgueiras de Azevedo, Ph. D. – Relator



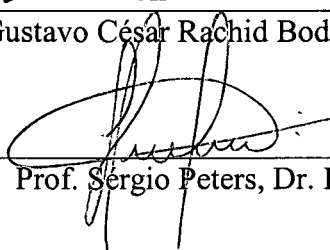
Prof. Antônio Fábio Carvalho da Silva, Dr. Eng.



Prof. César José Deschamps, Ph. D.



Prof. Gustavo César Rachid Bodstein, Ph. D.



Prof. Sérgio Peters, Dr. Eng.

*Com todo meu amor dedico este trabalho ao Leandro, pela compreensão, amizade e incentivo. Que nos momentos mais difíceis alimenta-me de coragem e esperança para eu prosseguir.*

## *Agradecimentos*

---

Ao professor Alvaro Toubes Prata, pela orientação, paciência e dedicação demonstrada nas etapas do desenvolvimento deste trabalho, além do incentivo e disponibilidade com que me atendeu inúmeras vezes. Cada conversa que tivemos foi uma lição a mais aprendida. Sou eternamente grata.

Aos demais professores do NRVA, professores e secretárias integrantes do curso de pós-graduação pelos laços de amizade.

Aos membros da banca pelas valiosas sugestões para o aprimoramento desta tese.

Aos colegas do NRVA - Fred, Grando, Juliano, André, Victor, Luiz Gustavo, Raimundo, Cristhian, Adriano, Joaquim, ...., com os quais consolidei laços de amizade. Em especial à secretária Giani pela amizade e auxílio em todos os momentos.

Aos meu pais e meus irmãos Giovani e Monallisa que mesmo longe sempre acreditaram em minha vitória.

À Deus por ter me dado a chance de chegar até aqui.

Por fim quero deixar registrado meu agradecimento à terra de Nossa Senhora do Desterro, e a sua gente cordial. Obrigada Florianópolis pela sua acolhida.

# Conteúdo

---

Conteúdo	v
Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xxvi
Lista de Símbolos	xxviii
Resumo	xxxv
Abstract	xxxvi
<b>Capítulo 1 - Introdução</b>	<b>01</b>
1.1 Apresentação do Problema	01
1.2 Revisão Bibliográfica do Escoamento em Válvulas	06
1.3 Motivação e Objetivos do Trabalho	13
1.4 Organização do Manuscrito	15
<b>Capítulo 2 - Equações Governantes para o Escoamento em Difusores Radiais</b>	<b>18</b>
2.1 Introdução	18
2.2 Equações Governantes	18
2.3 Simplificações	19
2.4 Condições de Contorno	21
2.4.1 Condição de Simetria e Saída de Massa	22
2.4.2 Condição de Fronteiras Sólidas	22
2.4.3 Condição de Entrada de Massa	22
2.5 Metodologia de Solução	23
<b>Capítulo 3 - Modelagem das Fronteiras Sólidas</b>	<b>24</b>
3.1 Introdução	24
3.2 Técnicas Computacionais para Modelagem de Interfaces	24
3.2.1 Métodos de Malha Móvel (Lagrangeanos)	26
3.2.2 Métodos de Malha Fixa (Eulerianos)	26
3.2.3 Métodos Euleriano-Lagrangeanos	27
3.3 Revisão Bibliográfica do ELAFINT	28
3.4 Parâmetros Geométricos para Identificar Fronteiras entre Sólido e Fluido	33
3.5 Cálculo dos Fluxos Interfaciais pelo ELAFINT	37

3.6 Cálculo do Vetor Normal na Interface	45
<b>Capítulo 4 - Validação da Solução Numérica</b>	<b>46</b>
4.1 Introdução	46
4.2 Cavidades com o Topo Deslizante	46
4.2.1 Cavidades Quadradas	48
4.2.2 Cavidade Triangular	69
4.3 Difusor Radial	74
4.3.1 Comparação com a Solução Analítica	76
4.3.2 Comparação com os Resultados de outros Autores	78
4.3.3 Comparação com os Resultados Experimentais	83
<b>Capítulo 5 - Escoamento através do Difusor com Inclinação no Assento</b>	<b>91</b>
5.1 Introdução	91
5.2 Análise do Refino da Malha Computacional	93
5.3 Análise da Relação de Diâmetros	96
5.4 Perfil Radial de Pressão sobre a Palheta	99
5.5 Força Adimensional sobre a Palheta	105
5.6 Perda de Carga	107
5.7 Parâmetros de Eficiência	109
5.7.1 Área Efetiva de Escoamento	109
5.7.2 Área Efetiva de Força	112
5.8 Comentários Gerais	114
5.9 Padrão do Escoamento	117
5.9.1 Linhas de Corrente	117
5.9.2 Campos de Pressão e Perfis de Velocidade	126
<b>Capítulo 6 - Escoamento através do Difusor com Raio de Arredondamento no Assento</b>	<b>137</b>
6.1 Introdução	137
6.2 Perfil Radial de Pressão sobre a Palheta	138
6.3 Força Adimensional sobre a Palheta e Perda de Carga	145
6.4 Parâmetros de Eficiência	148
6.5 Comentários Gerais	151
6.6 Linhas de Corrente	153

6.7 Campos de Pressão	156
<b>Capítulo 7 - Escoamento através do Difusor com Inclinação no Assento e na Palheta</b>	<b>166</b>
7.1 Introdução	166
7.2 Perfil Radial de Pressão sobre a Palheta	167
7.3 Força Adimensional sobre a Palheta e Perda de Carga	174
7.4 Parâmetros de Eficiência	176
7.5 Comentários Gerais	179
7.6 Linhas de Corrente	183
7.7 Campos de Pressão	188
<b>Capítulo 8 - Escoamento através do Difusor com Raio de Arredondamento no Assento e na Palheta</b>	<b>197</b>
8.1 Introdução	197
8.2 Perfil Radial de Pressão sobre a Palheta	198
8.3 Força Adimensional sobre a Palheta e Perda de Carga	204
8.4 Parâmetros de Eficiência	207
8.5 Comentários Gerais	210
8.6 Linhas de Corrente	214
8.7 Campos de Pressão	219
<b>Capítulo 9 - Otimização de Forma</b>	<b>224</b>
9.1 Introdução	224
9.2 Processo de Otimização de Forma	225
9.3 Revisão Bibliográfica de Otimização de Forma	227
9.3.1 Otimização de Forma em Estruturas	227
9.3.2 Otimização de Forma em CFD	229
9.4 Formulação Matemática do Problema de Otimização de Forma	233
9.4.1 Declaração da Função Objetivo	236
9.4.2 Declaração da Curva Interfacial	238
9.5 Métodos de Otimização	241
9.5.1 Métodos Determinísticos	242
9.5.2 Métodos Estocásticos	243
9.5.3 Métodos Híbridos	244
9.6 Considerações Finais	244

<b>Capítulo 10 - Otimização do Escoamento em Difusor Radial</b>	<b>245</b>
10.1 Introdução	245
10.2 Método de Pontos Interiores de Herskovits	245
10.2.1 Busca Linear	251
10.2.2 Cálculo da Matriz Hessiana	253
10.3 Resultados Numéricos para o método de Pontos Interiores de Herskovits	254
10.4 Comentários Gerais	278
 <b>Capítulo 11 – Conclusões</b>	 <b>279</b>
11.1 Considerações Preliminares	279
11.2 Principais Conclusões	281
11.3 Contribuições	285
11.4 Limitações	286
11.5 Sugestões para Trabalhos Futuros	286
 <b>Referências Bibliográficas</b>	 <b>289</b>
 <b>Apêndice A - Discretização das Equações Governantes pelo Método dos Volumes Finitos</b>	 <b>300</b>
A.1 Introdução	300
A.2 Discretização nos Volumes Cheios	300
A.2.1 Esquema Convectivo Lei de Potência	303
A.2.2 Esquema Convectivo QUICK Consistente	304
A.2.3 Avaliação do Gradiente de Pressão nos Volumes Cheios	308
A.3 Discretização nos Volumes Interfaciais	309
A.3.1 Discretização no Primeiro Volume de Controle Interfacial	311
A.3.2 Discretização no Décimo Segundo Volume de Controle Interfacial	313
A.3.3 Avaliação do Gradiente de Pressão nos Volumes Interfaciais	314
A.4 Algoritmo de Solução das Equações Algébricas	316
A.5 Sub-Relaxação das Equações Algébricas	317
 <b>Apêndice B - Acoplamento entre os Campos de Pressão e Velocidade</b>	 <b>319</b>
B.1 Introdução	319
B.2 Formulação Incompressível	319
B.3 Armazenamento das Variáveis Dependentes na Malha Computacional	320



## B.4 Método SIMPLE

322

**Apêndice C - Equações do Fluxo de Massa Ideal através das Válvulas****326**

## *Lista de Figuras*

---

Figura 1.1 -	Princípio do funcionamento de um compressor alternativo	02
Figura 1.2 -	Geometria da válvula com palheta inclinada	03
Figura 1.3 -	Difusor radial concêntrico com palheta paralela	04
Figura 1.4 -	Geometrias do difusor radial com parâmetros geométricos modificados	04
Figura 1.5 -	Diferentes geometrias de escoamento e parâmetros variáveis (Fonte: Ferreira e Driessen, 1986)	07
Figura 1.6 -	Distribuição de pressão sobre a palheta de acordo com a abertura da válvula (Fonte: Driessen, 1986)	08
Figura 1.7 -	Geometria com raio de arredondamento no assento (Fonte: Deschamps <i>et al.</i> , 1988)	10
Figura 1.8 -	Influência da presença do chanfro na saída do orifício de passagem sobre a distribuição de pressão na palheta (Fonte: Ferreira <i>et al.</i> , 1989)	10
Figura 1.9 -	Difusor radial excêntrico com palheta paralela	11
Figura 1.10 -	Geometrias analisadas por Puff <i>et al.</i> (1992)	12
Figura 1.11 -	Difusor radial concêntrico com palheta inclinada	13
Figura 2.1 -	Geometria da válvula com palheta paralela	18
Figura 2.2 -	Domínio computacional para simulação do escoamento radial	21
Figura 3.1 -	Comparação dos métodos (a) Lagrangeanos e (b) Eulerianos para modelagem da interface (Fonte: Shyy <i>et al.</i> , 2001)	25
Figura 3.2 -	Interface entre sólido e fluido	29
Figura 3.3 -	Pontos de fronteira modelando a região do coração (Fonte: Peskin, 1977)	30
Figura 3.4 -	Estratégia de fusão usada para remover volumes pequenos	31
Figura 3.5 -	Identificação dos parâmetros geométricos no volume (i, j)	33
Figura 3.6 -	Cortes da função interfacial nos volumes interfaciais	34
Figura 3.7 -	Marcadores no volume de controle interfacial	35
Figura 3.8 -	Pontos de interseção nos volumes interfaciais	35
Figura 3.9 -	Comprimentos nas faces do volume de controle interfacial	35
Figura 3.10 -	Identificação da fase dos volumes de controle interfacial	36
Figura 3.11 -	Volumes de controle trapezoidais	37
Figura 3.12 -	(a) Representação dos vários fluxos requeridos pelo volume interfacial (b) Extensão usada no cálculo do fluxo $f_{ws}$ no volume interfacial	38

Figura 3.13 -	Extensão usada no cálculo do fluxo $f_e$ do volume interfacial indicado na figura 3.12a	42
Figura 3.14 -	Extensão para o cálculo de $(\partial\phi/\partial y)_i$ do volume interfacial indicado na figura 3.12a	43
Figura 3.15 -	Extensão para o cálculo de $(\partial\phi/\partial x)_i$ do volume interfacial indicado na figura 3.12a	44
Figura 4.1 -	Geometria da cavidade com topo deslizante	47
Figura 4.2 -	Cavidades 1 e 2 para $f(x) = 0$	49
Figura 4.3 -	Malha computacional formada por (a) 51x51 e (b) 100x100 pontos nodais, utilizada nas cavidades quadradas	50
Figura 4.4 -	Perfis da componente de velocidade $u$ através da linha vertical central das cavidades 1 e 2, $Re = 100$	50
Figura 4.5 -	Perfis da componente de velocidade $v$ através da linha horizontal central das cavidades 1 e 2, $Re = 100$	51
Figura 4.6 -	Perfis da componente de velocidade $u$ através da linha vertical central das cavidades 1 e 2, $Re = 1000$	53
Figura 4.7 -	Perfis da componente de velocidade $v$ através da linha horizontal central das cavidades 1 e 2, $Re = 1000$	53
Figura 4.8 -	Linhas de corrente nas cavidades 1 e 2, $Re = 100$	54
Figura 4.9 -	Linhas de corrente nas cavidades 1 e 2, $Re = 1000$	54
Figura 4.10 -	Cavidades 3 e 4 para $f(x) = -0,4x+0,4$ e $f(x) = 0,4x$ ; respectivamente	55
Figura 4.11 -	Perfis da componente de velocidade $u$ através da linha vertical central das cavidades 3 e 4, $Re = 100$	56
Figura 4.12 -	Perfis da componente de velocidade $v$ através da linha horizontal central das cavidades 3 e 4, $Re = 100$	56
Figura 4.13 -	Perfis da componente de velocidade $u$ através da linha vertical central das cavidades 3 e 4, $Re = 1000$	57
Figura 4.14 -	Perfis da componente de velocidade $v$ através da linha horizontal central das cavidades 3 e 4, $Re = 1000$	57
Figura 4.15 -	Linhas de corrente nas cavidades 3 e 4, $Re = 1000$ .	58
Figura 4.16 -	Isobáricas para as cavidades 3 e 4, $Re = 1000$	58
Figura 4.17 -	Cavidades 5 e 6 para $f(x) = \begin{cases} 0,4x; & x \leq L/2 \\ -0,4x + 0,4; & x > L/2 \end{cases}$	59

Figura 4.18 -	Perfis da componente de velocidade $u$ através da linha vertical central das cavidades 5 e 6, $Re = 100$	59
Figura 4.19 -	Perfis da componente de velocidade $v$ através da linha horizontal central das cavidades 5 e 6, $Re = 100$	60
Figura 4.20 -	Perfis da componente de velocidade $u$ através da linha vertical central das cavidades 5 e 6, $Re = 1000$	60
Figura 4.21 -	Perfis da componente de velocidade $v$ através da linha horizontal central das cavidades 5 e 6, $Re = 1000$	61
Figura 4.22 -	Linhas de corrente nas cavidades 5 e 6, $Re = 100$	61
Figura 4.23 -	Linhas de corrente nas cavidades 5 e 6, $Re = 1000$	62
Figura 4.24 -	Isobáricas para as cavidades 5 e 6, $Re = 1000$	62
Figura 4.25 -	Cavidades 7 e 8 para $f(x) = 0,275 + 0,05(1 - \cos(2\pi x))$	63
Figura 4.26 -	Perfis da componente de velocidade $u$ através da linha vertical central das cavidades 7 e 8, $Re = 1000$	63
Figura 4.27 -	Perfis da componente de velocidade $v$ através da linha horizontal central das cavidades 7 e 8, $Re = 1000$	64
Figura 4.28 -	Linhas de corrente nas cavidades 7 e 8, $Re = 1000$	65
Figura 4.29 -	Linhas de corrente na cavidade 7, $Re = 1000$	65
Figura 4.30 -	Isobáricas para as cavidades 7 e 8, $Re = 1000$	66
Figura 4.31 -	Cavidades 9 e 10 para $f(x) = 1 - \sqrt{x - x^2}$	66
Figura 4.32 -	Malha computacional formada por 100x100 pontos nodais, utilizada na cavidade semicircular	67
Figura 4.33 -	Perfis da componente de velocidade $u$ através da linha vertical central das cavidades 9 e 10, $Re = 100$	67
Figura 4.34 -	Perfis da componente de velocidade $v$ através da linha horizontal central das cavidades 9 e 10, $Re = 100$	68
Figura 4.35 -	Linhas de corrente nas cavidades 9 e 10, $Re = 100$	68
Figura 4.36 -	Linhas de corrente nas cavidades 9 e 10, $Re = 1000$	69
Figura 4.37 -	Cavidade 11 para $f(x) = \begin{cases} -4x + 4, & x \leq L \\ 4x - 4, & x > L \end{cases}$	69
Figura 4.38 -	Malha computacional formada por (a) 42x82 e (b) 82x162 volumes de controle, utilizada na cavidade triangular	70
Figura 4.39 -	Perfis da componente de velocidade $u$ através da linha vertical central da cavidade 11, $Re = 50$ e 800	71

Figura 4.40 -	Perfis de pressão através da linha vertical central da cavidade 11, $Re = 50$ e 800	71
Figura 4.41 -	Linhas de corrente na cavidade 11, $Re = 50$	72
Figura 4.42 -	Linhas de corrente na cavidade 11, $Re = 100$	72
Figura 4.43 -	Linhas de corrente na cavidade 11, $Re = 400$	73
Figura 4.44 -	Linhas de corrente na cavidade 11, $Re = 800$	73
Figura 4.45 -	Isobáricas na cavidade 11, $Re = 100$ .	74
Figura 4.46 -	Malha computacional formada por 102x204 pontos nodais, utilizada na válvula plana	75
Figura 4.47 -	Domínio computacional sem a região sólida	75
Figura 4.48 -	Comparação entre a solução numérica e analítica para $Re = 70$ , $s_c/d = 0,01$ e $\alpha = 0^\circ$	77
Figura 4.49 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002) e pelo presente código, usando interpolação Lei de Potência e $Re = 1502$	79
Figura 4.50 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002) e pelo presente código, usando interpolação Lei de Potência e $Re = 2003$	80
Figura 4.51 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002), Possamai (1994) e pelo presente código, usando interpolação QUICK, $s_c/d = 0,0118$ e $Re = 1004$	80
Figura 4.52 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002), Possamai (1994) e pelo presente código, usando interpolação QUICK, $s_c/d = 0,0119$ e $Re = 1505$	81
Figura 4.53 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002), Possamai (1994) e pelo presente código, usando interpolação QUICK, $s_c/d = 0,0119$ e $Re = 2008$	81
Figura 4.54 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002), Possamai (1994) e pelo presente código, usando interpolação QUICK, $s_c/d = 0,0201$ e $Re = 1502$	82
Figura 4.55 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002), Possamai (1994) e pelo presente código, usando interpolação QUICK, $s_c/d = 0,0202$ e $Re = 2003$	82
Figura 4.56 -	Geometria da válvula com inclinação no assento	83
Figura 4.57 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta	85

obtida pelo presente código e pelo experimento para  $Re = 1000$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $\alpha = 5^\circ$

Figura 4.58 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para $Re = 1500$ , $s_c/d = 0,012$ e $\alpha = 5^\circ$	85
Figura 4.59 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para $Re = 2000$ , $s_c/d = 0,012$ e $\alpha = 5^\circ$	86
Figura 4.60 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para $Re = 2500$ , $s_c/d = 0,012$ e $\alpha = 5^\circ$	86
Figura 4.61 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para $Re = 1000$ , $s_c/d = 0,020$ e $\alpha = 5^\circ$	87
Figura 4.62 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para $Re = 1500$ , $s_c/d = 0,020$ e $\alpha = 5^\circ$	87
Figura 4.63 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para $Re = 2000$ , $s_c/d = 0,020$ e $\alpha = 5^\circ$	88
Figura 4.64 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para $Re = 2500$ , $s_c/d = 0,020$ e $\alpha = 5^\circ$	88
Figura 4.65 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para $Re = 1600$ , $s_c/d = 0,030$ e $\alpha = 5^\circ$	89
Figura 4.66 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para $Re = 2000$ , $s_c/d = 0,030$ e $\alpha = 5^\circ$	89
Figura 4.67 -	Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para $Re = 2400$ , $s_c/d = 0,030$ e $\alpha = 5^\circ$	90
Figura 5.1 -	Geometria do difusor para diferentes inclinações do assento, $D/d = 1,66$ e $s_c/d = 0,012$	92

Figura 5.2 -	Geometria do difusor para diferentes inclinações do assento, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	92
Figura 5.3 -	Análise do refino de malha para $Re = 1000$ , $s_c/d = 0,012$ e $\alpha = 5^\circ$	94
Figura 5.4 -	Análise do refino de malha para $Re = 1000$ , $s_c/d = 0,012$ e $\alpha = 32^\circ$	94
Figura 5.5 -	Análise do refino de malha para $Re = 1000$ , $s_c/d = 0,020$ e $\alpha = 32^\circ$	95
Figura 5.6 -	Malha computacional nas direções axial e radial para o assento inclinado em $32^\circ$	95
Figura 5.7 -	Influência da relação de diâmetros $D/d$ na distribuição de pressão adimensional sobre a palheta para $Re = 1000$ e $s_c/d = 0,012$	97
Figura 5.8 -	Influência da relação de diâmetros $D/d$ na distribuição de pressão adimensional sobre a palheta para $Re = 2000$ e $s_c/d = 0,012$	97
Figura 5.9 -	Influência da relação de diâmetros $D/d$ na distribuição de pressão adimensional sobre a palheta para $Re = 1000$ e $s_c/d = 0,020$	98
Figura 5.10 -	Influência da relação de diâmetros $D/d$ na distribuição de pressão adimensional sobre a palheta para $Re = 2000$ e $s_c/d = 0,020$	98
Figura 5.11 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento, $Re = 1000$ e $s_c/d = 0,012$	100
Figura 5.12 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento, $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,012$	100
Figura 5.13 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento, $Re = 2000$ e $s_c/d = 0,012$	101
Figura 5.14 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento, $Re = 2500$ e $s_c/d = 0,012$	101
Figura 5.15 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento, $Re = 1000$ e $s_c/d = 0,020$	103
Figura 5.16 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento, $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,020$	104
Figura 5.17 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento, $Re = 2000$ e $s_c/d = 0,020$	104
Figura 5.18 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento, $Re = 2500$ e $s_c/d = 0,020$	105
Figura 5.19 -	Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes inclinações no assento, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	106
Figura 5.20 -	Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes inclinações no assento, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	107

Figura 5.21 -	Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes inclinações no assento, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	108
Figura 5.22 -	Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes inclinações no assento, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	109
Figura 5.23 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes inclinações no assento, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	111
Figura 5.24 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes inclinações no assento, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	111
Figura 5.25 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes inclinações no assento, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	113
Figura 5.26 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes inclinações no assento, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	113
Figura 5.27 -	Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1000$	118
Figura 5.28 -	Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1500$	119
Figura 5.29 -	Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2000$	120
Figura 5.30 -	Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2500$	121
Figura 5.31 -	Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1000$	122
Figura 5.32 -	Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1500$	123
Figura 5.33 -	Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 2000$	124
Figura 5.34 -	Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 2500$	125
Figura 5.35 -	Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1000$	127
Figura 5.36 -	Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1500$	128
Figura 5.37 -	Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão	129



	adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2000$	
Figura 5.38 -	Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2500$	130
Figura 5.39 -	Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1000$	131
Figura 5.40 -	Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1500$	132
Figura 5.41 -	Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 2000$	133
Figura 5.42 -	Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 2500$	134
Figura 5.43 -	Influência da inclinação do assento sobre as velocidades; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1000$	135
Figura 5.44 -	Influência da inclinação do assento sobre as velocidades; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1500$	135
Figura 5.45 -	Influência da inclinação do assento sobre as velocidades; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2000$	135
Figura 5.46 -	Influência da inclinação do assento sobre as velocidades; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2500$	136
Figura 6.1 -	Geometria da válvula com raio de arredondamento no assento	137
Figura 6.2 -	Geometria do difusor para os diferentes raios de arredondamento no assento, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	138
Figura 6.3 -	Análise do refino de malha para $Re = 1000$ , $s_c/d = 0,012$ e $r = 5$ mm	139
Figura 6.4 -	Análise do refino de malha para $Re = 2000$ , $s_c/d = 0,012$ e $r = 5$ mm	139
Figura 6.5 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento, $Re = 1000$ e $s_c/d = 0,012$	141
Figura 6.6 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento, $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,012$	141
Figura 6.7 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento, $Re = 2000$ e $s_c/d = 0,012$	142
Figura 6.8 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento, $Re = 2500$ e $s_c/d = 0,012$	142
Figura 6.9 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento, $Re = 1000$ e $s_c/d = 0,020$	143
Figura 6.10 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de	143

	arredondamento no assento, $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,020$	
Figura 6.11 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento, $Re = 2000$ e $s_c/d = 0,020$	144
Figura 6.12 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento, $Re = 2500$ e $s_c/d = 0,020$	144
Figura 6.13 -	Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	145
Figura 6.14 -	Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	146
Figura 6.15 -	Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes raios de arredondamento no assento; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	147
Figura 6.16 -	Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes raios de arredondamento no assento; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	147
Figura 6.17 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	149
Figura 6.18 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	149
Figura 6.19 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	150
Figura 6.20 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	150
Figura 6.21 -	Influência do número de Reynolds sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $r = 7,25$ mm; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	154
Figura 6.22 -	Influência do número de Reynolds sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $r = 7,25$ mm; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	155
Figura 6.23 -	Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1000$	157
Figura 6.24 -	Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1500$	158
Figura 6.25 -	Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2000$	159

Figura 6.26 -	Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2500$	160
Figura 6.27 -	Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1000$	161
Figura 6.28 -	Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1500$	162
Figura 6.29 -	Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 2000$	163
Figura 6.30 -	Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 2500$	164
Figura 7.1 -	Geometria da válvula com inclinação no assento e na palheta	166
Figura 7.2 -	Geometria do difusor para as diferentes inclinações no assento e na palheta, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	167
Figura 7.3 -	Análise do refino de malha para $Re = 1000$ ; $s_c/d = 0,012$ e $\alpha = 5^\circ$	168
Figura 7.4 -	Análise do refino de malha para $Re = 2500$ ; $s_c/d = 0,012$ e $\alpha = 5^\circ$	168
Figura 7.5 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento e na palheta, $Re = 1000$ e $s_c/d = 0,012$	170
Figura 7.6 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento e na palheta, $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,012$	170
Figura 7.7 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento e na palheta, $Re = 2000$ e $s_c/d = 0,012$	171
Figura 7.8 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento e na palheta, $Re = 2500$ e $s_c/d = 0,012$	171
Figura 7.9 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento e na palheta, $Re = 1000$ e $s_c/d = 0,020$	172
Figura 7.10 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento e na palheta, $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,020$	172
Figura 7.11 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento e na palheta, $Re = 2000$ e $s_c/d = 0,020$	173
Figura 7.12 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento e na palheta, $Re = 2500$ e $s_c/d = 0,020$	173
Figura 7.13 -	Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes inclinações no assento e na palheta; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	174
Figura 7.14 -	Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes inclinações no assento e na palheta; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	175

Figura 7.15 -	Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes inclinações no assento e na palheta; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	175
Figura 7.16 -	Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes inclinações no assento e na palheta; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	176
Figura 7.17 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes inclinações no assento e na palheta; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	177
Figura 7.18 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes inclinações no assento e na palheta; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	177
Figura 7.19 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes inclinações no assento e na palheta; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	178
Figura 7.20 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes inclinações no assento e na palheta; $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	178
Figura 7.21 -	Comparação dos perfis adimensionais de pressão para diferentes inclinações no assento e inclinações no assento e na palheta, $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,012$	182
Figura 7.22 -	Comparação dos perfis adimensionais de pressão para diferentes inclinações no assento e inclinações no assento e na palheta, $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,020$	183
Figura 7.23 -	Influência da inclinação do assento e da palheta sobre as linhas de corrente; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1000$	184
Figura 7.24 -	Influência da inclinação do assento e da palheta sobre as linhas de corrente; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1500$	185
Figura 7.25 -	Influência da inclinação do assento e da palheta sobre as linhas de corrente; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2000$	186
Figura 7.26 -	Influência da inclinação do assento e da palheta sobre as linhas de corrente; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2500$	187
Figura 7.27 -	Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1000$	189
Figura 7.28 -	Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1500$	190
Figura 7.29 -	Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de	191

pressão;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 2000$

Figura 7.30 -	Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2500$	192
Figura 7.31 -	Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1000$	193
Figura 7.32 -	Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1500$	194
Figura 7.33 -	Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 2000$	195
Figura 7.34 -	Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 2500$	196
Figura 8.1 -	Geometria da válvula com raio de arredondamento no assento e na palheta	197
Figura 8.2 -	Geometria do difusor para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	198
Figura 8.3 -	Análise do refino de malha para $Re = 1000$ , $s_c/d = 0,012$ e $r = 5$ mm	198
Figura 8.4 -	Análise do refino de malha para $Re = 2000$ , $s_c/d = 0,012$ e $r = 5$ mm	199
Figura 8.5 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $Re = 1000$ e $s_c/d = 0,012$	200
Figura 8.6 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,012$	201
Figura 8.7 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $Re = 2000$ e $s_c/d = 0,012$	201
Figura 8.8 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $Re = 2500$ e $s_c/d = 0,012$	202
Figura 8.9 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $Re = 1000$ e $s_c/d = 0,020$	202
Figura 8.10 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,020$	203
Figura 8.11 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $Re = 2000$ e $s_c/d = 0,020$	203
Figura 8.12 -	Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $Re = 2500$ e $s_c/d = 0,020$	204
Figura 8.13 -	Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	205

Figura 8.14 -	Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	205
Figura 8.15 -	Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	206
Figura 8.16 -	Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	206
Figura 8.17 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	208
Figura 8.18 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	208
Figura 8.19 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	209
Figura 8.20 -	Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta, $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	209
Figura 8.21 -	Comparação dos perfis adimensionais de pressão para os diferentes raios de arredondamento no assento, e raios de arredondamento no assento e na palheta, $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,012$	213
Figura 8.22 -	Comparação dos perfis adimensionais de pressão para os diferentes raios de arredondamento no assento, e raios de arredondamento no assento e na palheta, $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,020$	214
Figura 8.23 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1000$	215
Figura 8.24 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1500$	215
Figura 8.25 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2000$	216
Figura 8.26 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $s_c/d = 0,012$ e $Re = 2500$	216
Figura 8.27 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1000$	217
Figura 8.28 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as	217

	linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1500$	
Figura 8.29 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $s_c/d = 0,020$ e $Re = 2000$	218
Figura 8.30 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $s_c/d = 0,020$ e $Re = 2500$	218
Figura 8.31 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1000$	219
Figura 8.32 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1500$	220
Figura 8.33 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ ; $Re = 2000$	220
Figura 8.34 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ ; $Re = 2500$	221
Figura 8.35 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ ; $Re = 1000$	221
Figura 8.36 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1500$	222
Figura 8.37 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 2000$	222
Figura 8.38 -	Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional; $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 2500$	223
Figura 9.1 -	Processo genérico de otimização de forma	226
Figura 9.2 -	Seção móvel e pontos de teste na geometria da válvula	238
Figura 9.3 -	Tipos de métodos de otimização	241
Figura 10.1 -	Geometria do difusor radial com o assento modelado por $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$	255
Figura 10.2 -	Processo de minimização da perda de carga obtido pelo MPIH para $Re = 1000$ , $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$ .	258
Figura 10.3 -	Linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ) para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1000$ , com $y_1 = 0,022$ na curva $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$	258
Figura 10.4 -	Perfis adimensionais de pressão para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1000$ , com $y_1 = 0,022$ na curva $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$	259
Figura 10.5 -	Campo de pressão adimensional para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e $Re = 1000$ , com $y_1 = 0,022$ na curva $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$	259
Figura 10.6 -	Processo de maximização da força obtido pelo MPIH para $Re = 1000$ ,	261

$D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$

- Figura 10.7 - Linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ) para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,026$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  262
- Figura 10.8 - Perfis adimensionais de pressão para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,026$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  262
- Figura 10.9 - Campo de pressão adimensional para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,026$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  263
- Figura 10.10 - Processo de minimização da função (PC -F/20) obtida pelo MPIH para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$  264
- Figura 10.11 - Linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ) para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,0235$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  265
- Figura 10.12 - Perfis adimensionais de pressão para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,0235$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  265
- Figura 10.13 - Campo de pressão adimensional para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,0235$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  266
- Figura 10.14 - Processo de minimização da função (PC -F/30) obtida pelo MPIH para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$  267
- Figura 10.15 - Processo de maximização da função  $(A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$  obtida pelo MPIH, para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$  269
- Figura 10.16 - Processo de maximização da função  $(A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$  obtida pelo MPIH, para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 1,66$  e  $s_c/d = 0,012$  270
- Figura 10.17 - Linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ) para  $D/d = 1,66$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  271
- Figura 10.18 - Perfis adimensionais de pressão para  $D/d = 1,66$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  271
- Figura 10.19 - Campo de pressão adimensional para  $D/d = 1,66$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  272
- Figura 10.20 - Processo de maximização da função  $(A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$  obtida pelo MPIH, para  $Re = 1500$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$  273
- Figura 10.21 - Linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ) para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  274
- Figura 10.22 - Perfis adimensionais de pressão para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  274
- Figura 10.23 - Campo de pressão adimensional para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ , 275



com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

Figura 10.24 -	Processo de maximização da função $(A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$ obtida pelo MPIH, para $Re = 1500$ , $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,020$	276
Figura 10.25 -	Linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ) para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1500$ , com $y_1 = 0,024$ na curva $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$	277
Figura 10.26 -	Perfis adimensionais de pressão para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1500$ , com $y_1 = 0,024$ na curva $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$	277
Figura 10.27 -	Campo de pressão adimensional para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e $Re = 1500$ , com $y_1 = 0,024$ na curva $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$	278
Figura A.1 -	Volume de controle cheio, típico, no domínio $x, r$	301
Figura A.2 -	Volume de controle para a variável $\phi_p$	304
Figura A.3 -	Volumes interfaciais empregados na válvula com palheta e assento com arredondamentos, destacando as faces cujos fluxos são obtidos por uma função polinomial bidimensional e quadrática em uma direção	310
Figura A.4 -	Primeiro volume de controle interfacial	311
Figura A.5 -	Décimo segundo volume de controle interfacial	313
Figura A.6 -	Direções dos vetores normais na interface de um volume de controle	316
Figura B.1 -	Armazenamento desencontrado das variáveis	321
Figura B.2 -	Armazenamento colocalizado das variáveis	321
Figura C.1 -	Bocal convergente com área na entrada igual a do orifício de passagem.	326

## *Lista de Tabelas*

---

Tabela 4.1 -	Valores de $L_1(j)$ e $M_1(i)$ para um domínio computacional sem a região sólida	76
Tabela 5.1 -	Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e inclinações no assento.	115
Tabela 5.2 -	Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e inclinações no assento	116
Tabela 6.1 -	Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e raios de arredondamento no assento	151
Tabela 6.2 -	Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e raios de arredondamento no assento	152
Tabela 7.1 -	Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e inclinações no assento e na palheta	179
Tabela 7.2 -	Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e inclinações no assento e na palheta	180
Tabela 7.3 -	Influência da inclinação no assento e inclinação no assento e na palheta no cálculo da força adimensional e perda de carga, para $D/d = 3,0$ e $Re = 1500$	181
Tabela 8.1 -	Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,012$ e raios de arredondamento no assento e na palheta	210
Tabela 8.2 -	Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para $D/d = 3,0$ ; $s_c/d = 0,020$ e raios de arredondamento no assento e na palheta	211
Tabela 8.3 -	Influência do raio de arredondamento no assento e raio de arredondamento no assento e na palheta no cálculo da força adimensional e perda de carga, para $D/d = 3,0$ e $Re = 1500$	212
Tabela 9.1 -	Classificação dos problemas de otimização	234
Tabela 10.1 -	Processo de minimização da função perda de carga utilizando o MPIH para $Re = 1000$ , $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	257
Tabela 10.2 -	Processo de maximização da função força utilizando o MPIH para $Re = 1000$ , $D/d = 3,0$ e $s_c/d = 0,012$	260
Tabela 10.3 -	Processo de minimização da função $PC - F/20$ utilizando o MPIH para	264

$Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$

Tabela 10.4 - Processo de minimização da função PC - F/30 utilizando o MPIH para 267

$Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$

Tabela 10.5 - Processo de maximização da função J utilizando o MPIH para  $Re =$  268

$1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$

Tabela 10.6 - Processo de maximização da função J utilizando o MPIH para  $Re =$  270

$1000$ ,  $D/d = 1,66$  e  $s_c/d = 0,012$

Tabela 10.7 - Processo de maximização da função J utilizando o MPIH para  $Re =$  272

$1500$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$

Tabela 10.8 - Processo de maximização da função J utilizando o MPIH para  $Re =$  275

$1500$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$

Tabela A.1 - Fluxos convectivos e difusivos 302

## *Lista de Símbolos*

---

### Símbolos Gerais

$a_{i,s}$	- coeficientes utilizados no polinômio interfacial
ABCDE	- vértices do volume de controle interfacial
$a_E$	- coeficiente leste da equação discretizada
$A_{ee}$	- área efetiva de escoamento [m <sup>2</sup> ]
$A_{eea}$	- área efetiva de escoamento adimensional
$A_{ef}$	- área efetiva de força [m <sup>2</sup> ]
$A_{efa}$	- área efetiva de força adimensional
$a_N$	- coeficiente norte da equação discretizada
$A_{or}$	- área do orifício de passagem [m <sup>2</sup> ]
$a_p$	- coeficiente do ponto nodal central da equação discretizada
$a_S$	- coeficiente sul da equação discretizada
$a_w$	- coeficiente oeste da equação discretizada
$ax_p, ay_p$	- coeficientes auxiliares utilizados na discretização da derivada normal na interface dos volumes interfaciais
$b^\phi$	- termo fonte após a discretização da equação
$b_1, b_2, b_3$	- coeficientes para avaliação de $(\partial\phi/\partial y)_I$ em um volume interfacial
$c$	- velocidade local do som [m/s]
$c_i$	- coeficientes para avaliação dos fluxos na face oeste-sul de um volume interfacial, utilizando uma função de interpolação polinomial e sua derivada na face oeste-sul
$c_p$	- calor específico a pressão constante
$c_v$	- calor específico a volume constante
$d$	- diâmetro do orifício de passagem [m]
$D$	- diâmetro da palheta [m]
$D/d$	- relação entre o diâmetro da palheta, $D$ , e o diâmetro do orifício de passagem, $d$
$d_0$	- direção descendente do funcional $J$
$dV$	- elemento diferencial de volume

$D_e, D_w,$	- fluxos difusivos nas faces leste, oeste, norte e sul do volume de controle
$D_n, D_s$	
$d_i$	- coeficientes para avaliação de $(\partial\phi/\partial x)_I$ em um volume interfacial, para $i = 1, \dots, 6$
$dl$	- comprimento nas faces do volume de controle P
$e$	- comprimento do orifício de passagem [m]
$E$	- face leste
$E, W,$	- pontos nodais localizados no centro dos volumes de controle leste, oeste, norte e sul,
$N, S$	respectivamente
$en$	- face leste-norte do volume de controle
$es$	- face leste-sul do volume de controle
$f$	- integrando, pode envolver o valor ou a derivada normal de uma variável
$F$	- função dependente dos valores de $x$ e $f(x)$ , utilizada para obter as componentes do vetor normal
$F$	- força hidrodinâmica que atua sobre a palheta devido a diferença de pressão [N]
$f$	- função (curva) interfacial
$F_a$	- força adimensional ( $= 2F/\rho \bar{U}_{in}^2 d^2$ )
$F_F$	- fronteira fixa
$F_M$	- fronteira móvel
$f_x$	- fluxos calculados na face $x$ do volume de controle
$F_x$	- fluxos convectivos nas faces $x$ do volume de controle
$f_{xa}$	- valor da função interfacial no centro do volume de controle interfacial
$f_{xu}$	- valor da função interfacial na face do volume de controle interfacial
$g$	- funções restrições de desigualdade utilizadas nos métodos de otimização
$g_1, g_2$	- funções utilizadas na extrapolação de Richardson
$G$	- matriz diagonal das restrições de desigualdade
$H$	- altura do anel de escoamento da palheta (Driessen, 1986); matriz Hessiana
$h$	- entalpia a jusante da válvula [J/kg]
$h_u$	- entalpia de estagnação [J/kg]
$h$	- funções restrições de igualdade utilizadas nos métodos de otimização
	- afastamento entre palheta e assento (Driessen, 1986)
$h_1, h_2$	- espaçamento de malhas distintas utilizadas na extrapolação de Richardson
$i$	- índice que denota a posição em $x$ (domínio computacional)
$I$	- interface entre fluido e sólido do volume de controle

$J$	- função objetivo
$j$	- índice que denota a posição em $y$ (domínio computacional)
$\hat{j}$	- vetor unitário ao longo do eixo de coordenada $y$
$J_k$	- diferentes funções objetivo
$k$	- razão entre calores específicos ( $= c_p/c_v$ )
$k$	- nível iterativo, iteração atual
$k-\varepsilon$	- modelo de turbulência proposto por Launder e Sharma (1974)
$k-\omega$	- modelo de turbulência de Wilcox (1994)
$k-1$	- nível iterativo, iteração passada
$m$	- número de restrições de desigualdade em um método de otimização
$\dot{m}$	- fluxo de massa através do orifício de passagem [kg/s]
$\dot{m}_{ideal}$	- fluxo de massa ideal obtido analiticamente
$M$	- número de Mach
$n$	- face norte do volume de controle
$n, n+1$	- índices dos marcadores interfaciais
$\mathbf{n}$	- vetor normal unitário
$ndv$	- número de variáveis de projeto
$ne$	- face nordeste do volume de controle
$nw$	- face noroeste do volume de controle
$n_x$	- componente do vetor normal na direção $x$
$n_y$	- componente do vetor normal na direção $y$
$P$	- número de restrições de igualdade em um método de otimização
$P$	- pressão [Pa], pressão à montante da válvula [Pa]
$p_y$	- pressões nos pontos nodais $y$
$P_{prescrito}$	- pressão prescrita (condição de contorno) [Pa]
$p^*(R)$	- pressão adimensional na posição adimensional $R$ ( $= 2p/\rho \bar{U}_{in}^2$ )
$P$	- ponto nodal central do volume de controle
$P_{atm}$	- pressão atmosférica [Pa]
$PC$	- perda de carga [N]
$p_d$	- pressão a jusante da válvula [Pa]
$Pe$	- número de Peclet ( $Pe = F/D$ , onde $F$ é o fluxo convectivo e $D$ o fluxo difusivo)
$p_x$	- pressões na face $x$ do volume de controle
$Q$	- estimativa da matriz Hessiana

$q_i$	- coeficientes para avaliação dos fluxos nas faces do volume interfacial, utilizando uma função de interpolação polinomial e sua derivada na face, para $i = 1, \dots, 6$
$q_w$	- fluxo por unidade de área na face oeste do volume de controle
$r$	- direção radial [m]; raio de arredondamento utilizado no assento ou na palheta
$R$	- posição radial adimensional [ $r/d$ ]; raio externo do anel de assentamento da palheta (Driessen, 1986)
$R$	- constante do gás [J/kg K]
$\mathcal{R}^n$	- espaço de Hilbert n-dimensional
$r_h$	- parâmetro geométrico utilizado pela extrapolação de Richardson ( $r_h = h_2/h_1$ )
$r_p$	- razão entre as pressões a montante e a jusante da válvula ( $r_p = p_{atm}/p$ )
$r/d$	- raio da palheta ( $r$ ) adimensionalizado pelo raio do orifício de passagem ( $d$ )
$r_c$	- razão entre as pressões a montante e a jusante da válvula para $M = 1$ no orifício ( $r_c = p_d/p_u$ )
$Re$	- número de Reynolds no orifício de passagem ( $= \rho \bar{U}_{in} d / \mu$ )
$Re_c$	- número de Reynolds crítico ( $Re \approx 2300$ )
$R_i$	- raio de arredondamento na entrada do orifício de passagem (Driessen, 1986)
RNG k- $\epsilon$	- variante do Modelo k- $\epsilon$ proposto por Orzag e Yakhot (1986), derivado a partir da teoria do grupo de renormalização
$R_o$	- raio de arredondamento na saída do orifício de passagem (Driessen, 1986) [m]
$r_s$	- raio de arredondamento no assento (Deschamps <i>et al.</i> , 1988)
$s$	- face sul do volume de controle
$\bar{S}$	- termo fonte discretizado para o gradiente de pressão
$S^\phi$	- termo fonte para a variável $\phi$ genérica ( $\phi = u$ ou $v$ )
$s_c$	- afastamento entre palheta e assento [m]
$s_c/d$	- afastamento adimensional entre palheta e assento
$se$	- face sudeste do volume de controle
$sw$	- face sudoeste do volume de controle
$t$	- tempo [s]; tamanho de passo no método de otimização
$T$	- temperatura a jusante da válvula [K]
$T_L$	- temperatura no líquido (Udaykumar e Shyy, 1995b) [K]
$T_S$	- temperatura na superfície sólida (Udaykumar e Shyy, 1995b) [K]
$T_u$	- temperatura à montante do orifício [K]
$U^2$	$= u^2 + v^2$ [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]

$u$	- componente da velocidade na direção axial [m/s]
$\overline{U}_{in}$	- velocidade média do escoamento no orifício de passagem [m/s]
$v$	- componente da velocidade na direção radial [m/s]
$V$	- velocidade do fluido [m/s]
$w$	- componente da velocidade na direção angular [m/s], face oeste do volume de controle
$wn$	- face oeste-norte do volume de controle
$ws$	- face oeste-sul do volume de controle
$x$	- direção axial [m]
$x(i, j)$	- valor da abscissa ( $x$ ) no ponto nodal ( $i, j$ )
$xu(i)$	- localização da face no volume de controle ( $i, j$ ) na direção de $x$
$x_{ws}$	- abscissa do ponto localizado no centro da face oeste-sul do volume de controle interfacial
$xverthalf$	- abscissa do ponto localizado na linha central vertical em que a interface passa pelo volume de controle (Udaykumar e Shyy, 1995b)
$xhorzhalf$	- abscissa do ponto localizado na linha central horizontal em que a interface passa pelo volume de controle (Udaykumar e Shyy, 1995b)
$xmid$	- abscissa do ponto médio do segmento interfacial no volume de controle trapezoidal (Udaykumar e Shyy, 1995b)
$y$	- vetor de variáveis de projeto
$y^*$	- minimizador
$\underline{y}_i$	- limite inferior das $i$ -ésimas variáveis de projeto
$\overline{y}_i$	- limite superior das $i$ -ésimas variáveis de projeto
$y_i$	- $i$ -ésimas variáveis de projeto
$yhorzhalf$	- ordenada do ponto localizado na linha central horizontal em que a interface passa pelo volume de controle (Udaykumar e Shyy, 1995b)
$ymid$	- ordenada do ponto médio do segmento interfacial no volume de controle trapezoidal (Udaykumar e Shyy, 1995b)
$yverthalf$	- ordenada do ponto localizado na linha central vertical em que a interface passa pelo volume de controle (Udaykumar e Shyy, 1995b)
$yv(j)$	- localização da face no volume de controle ( $i, j$ ) na direção de $y$
$y(i, j)$	- valor da ordenada $y$ no ponto nodal ( $i, j$ )
$y_e$	- ordenada do ponto localizado no centro da face leste do volume de controle in
$y_I$	- ordenada do ponto localizado no centro da interface do volume de controle



interfacial

- $y_w$  - ordenada do ponto localizado no centro da face oeste do volume de controle
- $y_{ws}$  - ordenada do ponto localizado no centro da face oeste-sul do volume de controle interfacial

### Símbolos Gregos

- $\alpha$  - inclinação do assento ou da palheta [graus].
- $\alpha_u$ ;  $\alpha_v$  e  $\alpha_p$ ; - coeficiente de sub-relaxação ( $\alpha < 1$ ) para as velocidades  $u$  e  $v$  e, para a pressão
- $\theta$  - coordenada cilíndrica na direção angular
- $\rho$  - massa específica do fluido [ $\text{kg/m}^3$ ]
- $\rho_d$  - densidade do fluido a jusante da válvula [ $\text{kg/m}^3$ ]
- $\rho_H^k$  - fator que controla a contribuição do vetor de deflexão  $d_1$  na direção final  $d$ , no método de Pontos Interiores de Herskovits
- $\rho_u$  - densidade do fluido a montante da válvula [ $\text{kg/m}^3$ ]
- $\mu$  - viscosidade absoluta [Pa.s]
- $\Delta$  - diferença entre variáveis de projeto
- $\Delta V$  - volume do volume de controle central
- $\Delta p_v$  - diferencial de pressão através da válvula [Pa].
- $\Delta x_E$  - comprimento da face do volume de controle centrado em E, isto é, comprimento desde a face e até a face ee
- $\Delta x_P$  - comprimento da face do volume de controle centrado em P, isto é, comprimento desde a face w até a face e
- $\Delta x_W$  - comprimento da face do volume de controle centrado em W, isto é, comprimento desde a face w até a face ww
- $\Delta x_e$ ,  $\Delta x_w$ ,  $\Delta r_n$ , - distância dos pontos leste, oeste, norte e sul até o ponto nodal central P
- $\Delta r_s$
- $\xi$  - número positivo pequeno (infinitesimal) utilizado como critério de convergência nos métodos de otimização
- $\nabla$  - operador nabla
- $\Gamma^\phi$  - coeficiente de difusão para a equação de transporte de uma propriedade genérica  $\phi$
- $\Omega$  - conjunto viável para as variáveis de projeto

$\lambda$	- multiplicador de Lagrange ( $\in \Re^m$ )
$\Lambda$	- matriz diagonal com $\Lambda_{ii}^k = \lambda_i$
$\psi$	- variável dual, ou multiplicador de Lagrange ( $\in \Re^p$ )
$\phi$	- variável genérica
$\phi_1, \phi_2$	- soluções discretas para a variável genérica $\phi$ , obtidas para as malhas numéricas com espaçamentos $h_1$ e $h_2$ , respectivamente
$\phi_E, \phi_W, \phi_N, \phi_S$	- velocidades armazenadas nos volumes centrados nos pontos E, W, N e S, respectivamente

### Abreviaturas

AG(s)	- Algoritmo(s) Genético(s)
BFGS	- Método Quase-Newton proposto por Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
CAD	- <i>Computer Aided Design</i>
CFD	- <i>Computational Fluid Dynamics</i>
DFP	- Método Quase-Newton proposto por Davidon- Fletcher-Powell
ELAFINT	- <i>Eulerian Lagrangian Algorithm For Interface Tracking</i>
GENCAN	- <i>GENeralized quaCAN</i>
KKT	- Karush-Kuhn-Tucker
MPIH	- Método de Pontos Interiores de Herskovits
MVF	- Método dos Volumes Finitos
QUACAN	- QUAdráticas com CANalizações
QUICK	- <i>Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics</i>
RSA	- Aproximações da Superfície de Resposta
SA	- <i>Simulated Annealing</i> .
SIMPLE	- <i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations</i>
SIMPLEC	- <i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations "Corrected"</i>
SPG	- <i>Spectral Projected Gradient</i>
TDMA	- <i>Tri-Diagonal Matrix Algorithm</i>

Neste trabalho uma metodologia híbrida euleriana-lagrangeana, denominada ELAFINT, é utilizada para simular escoamentos viscosos, incompressíveis em geometrias que apresentam interfaces entre fluido e sólido. Nesta metodologia o campo de equações é resolvido em uma malha fixa, usando um armazenamento colocalizado para as variáveis. A interface entre fluido e sólido é tratada explicitamente por marcadores de partículas, obtidos pela interseção dos segmentos da curva interfacial com as linhas da malha. Os volumes de controle que estão na interface são modelados pela técnica de células cortadas e atenção particular é dispensada para a conservação dos fluxos nestes volumes.

A metodologia ELAFINT é validada na resolução do escoamento em cavidades com topo deslizante e bases irregulares. Resultados experimentais e numéricos disponíveis na literatura para difusores radiais com alimentação axial são também utilizados na validação da metodologia e do código computacional desenvolvido no presente trabalho. Na sequência esta metodologia é utilizada para investigar a influência no escoamento de alterações geométricas introduzidas em válvulas automáticas de compressores herméticos.

Dois parâmetros são fundamentais para determinar a eficiência deste tipo de válvulas: a área efetiva de escoamento, que indica a perda de carga a qual é submetido o fluido ao passar pela válvula, e a área efetiva de força, que indica a força exercida pelo escoamento sobre a palheta para deslocá-la. A geometria da válvula influencia significativamente nas áreas efetivas de escoamento e de força. Com esta filosofia, explorou-se diferentes formas geométricas para a região da palheta e assento da válvula do compressor, analisando sua influência nos parâmetros de eficiência. A possibilidade de se explorar contornos sólidos irregulares com o código computacional desenvolvido permitiu que geometrias ótimas para o escoamento fossem investigadas. Tais geometrias, no contexto das válvulas de compressores, maximizam a força do escoamento sobre a palheta e minimizam a perda de carga através da válvula.

A busca da geometria ótima é realizada através de um método de otimização determinístico, onde uma forma ótima para o assento da válvula é investigada através do polinômio de segundo grau. Resultados indicam uma influência significativa da inclinação e do raio de arredondamento nos campos de pressão e velocidades. Uma inclinação de apenas  $5,0^\circ$  é capaz de alterar significativamente os padrões de escoamento, aumentando as áreas efetivas de escoamento e força e tornando assim a geometria da válvula mais eficiente.

## *Abstract*

---

In this work a mixed Eulerian-Lagrangian methodology denominated ELAFINT is investigated to simulate viscous and incompressible flows in geometries that present interfaces between fluid and solid. In this methodology the equations are solved in a fixed mesh, using a non-staggered storage for the variables. The interface between fluid and solid is explicitly treated by particle markers, obtained by intersection of the interfacial curve segments with the mesh lines. The control volumes that are in the interface are modeled by the cut cell technique. Particular attention is given to the conservation of the fluxes in these volumes.

The ELAFINT methodology is validated in the resolution of the flow in cavities with sliding top and irregular bases. Numerical and experimental results in the literature for radial diffusers with axial feed also are used in the validation of the methodology and the computational code developed in the present work. In the sequence, this methodology is used to investigate how introduced geometric modifications in automatic valves of hermetic compressors influence the flow.

Two parameters are fundamental to determine the efficiency of this type of valves: the effective area of flow, that indicates the pressure drop to which the fluid is submitted when passing by the valve, and the effective area of force, that indicates the force exerted by flow on the reed to dislocate it. The geometry of the valve significantly influences the effective areas of flow and force. With this philosophy, one explored different geometric forms for the reed and seat regions of the compressor valve, analyzing their influence in the efficiency parameters. The possibility of exploring irregular solid boundaries with the developed computational code allowed that optimal geometries for the flow were investigated. Such geometries, in the context of the compressors valves, maximize the force flow force on the reed and minimize the pressure drop through the valve.

The optimal geometry is explored through a deterministic optimization method, in which an optimal shape for the valve seat is investigated using a second degree polynomial. Results indicate a significant influence of the inclination and the radius of rounding in the pressure fields and velocities. A  $5^\circ$  inclination is enough to modify significantly the flow patterns, increasing the effective areas of flow and force, and thus becoming the most efficient geometry of the valve.

### 1.1 Apresentação do Problema

Os sistemas de refrigeração por compressão mecânica de vapor são utilizados em ampla escala em várias aplicações. Nestes sistemas o componente responsável pelo deslocamento do fluido refrigerante através do circuito de refrigeração é o compressor. O aumento da eficiência deste equipamento reflete diretamente na diminuição do consumo de energia, para a mesma capacidade de refrigeração. Por esta razão o compressor tem sido foco de estudo intenso e aperfeiçoamento.

O ciclo de operação nos compressores de deslocamento positivo pode ser descrito por uma série de fenômenos complexos, que ocorrem em um curto período de tempo. Para a eficiência destes compressores é importante o projeto criterioso dos vários componentes que os constituem. Em especial destaca-se o projeto do sistema de válvulas, este representando um fator determinante no desempenho do compressor.

Pode-se dizer que o compressor é o componente mais importante de um sistema de refrigeração, pois faz circular o refrigerante retirando o calor do ambiente frio para transferi-lo ao ambiente quente. A compressão do gás realiza-se pela ação de um pistão, acionado por um conjunto biela-manivela, dentro de um cilindro. O controle do fluxo do gás é feito por válvulas automáticas, conforme ilustrado na figura 1.1.

Neste contexto, o conhecimento do escoamento do gás refrigerante através da válvula é essencial, visto que a maioria dos compressores herméticos utiliza válvulas automáticas, ou seja, válvulas onde a força causada pelo próprio escoamento é responsável pelo movimento da palheta. O gás refrigerante penetra no compressor e passa à câmara de sucção, que está separada do interior do cilindro pela válvula de sucção. Uma vez comprimido o gás transpõe a válvula de descarga e passa pela câmara de descarga para a câmara de amortecimento, seguindo para o condensador. As válvulas de sucção e de descarga operam de acordo com a diferença de pressão entre o cilindro e as câmaras de sucção e de descarga, respectivamente, sendo que a força para abri-las é proporcional ao deslocamento do pistão do compressor.

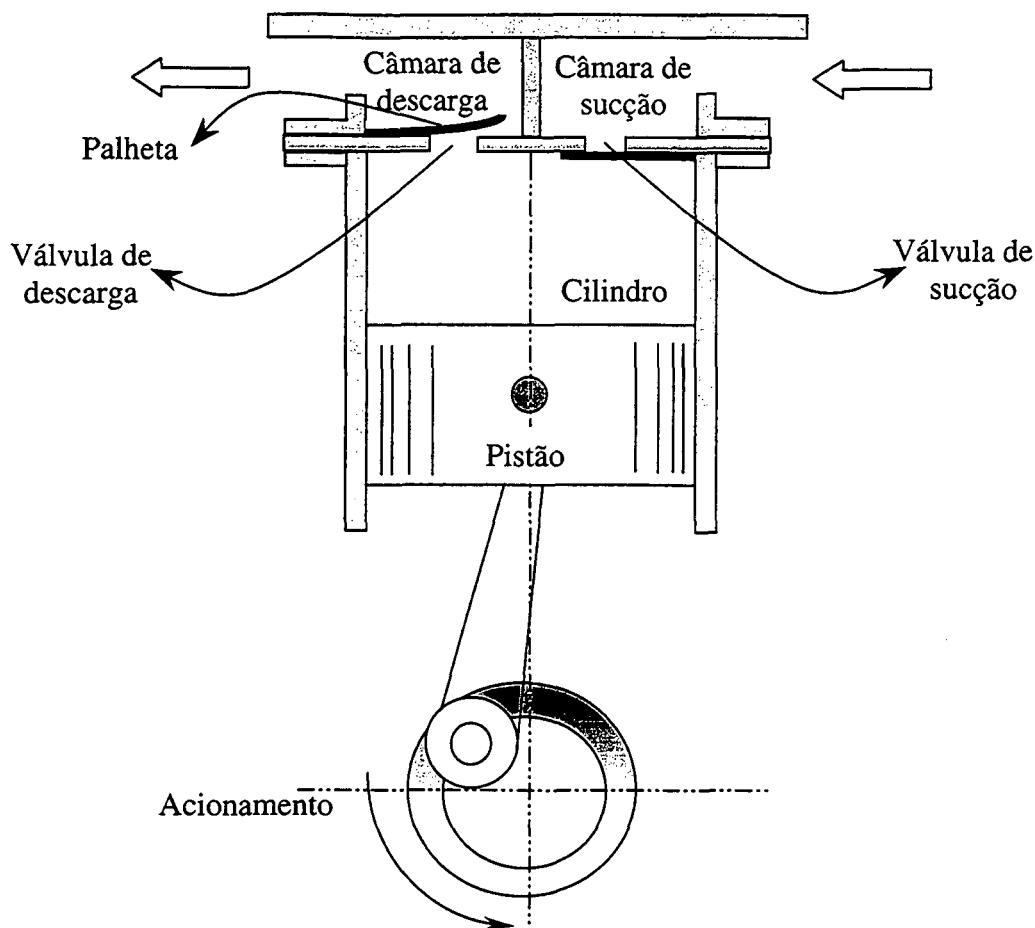


Figura 1.1 – Princípio do funcionamento de um compressor alternativo.

A diferença de pressão existente entre o cilindro e as câmaras de sucção e descarga origina uma força resultante atuando sobre a palheta. Assim, o conhecimento da distribuição de pressão na válvula, devido ao escoamento, é uma informação importante que é função dos parâmetros geométricos da válvula.

A geometria de válvulas automáticas de compressores herméticos pode ser comparada à geometria de um difusor radial, conforme mostrado na figura 1.2. Esta é composta do orifício de passagem do fluido, assento, e disco inclinado (ou paralelo) posicionado em frente ao orifício de passagem do fluido que representa a palheta. O fluido escoar axialmente (direção  $x$ ) através do orifício de passagem, deflete-se junto ao disco frontal e escoar então radialmente (direção  $r$ ).

O fluxo de gás nas válvulas é controlado por palhetas flexíveis (confeccionadas em aço mola especial) que atuam por meio das diferenças de pressão entre as câmaras e o interior do cilindro. Dessa forma, é desejável um projeto criterioso dos orifícios e das palhetas das válvulas, com ênfase nas condições de escoamento do gás refrigerante, a fim de aproveitar o máximo possível a área geométrica disponível para o escoamento, com conseqüente redução da restrição ao fluxo mássico (Driessen, 1986). A concepção de geometrias diferentes para a palheta, orifício

de passagem e assento influencia significativamente nos parâmetros de eficiência, isto é, nas áreas efetivas de escoamento e de força. Estes parâmetros são fundamentais para a simulação numérica de compressores herméticos e passíveis de utilização na avaliação do desempenho esperado de um sistema de válvulas.

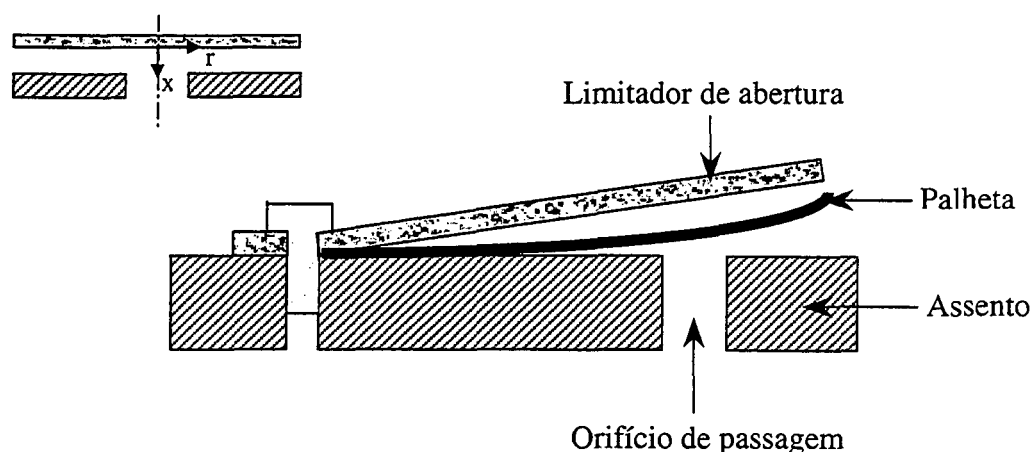


Figura 1.2 – Geometria da válvula com palheta inclinada.

A área efetiva de escoamento indica a perda de carga à qual é submetido o escoamento através da válvula, isto é, está intimamente relacionada com o coeficiente de descarga do sistema de válvulas; a área efetiva de força indica a força exercida pelo escoamento sobre a palheta para deslocá-la (Ferreira e Driessen, 1986). Quanto maior a área efetiva de escoamento maior a vazão de fluido associado a uma determinada diferença de pressão. Quanto maior a área efetiva de força, maior o deslocamento da palheta, o que facilita o enchimento ou esvaziamento do cilindro (Puff *et al.*, 1992).

Com o objetivo de identificar quais os parâmetros geométricos que podem ser modificados na válvula, é apresentada na figura 1.3 a geometria de um difusor radial composto de dois discos paralelos e concêntricos, sendo que em um deles há um orifício de passagem do fluido. O disco superior é análogo à palheta no sistema de válvulas (Deschamps, 1987). Na mesma figura  $s_c$  é o afastamento entre palheta (disco frontal) e assento (disco anterior),  $e$  é o comprimento do orifício de passagem,  $d$  é o diâmetro do orifício de passagem e  $D$  é o diâmetro da palheta.

As principais características que podem ser otimizadas nestas válvulas, conforme já mencionado anteriormente, são as dimensões e os formatos do orifício de passagem, do assento e da palheta.

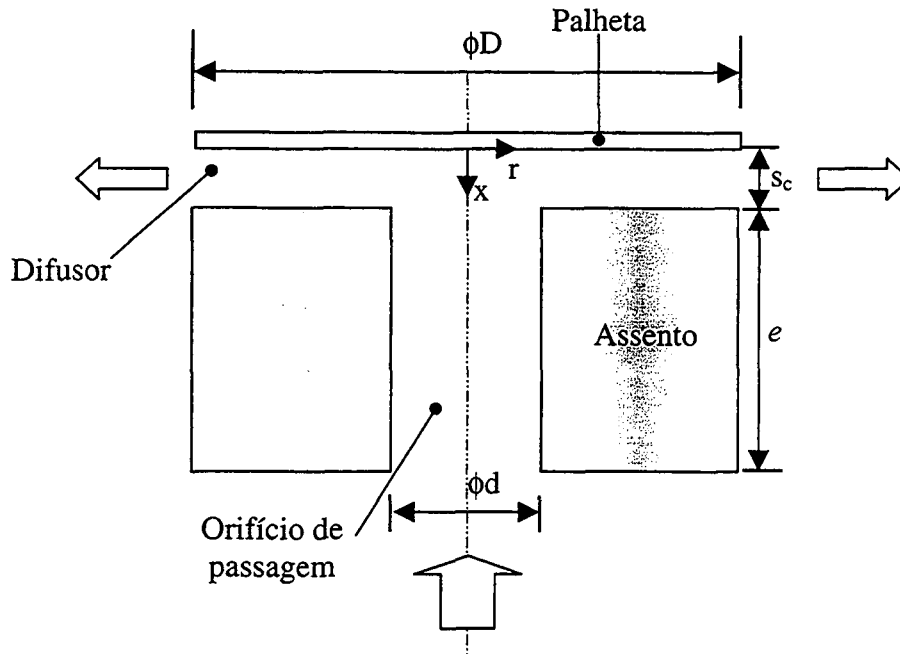


Figura 1.3 - Difusor radial concêntrico com palheta paralela.

Os principais parâmetros geométricos investigados nesta tese, cuja influência no escoamento é analisada, estão listados a seguir e são mostrados na figura 1.4:

- (i) inclinação do assento;
- (ii) raio de arredondamento no assento;
- (iii) inclinação do assento e da palheta;
- (iv) raio de arredondamento no assento e na palheta.

O presente trabalho analisa os efeitos da variação de diferentes dimensões geométricas das válvulas de compressores sobre as áreas efetivas de escoamento e de força, perda de carga e força.

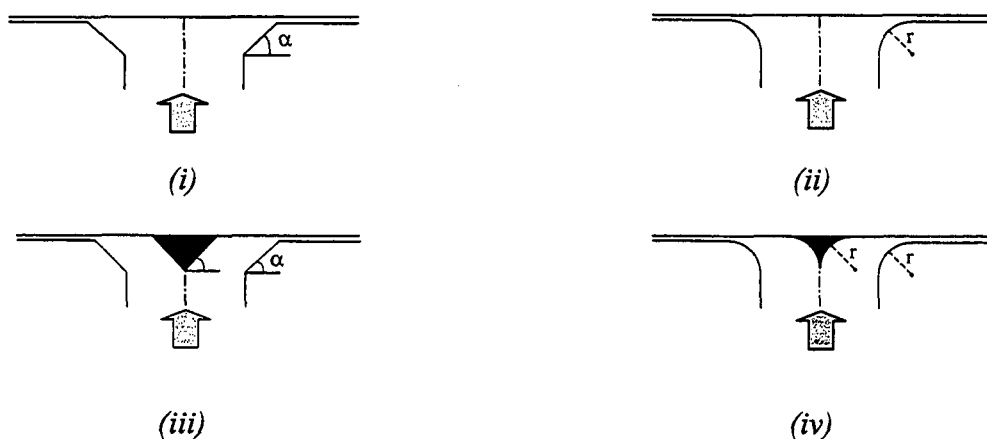


Figura 1.4 - Geometrias do difusor radial com parâmetros geométricos modificados.



Durante a realização dos testes dois afastamentos adimensionais,  $s_c/d = 0,012$  e  $s_c/d = 0,020$  foram utilizados. Os resultados foram explorados para números de Reynolds entre 1000 e 2500. Na validação dos resultados numéricos com os resultados experimentais, a inclinação do assento em  $5^\circ$  também foi investigada para o afastamento adimensional  $s_c/d = 0,030$  e números de Reynolds 1600, 2000 e 2400.

Um sistema cilíndrico de coordenadas é utilizado para resolver o escoamento no difusor. As superfícies sólidas, por não coincidirem com a malha computacional utilizada na discretização do domínio, são modeladas pelo *Eulerian Lagrangian Algorithm For INterface Tracking* (ELAFINT). A metodologia ELAFINT modela os volumes com formato irregular que estão na fronteira entre fluido e sólido. Nesta metodologia os volumes de controle são estruturados em todo o domínio, exceto na fronteira onde, devido à presença do sólido, os volumes se tornam trapezoidais (Udaykumar *et al.*, 1997; Udaykumar e Shyy, 1995b).

Com o objetivo de aperfeiçoar a geometria das válvulas propõe-se analisar a influência de uma curva polinomial de segundo grau no assento. Com esta geometria alternativa pretende-se determinar a forma ótima para a região da válvula de modo que a força resultante, atuando na palheta, seja máxima e a perda de carga seja mínima. Deste modo configura-se um problema de otimização de forma com objetivos múltiplos.

Nas duas últimas décadas tem existido um interesse crescente na obtenção de formas ótimas em conjunção com a dinâmica dos fluidos. O interesse nesta área tem sido motivado por melhorias no desempenho computacional dos computadores e nos algoritmos para a solução numérica das equações que governam o escoamento, tornando-se prático o emprego de códigos de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) com a otimização de forma. A resolução de problemas de otimização requer tempos computacionais elevados, porque é necessário resolver, geralmente, mais que uma vez as equações que governam o escoamento em cada passo do procedimento de otimização adotado.

A função objetivo, em um problema de otimização de forma, é definida em um domínio ou em seu contorno. A função objetivo aqui utilizada será minimizada com respeito à variação do domínio ocupado pelo fluido. Antes da escolha do método de otimização é necessário classificar o problema de otimização que será resolvido na tese. Após a definição do problema de otimização uma revisão bibliográfica extensa em otimização de forma foi efetuada optando-se pelo método de pontos interiores de Herskovits, que utiliza o cálculo de gradientes. Este método foi selecionado pelo fato do problema de otimização do presente trabalho apresentar poucas variáveis de projeto; logo, a avaliação das derivadas da função objetivo e das restrições é um procedimento rápido e pouco dispendioso.

O método adotado consiste de um algoritmo de pontos interiores para otimização não-linear sujeito a restrições de igualdade e/ou desigualdade. Devido à sua característica de convergência global com taxa superlinear, e por gerar uma sequência de pontos viáveis, tal procedimento tem sido aplicado com sucesso em problemas estruturais (Fancello, 1993). O método resolve dois sistemas lineares, cuja matriz é a mesma, para determinar a direção de busca. Além disso, a sequência dos multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade é estritamente positiva e, conseqüentemente, as direções de busca são sempre direções de decréscimo da função objetivo (Herskovits, 1995).

Nos últimos anos, com o grande aumento tanto de velocidade de processamento como de capacidade de memória dos computadores, a simulação numérica dos processos físicos que ocorrem durante o funcionamento do compressor tem se constituído em uma excelente ferramenta de auxílio aos projetistas. Este avanço incentiva novas investigações, permitindo que as equações diferenciais que governam o escoamento, juntamente com os métodos de otimização, sejam resolvidas de uma forma robusta e, conseqüentemente, melhores resultados sejam obtidos. A seguir são apresentados e descritos, brevemente, alguns trabalhos relevantes da literatura sobre a resolução do escoamento em válvulas, associados à presente tese.

## 1.2 Revisão Bibliográfica do Escoamento em Válvulas

Basicamente existem duas abordagens associadas ao estudo do escoamento em válvulas automáticas de compressores. Em uma das abordagens a palheta é mantida fixa e o escoamento é investigado para diferentes aberturas da válvula. Em uma segunda abordagem a dinâmica da palheta é acoplada ao escoamento. Na segunda abordagem a interação entre a mecânica dos fluidos e a dinâmica da palheta torna o problema bem mais complexo, o que justifica a escassez de trabalhos que utilizam este enfoque.

Uma revisão bibliográfica detalhada sobre as várias abordagens citadas anteriormente é encontrada em Lopes (1996), Casanova (2001) e Matos (2002). Um retrospecto, sobre os últimos trabalhos investigando parâmetros geométricos da válvula é apresentado a seguir, de acordo com os aspectos mais relevantes. O presente trabalho adotará a abordagem onde a palheta é mantida fixa uma vez que a ênfase aqui está na investigação da geometria do assento e da palheta no desempenho da válvula.

Driessen (1986) e Ferreira e Driessen (1986) analisaram experimentalmente os efeitos da variação independente de diferentes dimensões geométricas de válvulas de compressores herméticos, sobre as áreas efetivas de escoamento e de força, utilizando uma palheta plana

circular. Os principais parâmetros geométricos, cuja influência no escoamento foi analisada, são listados a seguir e apresentados na figura 1.5.

- (a) diâmetro da palheta -  $D$ ;
- (b) altura do anel de escoamento da palheta -  $H$ ;
- (c) raio externo do anel de assentamento da palheta -  $R$ ;
- (d) comprimento do orifício de passagem -  $e$ ;
- (e) raio de arredondamento na entrada do orifício de passagem -  $R_i$ ;
- (f) raio de arredondamento na saída do orifício de passagem -  $R_o$ ;
- (g) inclinação na saída do orifício de passagem -  $\beta_i$ ;
- (h) inclinação na entrada do orifício de passagem -  $\beta_o$ ;

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)
Parâmetro Geométrico Variável	$D$	$H$	$R$	$e$	$R_i$	$R_o$	$\beta_i$	$\beta_o$
Geometria do Escoamento								

Figura 1.5 - Diferentes geometrias de escoamento e parâmetros variáveis

(Fonte: Ferreira e Driessen, 1986).

Durante os testes o número de Reynolds foi mantido constante enquanto o afastamento adimensional entre palheta e assento,  $h/d$  (onde  $h$  é o afastamento entre palheta e assento e  $d$  é o diâmetro do orifício de passagem), sofreu variações. A metodologia utilizada para a determinação experimental da área efetiva de escoamento baseou-se na determinação do fluxo de massa e da queda de pressão através do difusor, e na massa específica do gás usado no experimento. Driessen (1986) e Ferreira e Driessen (1986) apresentaram resultados do escoamento e da distribuição de pressão sobre o disco frontal em função do afastamento entre os discos, conforme ilustrado na figura 1.6.

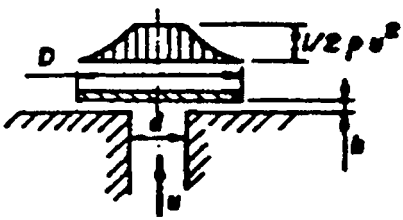
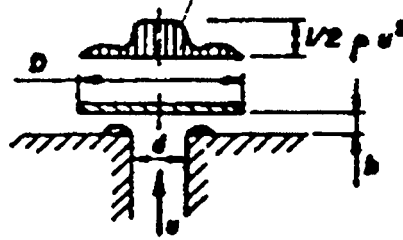
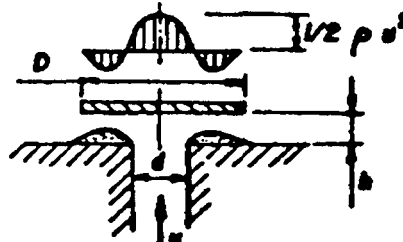
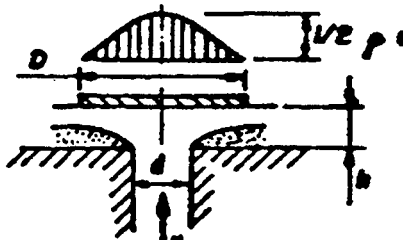
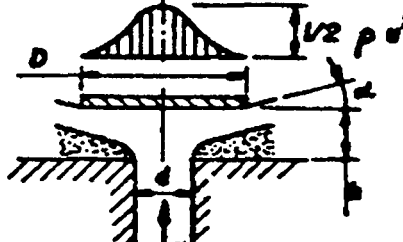
AFASTAMENTO	DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NA PALHETA	OBSERVAÇÃO
$h/d < 0,02$		ESCOAMENTO LAMINAR
$0,02 < h/d < 0,05$		PEQUENA SEPARAÇÃO
$0,05 < h/d < 0,50$		GRANDE SEPARAÇÃO
$0,50 < h/d < 1,0$		DESCOLAMENTO DO ASSENTO DEFLEXÃO 90°
$h/d > 1,0$		DEFLEXÃO MENOR QUE 90°

Figura 1.6 - Distribuição de pressão sobre a palheta de acordo com a abertura da válvula  
(Fonte: Driessen, 1986).

Os padrões para  $p(r)$  sobre a palheta podem ser diferentes dos indicados na figura 1.6. Posteriormente outras análises foram feitas a partir de dados para válvulas com diferentes relações de diâmetros,  $D/d$ , e os resultados obtidos para o perfil nem sempre serão os indicados nesta figura.

Ferreira *et al.* (1987) analisaram numericamente, com validação experimental, o escoamento laminar, incompressível, através de um difusor radial com discos paralelos, usando o método dos volumes finitos. Adotaram uma relação de diâmetros  $D/d = 3,0$  e investigaram o escoamento para afastamentos adimensionais,  $0,015 \leq s_c/d \leq 0,064$  (onde  $s_c$  é o afastamento entre palheta e assento), e número de Reynolds,  $300 \leq Re \leq 1800$ . Os resultados foram apresentados para a distribuição de pressão e força sobre o disco frontal, além de perfis de velocidade ao longo do difusor.

Deschamps (1987) realizou um estudo da influência do comprimento do orifício de passagem na distribuição de pressão e na força sobre a palheta. Deschamps concluiu que para afastamentos usuais encontrados em compressores,  $s_c/d \leq 0,2$ , tanto a força como a distribuição de pressão, são independentes do comprimento do orifício de passagem. O autor verificou que nos casos de pequenos afastamentos entre palheta e assento, o perfil de velocidade prescrito na entrada do orifício de passagem, não influencia a força e a distribuição de pressão na palheta.

Deschamps *et al.* (1987) investigaram o escoamento laminar, incompressível e isotérmico através de um difusor radial com discos paralelos e concêntricos, utilizando a relação de diâmetros  $D/d = 3,0$ . Os autores observaram que a pressão na palheta e, conseqüentemente, a força resultante sobre a mesma, para um mesmo valor de  $s_c/d$ , depende fortemente do número de Reynolds. O número de Reynolds é função da diferença de pressão entre a entrada do orifício de passagem e a saída do difusor, uma vez que associada a esta diferença de pressão e à perda de carga na válvula corresponde uma determinada vazão. Foi verificado também que praticamente toda perda de carga ocorre entre a entrada e saída do difusor e, deste modo, o comprimento do orifício de passagem não afeta a vazão do fluido.

Ishizawa *et al.* (1987) analisaram teórica e experimentalmente o escoamento laminar, incompressível em regime transiente entre dois discos paralelos, impondo um movimento oscilatório para um dos discos. A geometria adotada tinha uma relação de diâmetro  $D/d = 10$ ; afastamentos adimensional,  $s_c/d$ , menores que 0,1 e um arredondamento na entrada do difusor a fim de evitar regiões de separação. As equações do movimento foram resolvidas por um método de expansão em série. Os resultados mostraram concordância satisfatória com os dados experimentais.

Deschamps *et al.* (1988) resolveram numericamente o escoamento laminar em difusores radiais com o objetivo de investigar o comportamento das áreas efetivas de força e de escoamento em função da relação de diâmetros,  $D/d$  (entre 1,5 e 5,0), e do raio de arredondamento adimensional na saída do orifício de passagem,  $r/d$  (entre 0,1 e 0,5). A solução numérica obtida pelo método dos volumes finitos foi validada com referência a resultados

experimentais de distribuição de pressão sobre o disco frontal. A geometria utilizada na solução do escoamento é apresentada na figura 1.7.

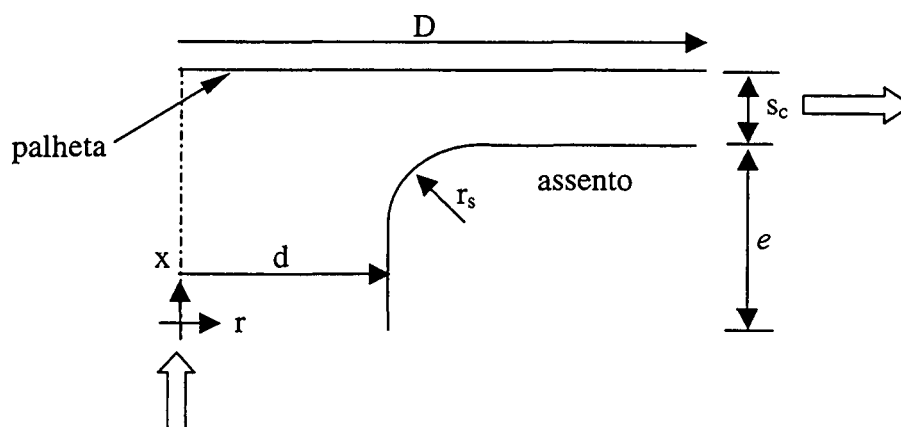


Figura 1.7 - Geometria com raio de arredondamento no assento (Fonte: Deschamps *et al.*, 1988).

Ferreira *et al.* (1989) investigaram experimentalmente a distribuição de pressão e a força axial resultante no disco frontal para o escoamento laminar em difusores radiais com alimentação axial. Os pesquisadores resolveram o escoamento para diferentes números de Reynolds e afastamentos entre os discos. Comparações com os resultados numéricos foram realizadas, explorando eventuais imperfeições, sejam numéricas ou experimentais. A figura 1.8 apresenta a distribuição de pressão no disco frontal, com a presença de um chanfro na saída do orifício de passagem. O chanfro suaviza os gradientes de pressão na entrada do difusor, onde o escoamento muda de direção, e também reduz a pressão de estagnação.

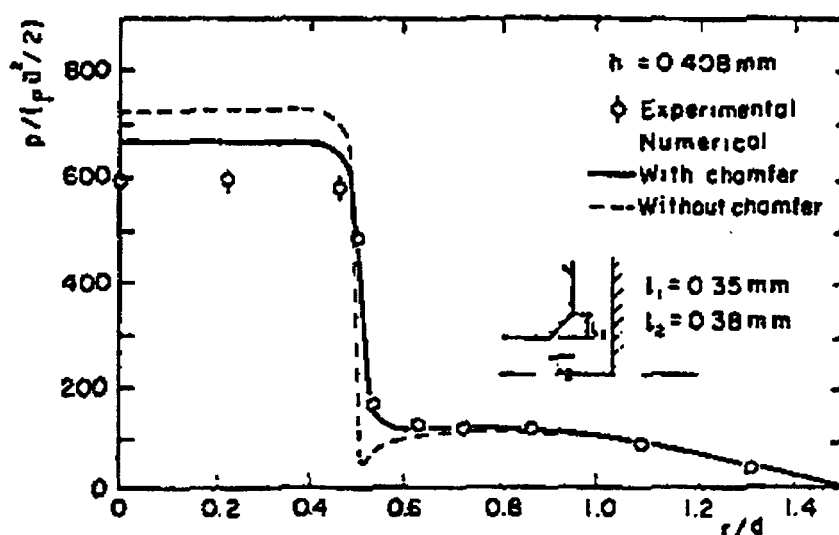


Figura 1.8 - Influência da presença do chanfro na saída do orifício de passagem sobre a distribuição de pressão na palheta (Fonte: Ferreira *et al.*, 1989).

Gashe *et al.* (1992a; 1992b) apresentaram uma investigação numérica, com validação experimental, do escoamento laminar, incompressível e isotérmico de ar em difusores radiais excêntricos, tornando a modelação do escoamento em válvulas mais próximo da situação real. Observaram, para diferentes excentricidades, uma grande influência do afastamento e do número de Reynolds sobre o perfil adimensional de pressão ao longo da palheta, principalmente para os menores afastamentos. A excentricidade não alterou significativamente a força resultante sobre a palheta, quando comparado aos discos concêntricos. A figura 1.9 ilustra a geometria utilizada.

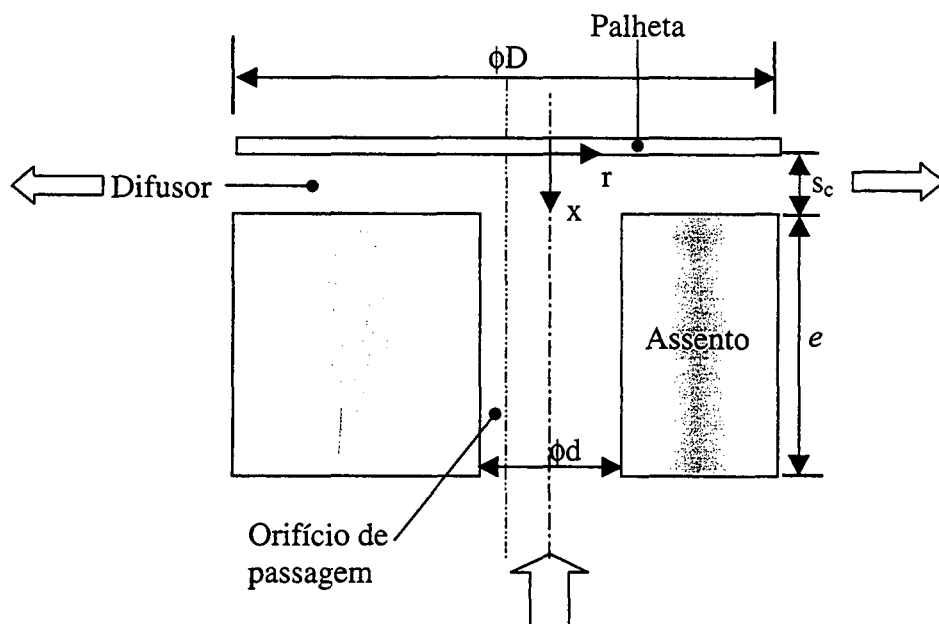


Figura 1. 9 - Difusor radial excêntrico com palheta paralela.

Puff *et al.* (1992) apresentaram resultados numéricos de escoamento laminar no interior de válvulas de compressores. Fizeram uma análise da influência do tipo de geometria da válvula nas áreas efetivas de escoamento e de força, utilizando quatro tipos diferentes de geometria, mostrados na figura 1.10, e citados a seguir:

- (a) assento simples;
- (b) assento simples com chanfro;
- (c) assento simples com raio de arredondamento;
- (d) assento com rebaixo.

Resultados experimentais serviram para a validação do programa numérico. Os autores observaram que a presença do chanfro ou arredondamento na saída do orifício de passagem proporciona um aumento significativo nas áreas efetivas de força, sendo que a terceira geometria investigada “c” mostrou-se a mais eficiente.

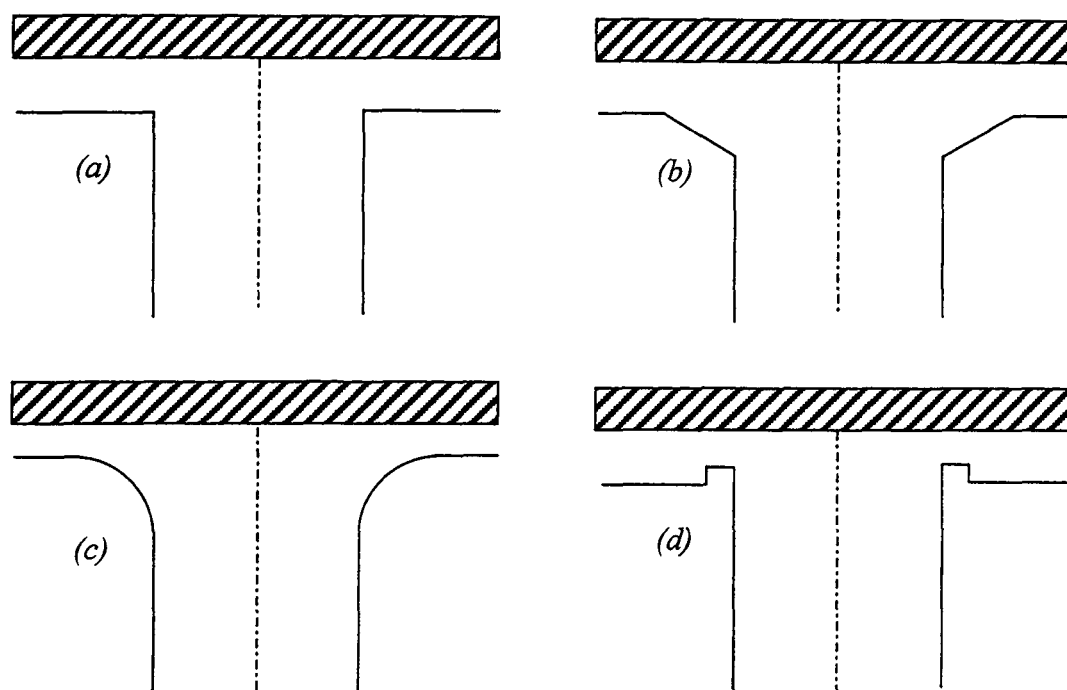


Figura 1.10 - Geometrias analisadas por Puff *et al.* (1992).

Possamai (1994) e Possamai *et al.* (1995 e 2001) apresentaram uma análise do escoamento laminar em difusores radiais, considerando uma inclinação para o disco frontal, como ilustra a figura 1.11. Analisaram condições diferentes de afastamentos adimensionais,  $s_c/d$  (entre 0,01 e 0,03) e números de Reynolds,  $Re$  (entre 500 e 2000). O método de volumes finitos foi empregado para a solução numérica do problema e validado posteriormente através da comparação com dados experimentais de distribuição de pressão adimensional sobre o disco frontal. Os autores observaram que os campos de pressão e de velocidade são alterados pela inclinação do disco frontal, sendo que o efeito cresce com o aumento do afastamento entre os discos e com o aumento do número de Reynolds. Além disso, concluíram que a assimetria da distribuição de pressão sobre o disco frontal, originada pela inclinação, produz um momento resultante que tende a restaurar o alinhamento entre os discos.

Casanova (2001) modelou e analisou o escoamento turbulento através de válvulas de compressores, para posições diferentes de abertura da válvula, tanto para a condição de escoamento estacionário como para o caso de escoamento pulsante. Forneceu uma comparação crítica do desempenho de três modelos de turbulência na previsão do escoamento, o modelo  $k-\epsilon$  (Launder e Sharma, 1974); o modelo RNG  $k-\epsilon$  (Yakhot e Orzag, 1986) e o modelo  $k-\omega$  (Wilcox e Alber, 1972). Os resultados numéricos obtidos com cada um dos modelos foram comparados com dados experimentais de pressão sobre a palheta, obtidos por Deschamps *et al.* (1996).





a busca por novas concepções, para satisfazer a crescente demanda do setor (Matos, 2002). Como resultado, o compressor convencional tem sofrido mudanças substanciais de projeto com a implementação de novas tecnologias.

As melhorias de desempenho nos compressores são, usualmente, alcançadas com um bom entendimento das fontes de perdas de potência, devido ao atrito das partes sólidas (perdas internas), ao escoamento do gás refrigerante em movimento (perdas de fluxo), à melhoria de eficiência do motor elétrico (perdas elétricas) e às mudanças nas dimensões geométricas, que constituem peças ou partes importantes no compressor. Ao considerar um item de melhoria, entre aqueles apresentados anteriormente, é necessário verificar o desempenho e o custo dos componentes associados a este item. De acordo com o descrito previamente, a motivação principal deste trabalho é a preocupação dispensada à melhoria do desempenho das válvulas automáticas, utilizadas em compressores de refrigeradores domésticos. Através da revisão bibliográfica apresentada, de trabalhos relacionados a escoamento em válvulas automáticas, constata-se o número ainda reduzido de trabalhos que investigam os parâmetros geométricos das mesmas, o que justifica a realização deste trabalho.

O presente trabalho tem como objetivo principal a análise numérica do escoamento através de válvulas automáticas do tipo palheta, quando estas sofrem modificações em sua estrutura, isto é, quando alguns parâmetros geométricos da válvula (palheta, assento e orifício de passagem) são modificados. O escoamento laminar, incompressível, adiabático e em regime permanente é resolvido pelo método dos volumes finitos nesta geometria. Três parâmetros diferentes são investigados: relação de diâmetros,  $D/d$ , afastamento adimensional,  $s_c/d$ , e números de Reynolds.

A presente tese tem ainda o objetivo de investigar e integrar métodos de análise, projeto e otimização de escoamentos incompressíveis e viscosos governados pelas equações de Navier-Stokes, construindo um código computacional capaz de acompanhar fronteiras sólidas irregulares. Para acompanhar tais fronteiras uma metodologia euleriana-lagrangeana foi utilizada. Nesta metodologia, a interface é modelada explicitamente através de marcadores de partículas e o escoamento é resolvido em uma malha fixa que não precisa ser gerada novamente, a interface se desloca através da mesma. Finalmente, um objetivo, não menos importante, é fornecer os resultados obtidos com o método de pontos interiores de Herskovits na previsão de uma função polinomial ótima modelando a região do assento da válvula.

## 1.4 Organização do Manuscrito

O presente manuscrito é dividido em onze capítulos e três apêndices. Neste capítulo apresentou-se uma introdução breve sobre os fundamentos do funcionamento do compressor hermético alternativo, ressaltando sua importância nos sistemas de refrigeração. Neste mesmo capítulo foi realizada uma revisão bibliográfica de trabalhos, relacionados com a modificação e investigação de parâmetros geométricos na válvula de compressores. Em seguida, a motivação e os objetivos para a efetivação deste trabalho foram explicitados.

No capítulo 2 são apresentadas as equações que governam o escoamento em difusores radiais. As simplificações, as condições de contorno e o método numérico utilizado para resolver tais equações são descritos.

No capítulo 3 são descritas as metodologias euleriana, lagrangeana e euleriana-lagrangeana para o acompanhamento de fronteiras com formato irregular. A última metodologia é utilizada neste trabalho, onde a fronteira é modificada explicitamente através de marcadores de partículas e o escoamento é resolvido iterativamente em uma malha fixa. No mesmo capítulo apresenta-se uma revisão bibliográfica sucinta sobre esta metodologia. Os objetivos desta revisão são apresentar os principais avanços das pesquisas em modelagem de fronteiras sólidas móveis e/ou irregulares, ou fronteiras entre dois fluidos que podem se fundir. A literatura específica é vasta nesta área, empregando diferentes metodologias para o acompanhamento de fronteiras complexas. No presente trabalho apenas a metodologia euleriana-lagrangeana será utilizada.

O capítulo 4 é dedicado à validação do código computacional desenvolvido e explora tanto o escoamento laminar em cavidades com topo deslizante e bases deformadas, como o escoamento no difusor radial. Primeiramente a análise do desempenho da metodologia euleriana-lagrangeana foi conduzida, tomando como referência os perfis de velocidades no centro das cavidades, os campos de pressão e linhas de corrente. Os resultados foram comparados com trabalhos disponíveis na literatura. Na sequência o código computacional para resolver o escoamento no difusor é validado. Considera-se a palheta paralela ao assento e em posições fixas de abertura. Os resultados são comparados com a solução analítica, possível somente para números de Reynolds e afastamentos pequenos, e com a solução numérica e experimental de outros autores. Em seguida, o assento é inclinado em  $5^\circ$  e a validação do código computacional é conduzida tomando como referência aos dados experimentais da distribuição de pressão sobre a superfície da palheta.

Após a etapa de validação investiga-se no capítulo 5 a influência de alguns parâmetros no escoamento (relação de diâmetros, inclinação do assento, número de Reynolds) sobre a distribuição de pressão no disco frontal. São realizados testes de sensibilidade em relação ao

refino de malha. Os resultados da análise numérica desta atividade essencial, mas não menos dispendiosa, são apresentados também no capítulo 5. As áreas efetivas de força e de escoamento são investigadas no mesmo capítulo para diferentes inclinações do assento na saída do orifício de passagem. Os resultados obtidos são para afastamentos adimensionais,  $s_c/d = 0,012$  e  $0,020$  e inclinações do assento variando entre  $5^\circ$  e  $32^\circ$ . A palheta é mantida paralela em relação ao assento em duas posições fixas de abertura.

No capítulo 6 explora-se numericamente o escoamento através do difusor radial inserindo um raio de arredondamento no assento, logo na saída do orifício de passagem. A distribuição de pressão e força na palheta, perda de carga e áreas efetivas de escoamento e força são investigadas para diferentes raios de arredondamento. Os campos de pressão e velocidades são apresentados e analisados. Nos capítulos 7 e 8 são investigados numericamente os escoamentos através do difusor radial inclinando, simultaneamente, o assento e a palheta, e utilizando o raio de arredondamento no assento e na palheta, respectivamente. Ambos os capítulos apresentam uma análise do perfil de pressão e da força incidindo sobre a palheta. Os parâmetros de eficiência do escoamento, linhas de corrente e campos de pressão também são analisados. Os capítulos 7 e 8 realizam uma comparação dos resultados obtidos com as modificações diferentes no assento e na palheta da válvula, expondo as principais conclusões.

Após a etapa de investigação onde o assento e a palheta da válvula são ambos modificados, o trabalho foi direcionado para a modificação apenas do assento da válvula, buscando um formato ótimo para tal componente. Com este objetivo, o capítulo 9 fornece os ingredientes básicos para a descrição e formulação do problema de otimização de forma. Uma breve revisão bibliográfica de otimização de forma e algumas categorias de variáveis de projeto são descritas. A curva polinomial empregada na otimização de forma, e as restrições das variáveis de projeto são definidas neste mesmo capítulo. Além disso, os métodos possíveis para a solução de problemas de otimização são apresentados.

No capítulo 10 é apresentado e descrito o método de pontos interiores de Herskovits para a resolução do problema de otimização. Os resultados obtidos com o emprego do método de otimização, para obter o polinômio ótimo na região do assento do difusor radial, são fornecidos e comentados para oito casos. Finalmente, o capítulo 11 apresenta uma discussão dos resultados obtidos no trabalho, as principais conclusões, contribuições e sugestões de possíveis tópicos para prosseguimento desta pesquisa.

O documento é composto ainda por três apêndices. No apêndice A, aborda-se a discretização das equações que governam o escoamento de fluidos, sendo que o método dos volumes finitos é utilizado para este fim. No mesmo apêndice descreve-se os esquemas de interpolação lei de potência e QUICK consistente, utilizados para a interpolação das variáveis do

---

escoamento nas faces dos volumes de controle. O apêndice B descreve o método SIMPLE adotado para tratar o acoplamento entre os campos de pressão e velocidades. Investiga-se ainda a natureza da formulação e se justifica o uso do armazenamento colocalizado das propriedades do escoamento na malha computacional. No apêndice C, obtém-se uma expressão para o fluxo de massa ideal através das válvulas. A partir do cálculo do fluxo de massa, a expressão para a área efetiva de escoamento é obtida.

### Equações Governantes para o Escoamento em Difusores Radiais

#### 2.1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas as equações que governam o escoamento do gás refrigerante em difusores radiais. Algumas simplificações são assumidas e as condições de contorno a serem satisfeitas pelas componentes da velocidade são apresentadas.

#### 2.2 Equações Governantes

Os escoamentos radiais com alimentação axial, além do gradiente adverso de pressão, apresentam também uma mudança brusca de direção após atingir a palheta, quando o fluido que escoava axialmente (direção  $x$ ) no orifício alimentador passa para a região do difusor propriamente dito, onde passa a escoar radialmente (direção  $r$ ). A figura 2.1 apresenta a geometria da válvula com palheta paralela caracterizada por um escoamento radial com alimentação axial.

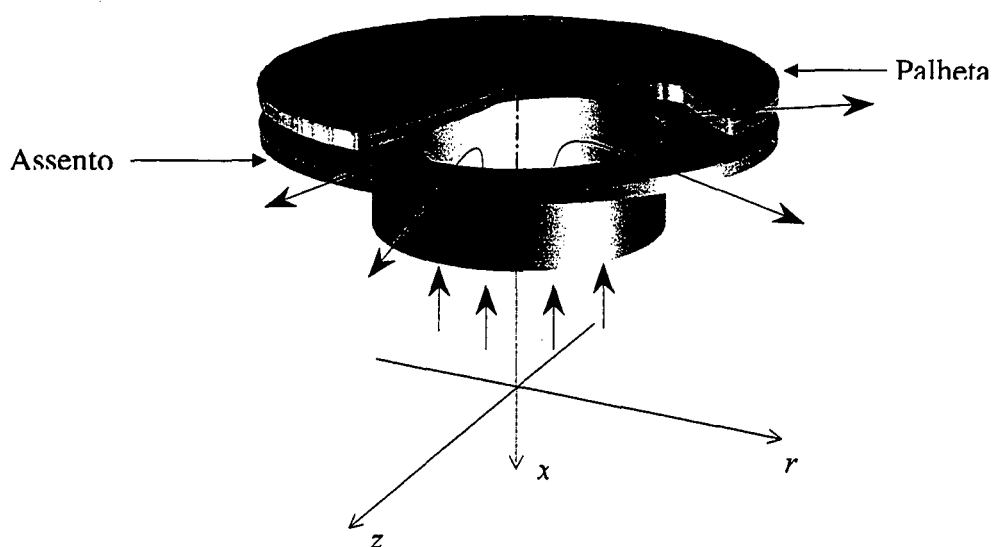


Figura 2.1 - Geometria da válvula com palheta paralela.

Nota-se na figura 2.1 que o sistema de coordenadas natural para resolver o escoamento nesta geometria é o cilíndrico onde

$$\begin{aligned} y &= r \cos\theta, \\ z &= r \sin\theta. \end{aligned} \quad (2.1)$$

As equações em coordenadas cilíndricas que regem o escoamento no difusor radial são as equações de Navier-Stokes, expressas por uma única equação para a variável  $\phi$  genérica como

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v\phi)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho w\phi)}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \Gamma^\phi r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\Gamma^\phi}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + S^\phi, \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde  $\phi$  assume o valor unitário para a equação da conservação da massa e é igual a  $u$ ,  $v$  e  $w$  para as equações da quantidade de movimento nas direções axial, radial e angular, respectivamente;  $\Gamma^\phi$  e  $S^\phi$  são, respectivamente, os coeficientes de difusão e termos fonte.

### 2.3 Simplificações

Um problema de escoamento de fluidos deve a rigor ser resolvido através da equação de Navier-Stokes completa. Contudo, na construção de modelos, é recomendável o uso de simplificações. Segundo Peters (1994), embora a simplificação das equações governantes seja, muitas vezes, condição necessária para a solução do problema, deve-se ter cuidado para que o escoamento não seja violado por premissas demasiadamente restritivas. As seguintes simplificações são consideradas na modelagem do problema tratado nesta tese:

- (i) Escoamento laminar – escoamento no qual  $Re < Re_c$ , onde  $Re_c$  é o número de Reynolds crítico, no qual o escoamento se torna instável a pequenas perturbações e inicia sua transição para o escoamento turbulento;
- (ii) Escoamento isotérmico – escoamento sem variação da temperatura;
- (iii) Regime permanente – resolução do escoamento sem interesse na solução transiente, isto é,  $\partial\phi/\partial t = 0$ . Pode-se manter o termo temporal, e resolver o

o termo temporal das equações, mesmo assim as equações serão resolvidas várias vezes devido as não linearidades das equações.

(iv) Escoamento bidimensional axissimétrico –  $w = \partial\phi/\partial\theta = 0$ .

Introduzindo a simplificação de escoamento bidimensional e axissimétrico, a equação da conservação da massa e das componentes axial e radial da equação de Navier-Stokes, se tornam:

equação da conservação da massa

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v)}{\partial r} = 0, \quad (2.3)$$

componente axial da equação de Navier-Stokes

$$\frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v u)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad (2.4)$$

componente radial da equação de Navier-Stokes

$$\frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v v)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \left( \frac{\mu v}{r^2} \right), \quad (2.5)$$

onde

$\rho$  - massa específica do fluido [ $\text{kg/m}^3$ ];

$\mu$  - viscosidade absoluta [ $\text{Pa.s}$ ];

$u$  - componente da velocidade na direção axial (direção  $x$ ) [ $\text{m/s}$ ];

$v$  - componente da velocidade na direção radial (direção  $r$ ) [ $\text{m/s}$ ];

$w$  - componente da velocidade na direção angular (direção  $\theta$ ) [ $\text{m/s}$ ];

$p$  - pressão [ $\text{Pa}$ ].

No presente trabalho as equações (2.3) a (2.5) são resolvidas na forma dimensional e os valores adotados para as propriedades  $\rho$  e  $\mu$  são  $1,205 \text{ Kg/m}^3$  e  $1,81 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$ , respectivamente. Como o escoamento é axissimétrico e bidimensional, estuda-se apenas um radiano ao longo da circunferência do difusor. Conforme apresentado na figura 1.3 a alimentação do gás refrigerante para o difusor ocorre através do orifício de passagem de comprimento  $e$  ( $= 14,5 \text{ mm}$ ) e diâmetro



$d$  ( $= 34,9$  mm). A região onde é colocado o orifício corresponde ao assento e o disco frontal superior à palheta. O diâmetro da palheta é  $D$  ( $= 104,7$  mm) e o afastamento entre a palheta e o assento é  $s_c$  ( $= 0,012d$  ou  $0,020d$ ).

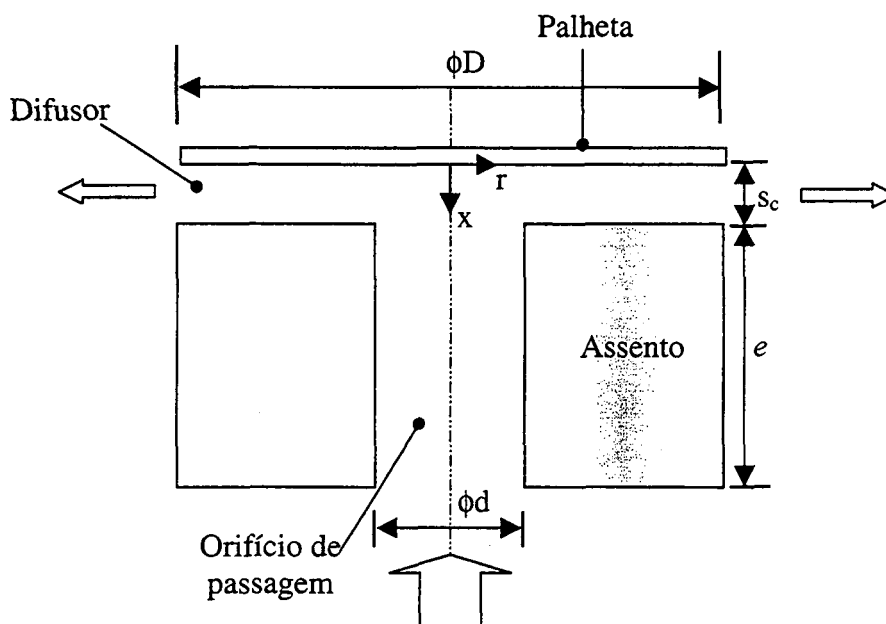


Figura 1.3 - Difusor radial concêntrico com palheta paralela.

## 2.4 Condições de Contorno

Nesta seção são especificadas as condições de contorno, que devem ser satisfeitas pelas componentes da velocidade na direção radial e axial, em cada fronteira do domínio bidimensional de solução, apresentado na figura 2.2. Esta figura mostra um domínio computacional com palheta paralela em relação ao assento.

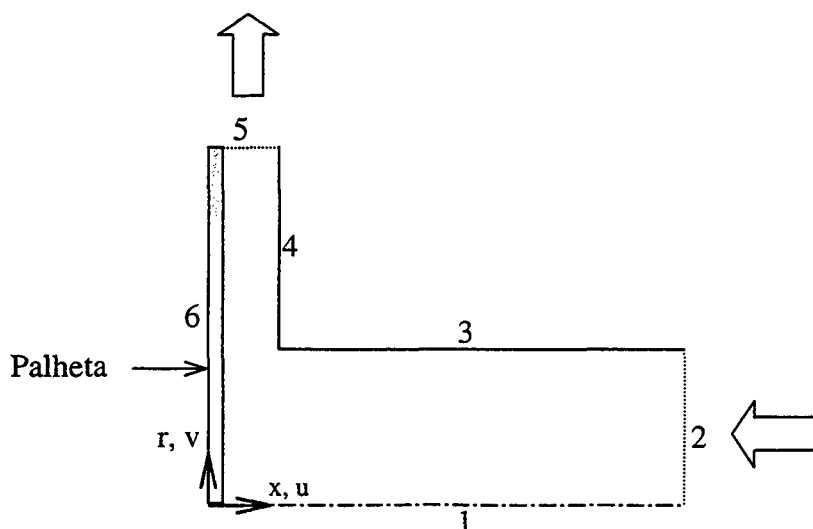


Figura 2.2 - Domínio computacional para simulação do escoamento radial.

### 2.4.1 Condição de Simetria e Saída de Massa

Na fronteira com saída de massa, região 5 da figura 2.2, dois tipos de condições de contorno podem ser aplicadas. Uma das possibilidades é considerar a condição de escoamento localmente parabólico na saída, isto é,  $\partial(rv)/\partial r = 0$  para a equação da velocidade na direção radial, isto é, despreza-se a influência dos pontos nodais na fronteira sobre os campos de propriedades do escoamento no interior do domínio de solução. Para a velocidade na direção axial adota-se  $\partial u/\partial r = 0$  e a pressão é extrapolada utilizando dois pontos internos ao domínio. Acredita-se que para a relação de diâmetros menor,  $D/d = 1,66$ , o domínio de cálculo talvez devesse ser estendido para que esta condição não cause problemas na solução numérica. No presente trabalho são adotadas estas condições de contorno.

A outra possibilidade é prescrever a pressão na saída, isto é,  $p = p_{\text{prescrito}}$ . Neste caso a velocidade na direção radial no contorno é obtida utilizando a equação da conservação da quantidade de movimento naquela posição.

No eixo de simetria, região 1 da figura 2.2, é usada a condição de simetria  $v = \partial u/\partial r = 0$  e a pressão é obtida através da extrapolação utilizando a pressão em dois pontos nodais vizinhos.

#### 2.4.2 Condição de Fronteiras Sólidas

Nas fronteiras sólidas, isto é, as regiões 3, 4 e 6 na figura 2.2, a condição de fronteira impermeável e de não deslizamento é imposta, isto é as velocidades na direção radial e axial são nulas e a pressão é extrapolada em cada ponto da fronteira sólida usando dois pontos internos ao domínio computacional.

#### 2.4.3 Condição de Entrada de Massa

Na fronteira com entrada de massa, região 2 na figura 2.3, Ferreira *et al.* (1989) prescreveram a velocidade na direção radial nula e obtiveram a velocidade na direção axial a partir do número de Reynolds, isto é,  $u = \bar{U}_{\text{in}} = \mu \text{Re}/\rho d$ , a velocidade na direção radial é nula e a pressão é extrapolada a partir de dois pontos nodais internos ao domínio. Estas mesmas condições serão adotadas aqui.

Deschamps (1987) verificou que para afastamentos reduzidos entre a palheta e o assento, os perfis de velocidades na entrada do orifício de passagem não afetam a distribuição de pressão

na palheta, porque o fluido sofre uma grande aceleração ao aproximar-se do difusor, fazendo com que haja uma acentuada deformação do perfil de velocidade mais à montante, tornando irrelevante a forma deste perfil na entrada do orifício.

As condições de contorno, para as equações (2.7) a (2.9), são identificadas pelos índices mostrados na figura 2.2. O domínio computacional deve abranger apenas a região de escoamento, não incluindo a região sólida da válvula. Para evitar a simulação numérica na região sólida, Langer *et al.* (1993) propuseram o uso de uma malha semi-estruturada. Esta técnica é adotada no presente trabalho e será detalhada na seção 4.3 do presente trabalho.

## 2.5 Metodologia de Solução

As equações diferenciais, representadas pelas equações (2.7) a (2.9), juntamente com as respectivas condições de contorno, são resolvidas usando o Método dos Volumes Finitos (MVF) (Patankar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 1995; Ferziger e Peric, 1996). Neste método o domínio de solução é dividido em pequenos volumes de controle finitos. As equações diferenciais são integradas em cada um destes volumes de controle. Desta integração resultam equações algébricas que, quando resolvidas, simultaneamente ou segregadamente, fornecem as componentes de velocidade e a pressão.

No MVF, as variáveis dependentes e suas derivadas nas faces dos volumes de controle são obtidas por funções de interpolação, que podem ser baseadas na física do problema. Os termos não lineares das equações diferenciais são linearizados nas equações algébricas, efetuando o cálculo de coeficientes com valores da variável  $\phi$  estimados anteriormente. As equações algébricas no MVF são obtidas promovendo um balanço em volumes de controle finitos, garantindo a conservação das grandezas físicas em um estágio intermediário entre o domínio físico global e o infinitesimal das equações diferenciais.

Maiores detalhes sobre a discretização são encontrados no apêndice A do presente trabalho. Naquele apêndice apresenta-se a discretização das equações de conservação para os volumes que são internos (volumes cheios) e para os volumes do contorno interceptados pela curva interfacial (volumes interfaciais). No apêndice B descreve-se o acoplamento entre os campos de velocidade e de pressão e apresenta-se o método numérico utilizado na solução das equações algébricas.

#### 3.1 Introdução

Muitas questões críticas que surgem na resolução de escoamentos de fluidos são relacionadas às fronteiras entre fluidos e sólidos ou entre fluidos e fluidos. Estas questões podem ser complexas, visto que em muitos casos as fronteiras são deformáveis e móveis. O presente capítulo descreve brevemente, na segunda seção, as técnicas computacionais que podem ser utilizadas na modelagem de fronteiras irregulares e/ou móveis. A técnica mista combinando os métodos euleriano e lagrangeano, denominada ELAFINT (*Eulerian Lagrangian Algorithm for Interface Tracking*) é investigada.

A metodologia ELAFINT modela os volumes com formato irregular que estão na interface entre o fluido e o sólido. Nesta metodologia os volumes de controle são estruturados em todo o domínio, exceto na fronteira onde, devido à presença do sólido, os volumes se tornam trapezoidais. Uma revisão bibliográfica da metodologia ELAFINT é descrita e em seguida os parâmetros geométricos necessários para identificar os volumes que estão na fronteira sólida são abordados. Os fluxos convectivos e difusivos, passando através das faces dos volumes de controle que estão na interface - que separa duas fases do sistema - são avaliados. Finalmente, é descrito o cálculo das componentes do vetor normal na interface, utilizando um polinômio de segundo grau como curva interfacial, para efeito de ilustração.

#### 3.2 Técnicas Computacionais para Modelagem de Interfaces

Quando um domínio computacional possui contornos irregulares, o método de volumes finitos clássico (Patankar, 1980) não pode ser usado. Em seu lugar, pode-se usar volumes finitos com malhas adaptadas aos contornos ou malhas cartesianas onde os volumes da interface tem formato irregular. Nesta seção descreve-se brevemente algumas das metodologias que podem ser utilizadas na solução de escoamentos em domínios com contornos irregulares.

Conforme apresentado em Maliska (1995), as malhas com coordenadas adequadas para acompanhar geometrias com contornos irregulares foram desenvolvidas lentamente até 1970. No

início desta mesma década, começou-se a empregar coordenadas generalizadas para a modelagem de contornos arbitrários e, a partir daí, outros sistemas de coordenadas foram utilizados para solucionar problemas em geometrias com fronteiras complexas ou móveis.

Em problemas envolvendo fronteiras móveis, independentemente da não linearidade inerente aos diversos fenômenos físicos, o tratamento da interface incluindo a forma, a localização e as velocidades é muito complicado porque a informação da interface necessita ser calculada juntamente com as equações do escoamento.

Existem várias metodologias encontradas em revistas especializadas que podem ser utilizadas para resolver escoamentos em domínios computacionais cujas fronteiras são móveis e/ou irregulares, cada uma com suas vantagens e desvantagens. Estas metodologias possuem características próprias e podem ser classificadas basicamente em três categorias principais (Shyy *et al.*, 2001):

- (i) métodos lagrangeanos;
- (ii) métodos eulerianos;
- (iii) métodos euleriano-lagrangeanos.

As diversas técnicas de rastreamento de interface têm suas potencialidades e limitações e nenhuma é superior em todas as situações. As principais características dos métodos eulerianos e lagrangeanos são apresentadas na figura 3.1. A próxima seção resume as características individuais de cada método.

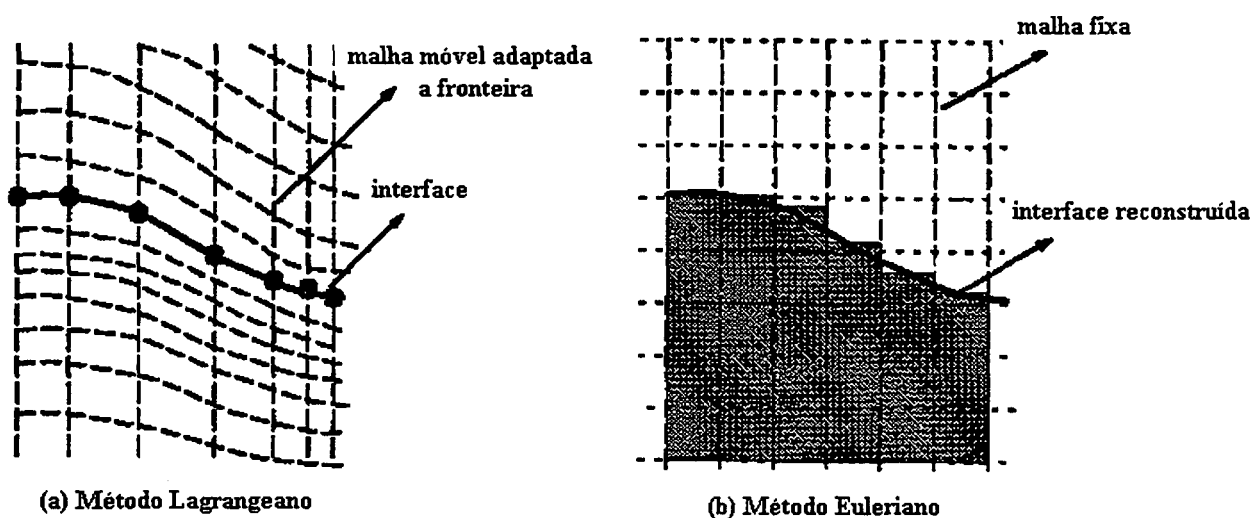


Figura 3.1 - Comparação dos métodos (a) lagrangeanos e (b) eulerianos para modelagem da interface (Fonte: Shyy *et al.*, 2001).

### 3.2.1 Métodos de Malha Móvel (Lagrangeanos)

Nos métodos lagrangeanos, as malhas são móveis, isto é, em dois tempos distintos de simulação as malhas são distintas. Estes métodos caracterizam-se por possuir malhas localmente ajustadas para coincidir com a interface ou superfície livre que mudam durante o processo, como pode ser observado na figura 3.1.

Na discretização de um domínio com fronteira fixa, quando a forma é verdadeiramente complexa, pode-se recorrer para a decomposição do domínio computacional em: domínios interconexos (Prata e Sparrow, 1985), blocos estruturados (He *et al.*, 2000), malhas adaptativas (Çabuk e Modi, 1992), ou malhas não estruturadas (Marcondes, 1996; Mariani, 1997; Vasconcellos, 1999). Existem também os métodos emergentes, denominados de métodos sem malha para a solução de problemas finitos de deformação (Liszka *et al.*, 1996; Belytschko *et al.*, 1996).

Ao adotar volumes finitos com malhas que se adaptam aos contornos, existem duas possibilidades: variar o número de volumes ou manter o número de volumes fixo, havendo somente uma deformação da malha durante a execução da simulação numérica. De uma maneira geral estes métodos são de difícil implementação e exigem um grande tempo computacional (Shyy *et al.*, 2001). Em determinadas geometrias, poderá ser necessário, durante o processo de execução, gerar a malha novamente para ajustar as irregularidades de alguns volumes (Lopes, 1996; Matos, 2002).

O método lagrangeano geralmente utiliza uma malha em que uma linha particular da mesma coincide com a interface, facilitando a aplicação das condições interfaciais. As equações governantes são resolvidas na malha adaptativa – malha que se adapta ao contorno, à fronteira - e o domínio físico irregular é mapeado em um espaço computacional uniforme fixo por meio de transformações métricas (Shyy *et al.*, 2001). Quando a variação geométrica nas fronteiras móveis é modesta a técnica de malha móvel pode ser eficaz já que a mesma trata explicitamente a condição interfacial pelo ajustamento das linhas da malha (Shyy *et al.*, 2001).

### 3.2.2 Métodos de Malha Fixa (Eulerianos)

Nos métodos eulerianos, a malha é fixa e a interface ou superfície irregular livre se move através dela. Esta classe de métodos, particularmente para superfícies com grandes deformações, é vantajosa porque acompanha a interface ou superfície livre como uma curva ou superfície. Além disso, nestes métodos a fronteira é obtida por uma propriedade do escoamento. A interface

é, então, um isocontorno apropriado da propriedade do escoamento. Os cálculos são executados em uma malha fixa que pode ser: cartesiana (Shyy *et al.*, 1996; Udaykumar *et al.*, 1999) ou não estruturada (Barth e Sethian, 1998).

Entre os métodos eulerianos pode-se citar o método das células marcadas - *marker and cell* – onde cada volume é marcado com  $c$ , se o volume é cheio de fluido,  $v$ , se não tem fluido, isto é, o volume é vazio, ou  $m$ , se o volume é misto, isto é aqueles volumes por onde passa a fronteira irregular. O código computacional deve ser preparado para trabalhar com os volumes marcados com  $c$  e  $v$ . Para os volumes marcados com  $m$  devem ser utilizadas equações especiais, diferentes dos demais volumes.

O método de células marcadas exige um avanço explícito no tempo, de forma que a interface móvel, onde se encontram os volumes marcados por  $m$ , pode avançar no máximo uma linha de volumes de controle por passo de tempo (Zaidi *et al.*, 1996).

### 3.2.3 Métodos Euleriano-Lagrangeanos

Esta classe de métodos combina algumas características das duas metodologias anteriores. A interface é modelada explicitamente como curvas no espaço bidimensional ou superfícies no espaço tridimensional, semelhante à metodologia lagrangeana. Os cálculos são executados em uma malha fixa cuja topologia é independente daquela da interface, semelhante à metodologia euleriana. A interface é reconstruída usando marcadores de partículas ou algumas funções especiais como o método de volumes de fluidos (VOF).

O método VOF exige uma equação extra para a determinação da fronteira em movimento. Nesta equação utiliza-se a fração do volume com líquido,  $F$ , quando  $F = 1$  tem-se um volume cheio de líquido, quando  $F = 0$  tem-se um volume vazio, isto é, sem líquido. Os volumes com  $0 < F < 1$  são aqueles por onde a fronteira irregular passa. Nesta metodologia existe uma única equação para todos os volumes do domínio. Não há a necessidade de controle computacional para dizer se determinado volume pertence ao domínio de cálculo como no método de células marcadas (Li *et al.*, 2001; Raynal e Harter, 2001).

Os métodos euleriano-lagrangeanos tratam explicitamente a interface fixa ou móvel e, transmitem a informação da mesma para as equações governantes como os métodos eulerianos. Entre tais métodos estão:

- (i) o método da fronteira móvel imersa (Peskin, 1977; Udaykumar *et al.*, 1997);
- (ii) o método dos volumes cortados - *cut-cell* - (Quirk, 1994; Udaykumar e Shyy, 1995b, Udaykumar *et al.*, 1996; Udaykumar *et al.*, 1997);
- (iii) o método do domínio fictício (Glowinski *et al.*, 1994).

No método dos volumes cortados há necessidade de controle computacional para identificar se determinado volume de controle pertence ao domínio de cálculo, semelhante ao que ocorre com o método das células marcadas. Nos métodos euleriano-lagrangeanos, os volumes que estão na fronteira irregular são identificados pelos marcadores de partículas e recebem tratamento especial no cálculo dos fluxos, a fim de conservar as grandezas que cruzam as interfaces.

No presente trabalho a metodologia euleriana-lagrangeana – ELAFINT - é utilizada. Optou-se pela adoção desta metodologia por vários motivos, entre eles pode-se citar:

- (i) a autora do presente trabalho já havia trabalhado com malhas não-estruturadas (diagramas de Voronoi) em sua dissertação de mestrado (Mariani, 1997) e estava disposta à investigar uma nova metodologia;
- (ii) porque pretende-se estender esta metodologia para resolver escoamentos bifásicos e o escoamento no difusor radial com a palheta móvel, onde acredita-se que o ELAFINT seja bastante adequado.
- (iii) não utilizou-se malha adaptativa porque no Núcleo de Pesquisa em Refrigeração, Ventilação e Condicionamento de Ar (NRVA) já havia outro aluno usando este tipo de malha (Matos, 2002).

Na metodologia ELAFINT a interface é modelada explicitamente por marcadores de partículas e o escoamento é resolvido em uma malha cartesiana fixa (Udaykumar *et al.*, 1996), em conjunção com a metodologia proposta por Ye *et al.* (1999a) para a avaliação dos fluxos nas faces dos volumes interfaciais. Na próxima seção uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos referentes a esta metodologia, encontrados na literatura, é apresentada.

### 3.3 Revisão Bibliográfica do ELAFINT

Os algoritmos baseados em coordenadas adaptativas têm sido extensivamente desenvolvidos nas últimas duas décadas. Contudo, a eficácia das malhas adaptativas se deteriora quando a interface é distorcida, devido à dificuldade na obtenção de malhas com distribuição suave. A situação é complexa quando existem fronteiras móveis, ou as interfaces fundem-se ou fragmentam-se. Nas interfaces com formato muito deformado, métodos puramente eulerianos (métodos associados a um referencial especial fixo) são aplicáveis. No entanto, quando detalhes da forma da interface são explicitamente tratados, os métodos eulerianos não são adequados,



porque a informação da interface é obtida por uma variável do escoamento (por exemplo, a velocidade) que descreve os detalhes da forma e curvatura da interface (Shyy *et al.*, 1993).

No acompanhamento de interfaces altamente deformadas, uma combinação dos métodos euleriano e lagrangeano (métodos associados a um referencial que se desloca com o fluido) é desejável (Udaykumar e Shyy, 1995a). Tais métodos empregam uma malha estruturada fixa, onde a única componente móvel é a interface. A presença da interface passando através da malha fixa exige uma modelagem especial, porque alguns volumes de controle interfacial são fragmentados pela mesma. Na metodologia mista euleriana-lagrangeana, a interface é modelada explicitamente, enquanto os cálculos do escoamento são executados em uma malha fixa. Na essência estes métodos diferem dos métodos puramente eulerianos porque as fronteiras são modeladas explicitamente como um conjunto de segmentos de curvas (Udaykumar *et al.*, 1999), esta situação é ilustrada na figura 3.2.

Em especial a metodologia euleriana-lagrangeana denominada ELAFINT baseia-se no uso de marcadores de partículas, que delimitam a interface em uma malha fixa. O uso de marcadores de partículas originou-se há mais de três décadas (Peskin, 1977), sendo atrativo devido a sua habilidade para modelar interfaces com topologia arbitrariamente complexas. Esta metodologia é adotada no presente trabalho pelos seguintes motivos:

- (i) a malha é não estruturada apenas nos volumes da fronteira sólida irregular;
- (ii) a malha é fixa, não precisando ser gerada novamente quando a interface se move;
- (iii) a interface é representada adequadamente por marcadores de partículas, obtidos pela interseção das faces dos volumes de controle trapezoidais com a malha.

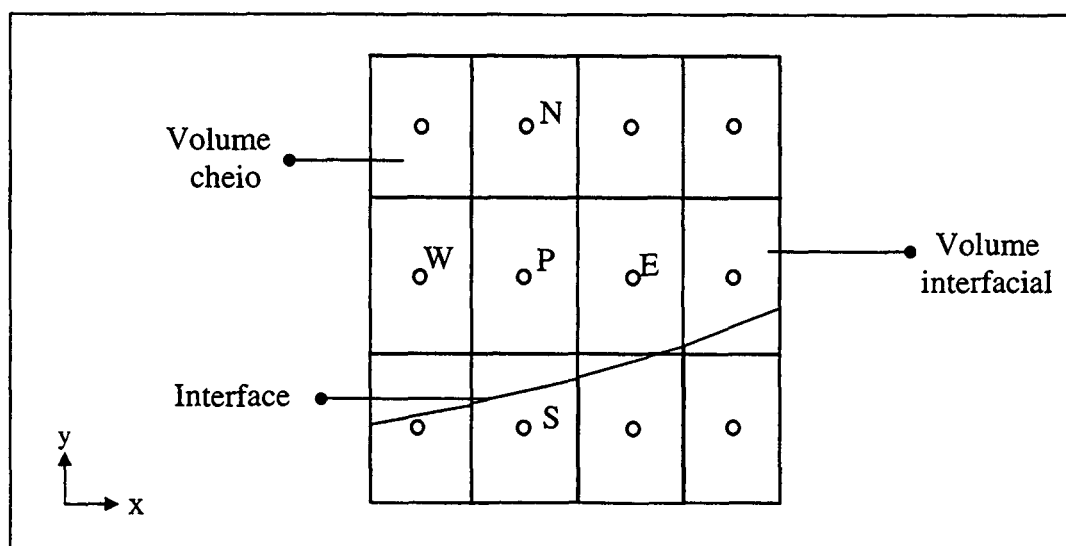


Figura 3. 2 – Interface entre sólido e fluido.

Muitos problemas de dinâmica dos fluidos de interesse prático envolvem contornos com formato irregular. Em alguns casos os contornos também se movem e mudam de forma. Esforços consideráveis têm sido realizados na simulação de escoamentos de fluido na presença de tais fronteiras, que freqüentemente separam fases distintas do sistema. A seguir são exibidos alguns trabalhos sobre o ELAFINT, desenvolvidos recentemente. Entretanto, na literatura especializada existem vários trabalhos sobre o uso de malhas cartesianas em domínios com fronteiras irregulares, que não são descritos na presente revisão bibliográfica.

Peskin (1977) resolveu as equações de Navier-Stokes na presença de fronteiras móveis imersas interagindo com o escoamento. A fronteira móvel foi representada pelas paredes do coração, onde pontos materiais configuram a fronteira e sua deformação, conforme apresentado na figura 3.3. Nesta figura o número de pontos de fronteira foi drasticamente reduzido com o objetivo de ilustração. Os resultados numéricos foram apresentados para uma válvula natural e um protótipo. O entendimento do escoamento do sangue no coração é intimamente ligado ao desempenho das válvulas do coração e é de fundamental importância para o projeto de válvulas e corações artificiais. O método pode ser aplicado em problemas práticos de projeto de válvulas. De acordo com o autor a grande força do método numérico é sua generalidade, porque pode-se construir o coração e a válvula de formatos arbitrários no computador e testar o seu desempenho, isto é, intervenções que podem ser difíceis de se executar em experimentos animais são básicas no contexto computacional. Este trabalho é uma extensão do trabalho realizado pelo mesmo autor em 1972 (Peskin, 1972).

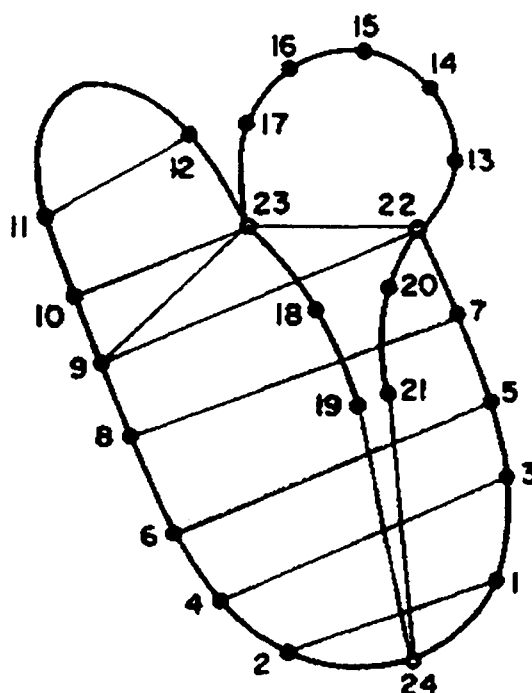


Figura 3.3 - Pontos de fronteira modelando a região do coração (Fonte: Peskin, 1977).

Shyy *et al.* (1993) simularam numericamente o movimento da interface durante a solidificação de materiais puros. Aplicaram uma aproximação quase-estacionária para o movimento da interface, resultando em uma precisão inadequada para números de Stefan não triviais. Um procedimento genérico para o acompanhamento da interface foi desenvolvido e aplicado para estudar o movimento de uma interface com fase instável. O método foi utilizado para elucidar os vários aspectos do processo de mudança de fase. Os autores empregaram a transformação de coordenadas para mapear o domínio físico com formato irregular em um domínio computacional regular.

Quirk (1994) empregou uma malha cartesiana para modelar regiões com fronteiras irregulares, surgindo volumes cortados na fronteira, que podiam ser arbitrariamente pequenos. Se isto ocorria os volumes eram redistribuídos entre os volumes vizinhos, recebendo um tratamento especial, conforme ilustra a figura 3.4. O autor combinou a metodologia empregada com um eficiente método de refinamento de malha.

Udaykumar e Shyy (1995a) apresentaram uma técnica numérica para capturar fronteiras complexas, empregando uma malha cartesiana fixa na discretização do domínio computacional. Nesta técnica, marcadores de partículas foram empregados para definir a interface. As partículas foram unidas por segmentos parabólicos e valores precisos da curvatura e normais foram obtidos para cada ponto da interface. Novos marcadores de partículas foram gerados a cada nível de tempo por um procedimento de intersecção. Os passos para detectar os locais de fusão foram descritos em detalhes naquele trabalho e diversos resultados foram apresentados para validar a técnica utilizada.

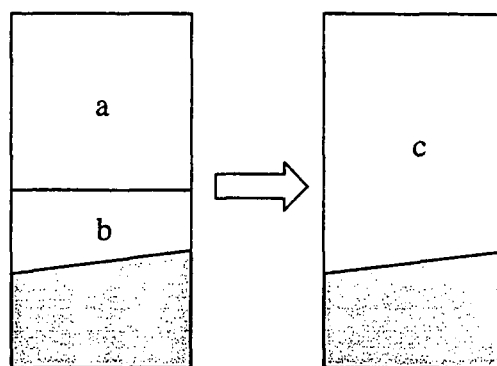


Figura 3.4 - Estratégia de fusão usada para remover volumes pequenos.

Udaykumar e Shyy (1995b) desenvolveram o método numérico euleriano-lagrangeano para resolver problemas de solidificação de materiais puros onde surgem fronteiras com formato irregular. O procedimento para capturar estas fronteiras emprega marcadores de partículas. As

equações do escoamento são resolvidas em uma estrutura fixa (euleriana) utilizando o método dos volumes finitos.

Udaykumar *et al.* (1996) e Shyy *et al.* (1996), dando continuidade aos trabalhos citados anteriormente, apresentaram a discretização das equações de Navier-Stokes para os volumes interfaciais, e descreveram o cálculo dos fluxos interfaciais, dos termos fontes e dos gradientes de pressão utilizando a técnica de simulação numérica ELAFINT. Usaram a técnica de volumes cortados para resolver o escoamento em geometrias arbitrárias. As variáveis foram dispostas de maneira desconstruída no domínio computacional. O problema clássico da cavidade foi utilizado para validar a metodologia em fronteiras estacionárias (sem movimento), a cavidade teve sua base deformada e a solução obtida utilizando o ELAFINT foi comparada com os resultados, encontrados na literatura, utilizando malha adaptativa. Os testes numéricos envolvendo mudança de fase serviram para validar a metodologia. Estes trabalhos são recomendados para quem quer se iniciar na metodologia ELAFINT.

Udaykumar *et al.* (1997) empregaram a metodologia ELAFINT para a simulação de escoamentos através de geometrias com fronteiras complexas e móveis. A técnica dos volumes cortados foi utilizada nas fronteiras entre sólido e fluido (problema da cavidade com base deformada), enquanto a técnica de fronteira imersa (Peskin, 1977) foi usada nas fronteiras móveis entre dois fluidos. As variáveis foram dispostas de maneira colocada no domínio computacional.

Udaykumar *et al.* (1999) aplicaram o método de diferenças finitas, com precisão global de segunda ordem no espaço e no tempo, para acompanhar a fronteira móvel em uma malha cartesiana fixa. A interface foi tratada como uma descontinuidade e acompanhada explicitamente. A prescrição das condições de contorno na interface foi efetuada usando um ajustamento na vizinhança da interface. Fenômenos de solidificação instáveis foram simulados e comparados com publicações prévias.

Ye *et al.* (1999a e 1999b) exibiram o método da malha cartesiana fixa para simular escoamentos incompressíveis, viscosos, em regime permanente, com fronteiras complexas. Apresentaram e aplicaram uma nova interpolação para discretização precisa nos volumes que são cortados pela interface. Esta interpolação tem precisão espacial de segunda ordem e semelhanças com o método ELAFINT de Udaykumar *et al.* (1996). Contudo, alguns avanços foram realizados incluindo o uso de um esquema passo-fracional, que resulta em uma solução rápida do escoamento em regime permanente. O método gradiente conjugado pré-condicionado foi utilizado para resolver a equação de Poisson para a pressão, acelerando substancialmente a convergência desta equação.

Shyy *et al.* (1999) estudaram e investigaram as características dinâmicas de escoamentos viscosos interagindo com estruturas flexíveis. Os cálculos e os aspectos físicos foram apresentados através da resolução de dois problemas. Ambas as abordagens lagrangeana e euleriana-lagrangeana (técnica de fronteira imersa) foram adotadas para resolver os problemas.

Nas próximas seções identifica-se os parâmetros geométricos necessários para identificar a interface irregular entre o fluido e o sólido, bem como descreve-se como é feita a discretização dos volumes interfaciais, que apresentam formato trapezoidal.

### 3.4 Parâmetros Geométricos para Identificar Fronteiras entre Sólido e Fluido

Muitos fenômenos físicos envolvem interfaces que, devido a instabilidades ou influências externas, sofrem deformações severas tal como dilatação, compressão, fragmentação e colisão. A física envolvida em tais processos exige detalhamento e precisão no tratamento da interface. Por exemplo, sob condições usuais em processos de solidificação, a interface entre sólido e líquido raramente mantém um estado planar. Logo, o ELAFINT pode ser benéfico na solução de escoamentos difíceis, envolvendo fronteiras móveis e geometricamente complexas.

O ELAFINT combina características de métodos eulerianos e lagrangeanos. A malha é fixa e a interface, com formato irregular, é acompanhada na malha e representada usando marcadores de partículas. Alguns requisitos são necessários no uso do ELAFINT. Para os volumes interfaciais e os volumes cheios é preciso calcular os parâmetros geométricos básicos da malha computacional cartesiana. Na figura 3.5 observam-se estes parâmetros.

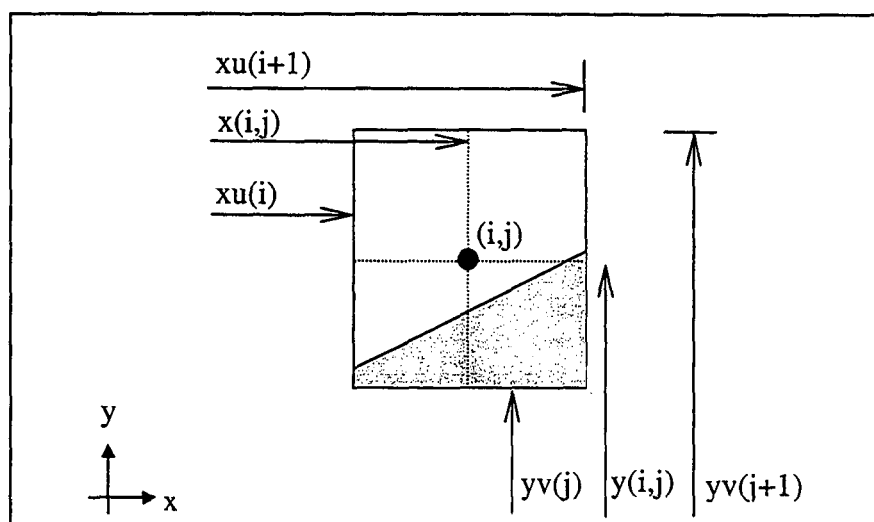


Figura 3.5 - Identificação dos parâmetros geométricos no volume (i, j).

onde,

- $i$  - índice que denota a posição em  $x$ ;
- $j$  - índice que denota a posição em  $y$ ;
- $x(i, j)$  - valor da abcissa ( $x$ ) no ponto nodal  $(i, j)$ ;
- $y(i, j)$  - valor da ordenada ( $y$ ) no ponto nodal  $(i, j)$ ;
- $xu(i)$  - localização da face no volume de controle  $(i, j)$  na direção de  $x$ ;
- $yv(j)$  - localização da face no volume de controle  $(i, j)$  na direção de  $y$ .

A identificação dos volumes interfaciais é outro aspecto importante no emprego do ELAFINT. Aos volumes interfaciais estão associados dois marcadores. Existem 16 tipos de volumes interfaciais básicos, assim como existem algumas variantes destes, classificados de acordo com o corte da função interfacial. A figura 3.6 ilustra como pode ser o corte da função interfacial em oito tipos de volumes de controle interfacial. Note-se que não é permitido que vértices surjam no interior de um volume de controle.

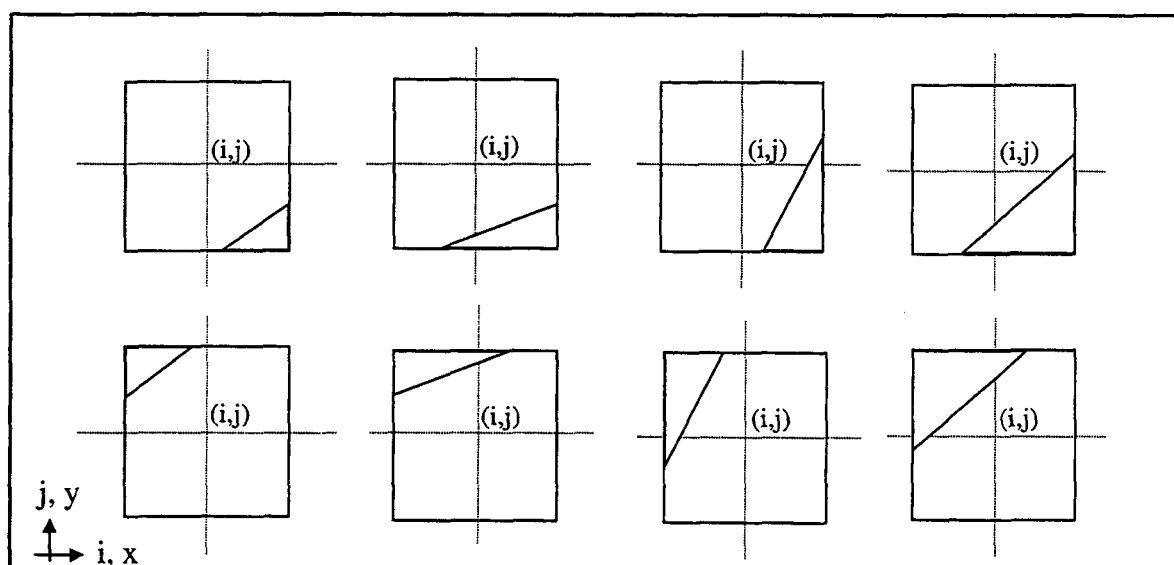


Figura 3.6 - Cortes da função interfacial nos volumes interfaciais.

Como não existe limite no número de interseções que podem ocorrer nos volumes, o tipo de volume é geralmente determinado pelo primeiro e último ponto de interseção (marcadores interfaciais) como mostrado na figura 3.7. Os marcadores de cada volume de controle interfacial devem ser armazenados. A posição dos marcadores interfaciais é obtida pela interseção do segmento da função interfacial com as linhas da malha (Udaykumar e Shyy, 1995b). Na figura 3.7 estes marcadores são representados pelos índices  $n$  e  $n+1$ . Na mesma figura os parâmetros  $x_{\text{médio}}$  e  $y_{\text{médio}}$  são ilustrados. Estes parâmetros representam as coordenadas do ponto médio do segmento interfacial.

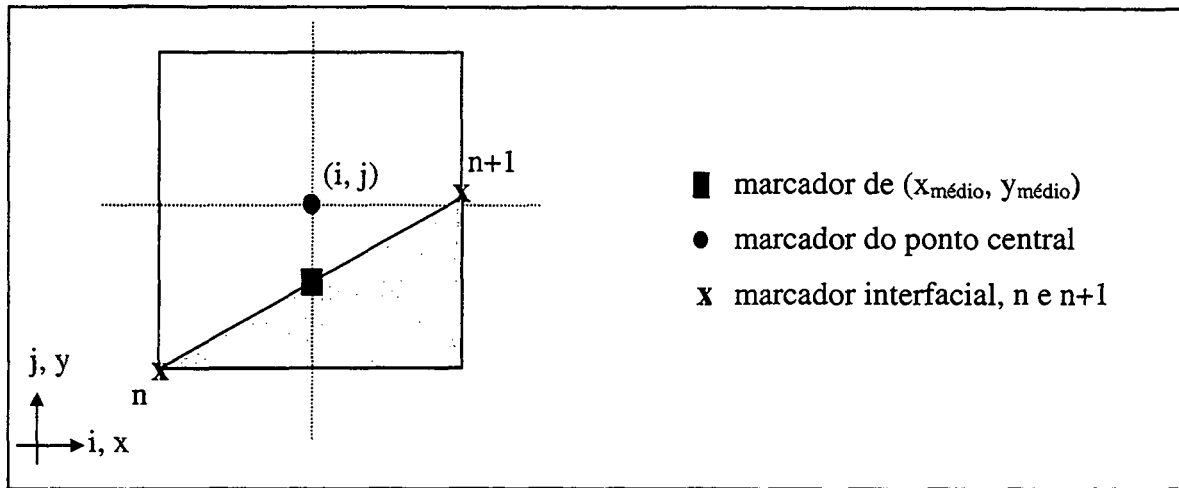


Figura 3.7 – Marcadores no volume de controle interfacial.

Sob algumas circunstâncias um volume trapezoidal pode ter mais que dois pontos de interseção indicando que a malha está grosseira. Neste caso é necessário refinar a malha localmente, a fim de se obter um melhor resultado para a representação da fronteira. A figura 3.8 ilustra exemplos de volumes interfaciais, e no volume do centro a malha está grosseira, devido à interface cortar o volume em mais do que dois pontos.

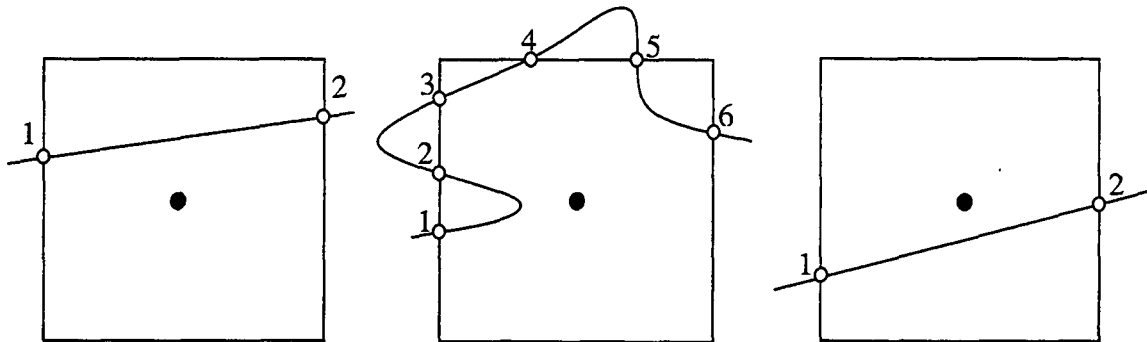


Figura 3.8 - Pontos de interseção nos volumes interfaciais.

A função que modela a interface é avaliada no centro e nas faces do volume de controle como  $f_{xa}$  e  $f_{xu}$ , respectivamente, conforme figura 3.9.

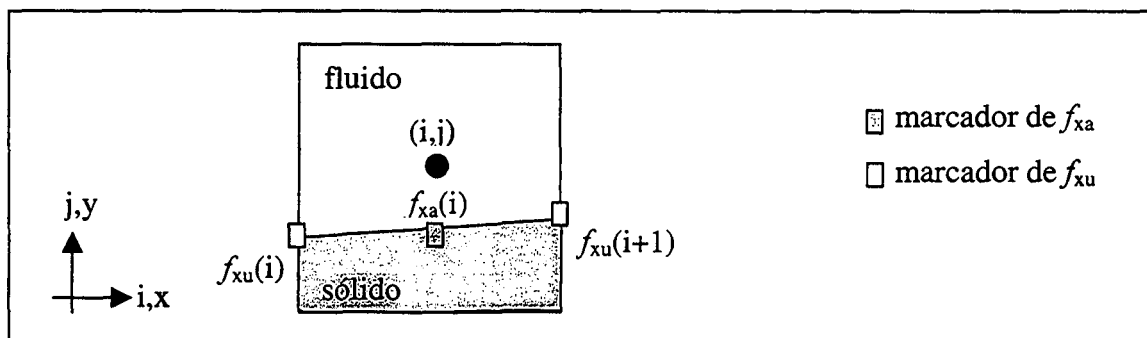


Figura 3.9 – Comprimentos nas faces do volume de controle interfacial.

Outro aspecto importante no acompanhamento da interface consiste em identificar a fase de cada volume de controle. Segundo Udaykumar e Shyy (1995b), a fase de cada volume de controle pode ser identificada percorrendo todas as colunas da malha computacional, começando desde  $j = 1$ , onde um indicador é inicializado para sólido. Encontrando um volume cortado por um segmento interfacial, determina-se onde o segmento cortou o volume. Três casos são possíveis, conforme observado na figura 3.10 e descrito a seguir,

- (i) Como  $f_{xa}(i)$  é inferior a  $y(i, j)$  o ponto nodal  $(i, j)$  é identificado como fluido. No programa computacional assume-se 0 para fluido e 1 para sólido.
- (ii) Como  $f_{xa}(i)$  é superior a  $y(i, j)$  e é inferior a  $yv(j+1)$ , o ponto nodal  $(i, j)$  é identificado como sólido, contudo existe uma porção do volume  $(i, j)$  que será incorporada por um volume vizinho, estratégia de fusão, conforme apresentado na figura 3.4.
- (iii) Como a linha vertical, que cruza a metade do volume  $(i, j)$ , não é cortada pelo segmento interfacial no volume  $(i, j)$ , o indicador do volume  $(i, j)$  permanece como sólido, e identifica-se o volume  $(i, j+1)$  como fluido.

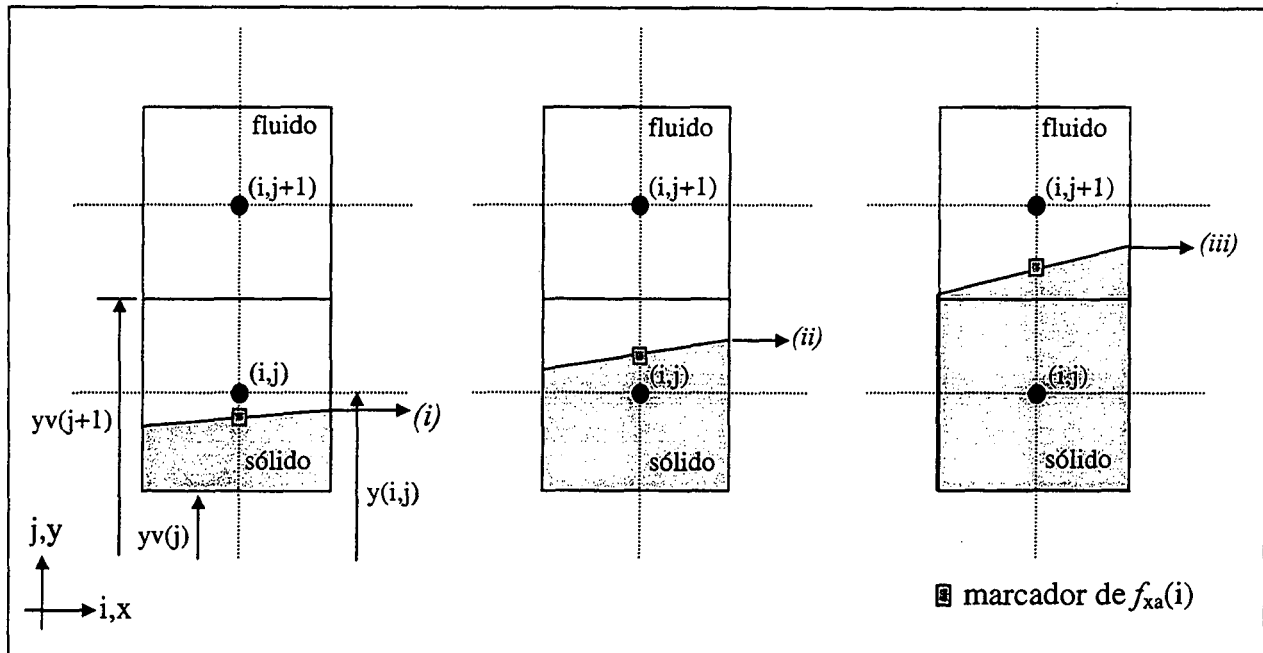


Figura 3.10 - Identificação da fase dos volumes de controle interfacial.

O procedimento de identificar a fase dos volumes de controle deve ser repetido em cada coluna da malha numérica. Encontrando um volume interfacial deve-se modificar os demais volumes da mesma coluna, passando-os para fluido, desde que a curva interfacial não intercepte a malha mais a cima, na mesma coluna.



### 3.5 Cálculo dos Fluxos Interfaciais pelo ELAFINT

Descreve-se, nesta seção, como calcular os fluxos dos volumes interfaciais, assumindo que a interface está entre fluido e sólido, podendo também ser aplicável com fronteiras entre fluido e fluido. O tratamento dos volumes interfaciais é feito de acordo com os trabalhos de Udaykumar *et al.* (1996) e Ye *et al.* (1999b).

Os volumes cortados pela interface, cujo centro é fluido, são reformulados descartando a parte que está na região sólida. Já os volumes cortados pela interface cujo centro está na fase sólida, são absorvidos pelos volumes de fluido vizinhos (Ye *et al.*, 1999b). Tal prática resulta na formação de volumes de controle trapezoidais, com diversos formatos, conforme apresentado na figura 3.11, pelos volumes hachurados. Dependendo da posição e orientação local da interface, volumes trapezoidais com dimensões variadas podem ser formados.

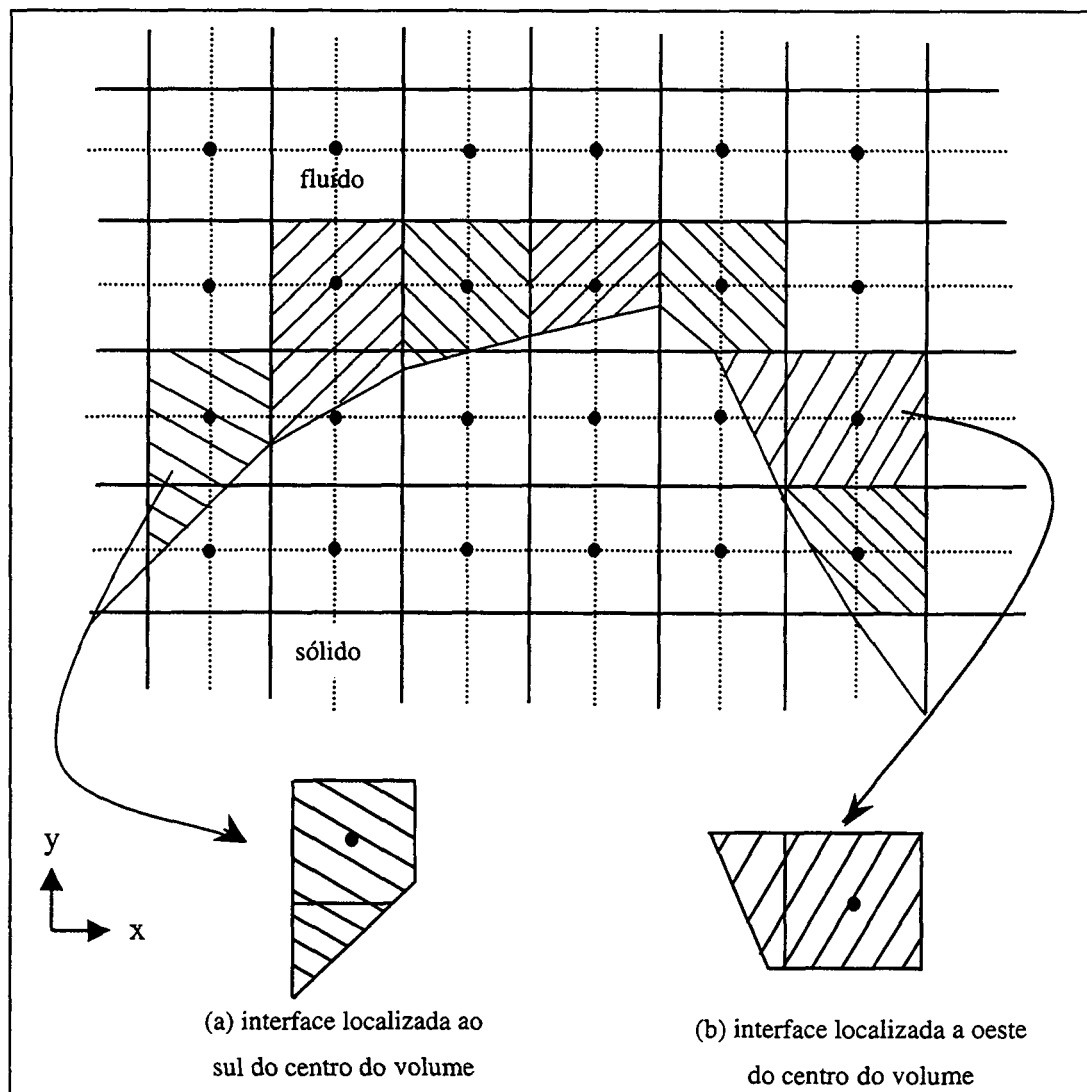


Figura 3.11 – Volumes de controle trapezoidais.

A avaliação dos fluxos convectivos e difusivos, e dos gradientes de pressão nos volumes interfaciais, deve ser realizada com esmero. Em uma malha uniforme os fluxos e os gradientes de pressão, avaliados no centro das faces dos volumes, podem ser calculados com precisão de segunda ordem usando uma aproximação linear simples entre os valores nos centros dos volumes vizinhos. Nos volumes trapezoidais na interface muitas vezes o centro das faces do volume não está em linha com o centro dos volumes vizinhos. Consequentemente precisa-se de um procedimento que avalie estas quantidades no centro das faces com precisão adequada.

Segundo Ye *et al.* (1999a), pode-se usar uma função de interpolação polinomial bidimensional, obtendo uma aproximação com precisão de segunda ordem para os fluxos e os gradientes nas faces dos volumes trapezoidais, usando os valores disponíveis no centro dos volumes vizinhos. Descreve-se a seguir a interpolação adotada neste trabalho para um volume trapezoidal típico.

A discretização das equações de Navier-Stokes, através do MVF, requer a estimativa das integrais de superfície nas faces de cada volume. O integrando, denotado aqui por  $f$ , vide figura 3.12, pode envolver o valor ou a derivada normal da variável, por exemplo, o fluxo convectivo ( $\rho\phi\mathbf{v}\mathbf{n}$ ) e o fluxo difusivo ( $\Gamma\bar{\nabla}\phi\mathbf{n}$ ), onde  $\phi$  é um escalar genérico. As integrais de superfície são estimadas com precisão de segunda ordem, usando a regra do ponto médio e avaliando precisamente o integrando no centro das faces. Considera-se, por exemplo, o volume ABCDE, mostrado na figura 3.12a.

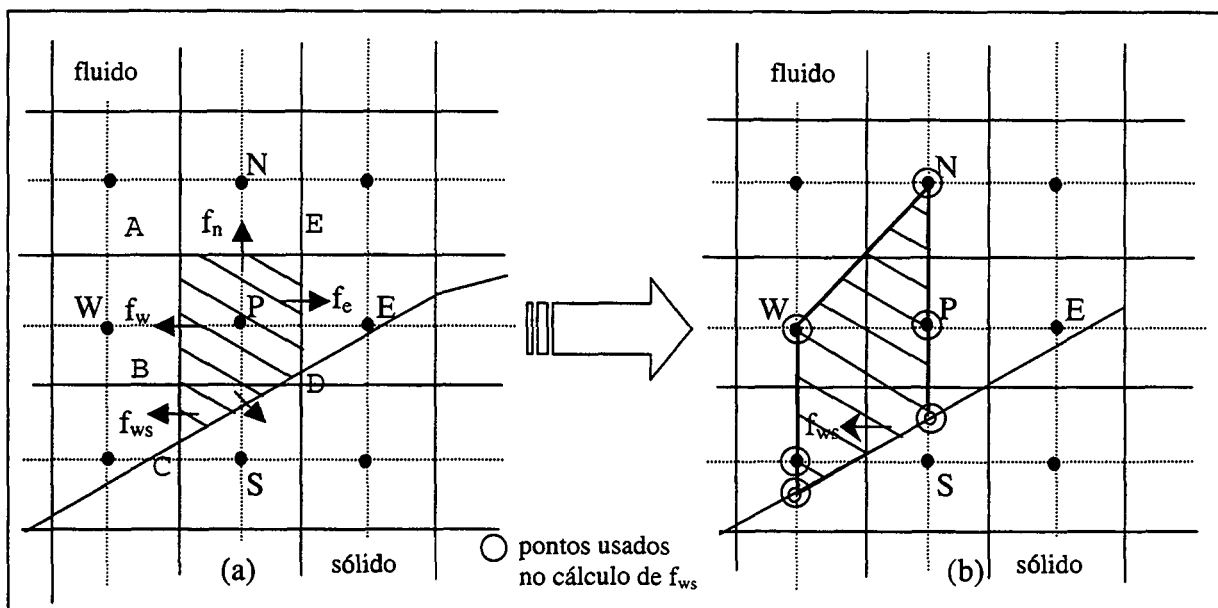


Figura 3.12 (a) Representação dos vários fluxos requeridos pelo volume interfacial.

(b) Extensão usada no cálculo do fluxo  $f_{ws}$  no volume interfacial.

A face ABC do volume trapezoidal é composta de duas partes. AB no volume P e BC no volume S. A integral nesta face é decomposta como

$$\int_{AC} f \, dy = \int_{AB} f \, dy + \int_{BC} f \, dy. \quad (3.1)$$

Uma aproximação de segunda ordem para esta integral é obtida como,

$$\int_{AC} f \, dy \approx f_w (y_A - y_B) + f_{ws} (y_B - y_C), \quad (3.2)$$

onde  $f_w$  e  $f_{ws}$  são calculados no centro dos segmentos AB e BC, respectivamente.

A face ED é menor que a face do volume de controle padrão, e a integral é aproximada por,

$$\int_{DE} f \, dy \approx f_e (y_E - y_D), \quad (3.3)$$

onde  $f_e$  é o fluxo calculado no centro do segmento DE. Os volumes que não estão na interface têm os valores no centro das faces avaliados com precisão de segunda ordem por uma aproximação linear simples (vide Apêndice A). A aproximação de  $f_w$  com precisão de segunda ordem é básica e feita do mesmo modo que em um volume cheio, enquanto a avaliação de  $f_{ws}$  e  $f_e$  com precisão de segunda ordem é mais complexa.

A aproximação de diferença central simples não pode ser usada para volumes interfaciais, porque muitas vezes os pontos nodais vizinhos podem estar na região sólida. Na figura 3.12 o ponto nodal sul está na região sólida e não pode ser usado na avaliação de  $f_{ws}$ . Entretanto, se todos os pontos nodais vizinhos são viáveis, como é o caso na face leste, não é evidente que um esquema com precisão de segunda ordem pode ser construído, porque  $f_e$  não está localizado na linha que une o centro dos volumes vizinhos. Assim, o esquema de diferença central simples não pode aproximar os fluxos com precisão de segunda ordem, necessitando de uma interpolação diferente, para avaliá-los.

Uma opção é expressar os fluxos, tal como,  $f_{ws}$  e  $f_e$ , em termos de uma função de interpolação polinomial bidimensional em uma direção. Assim,  $f_{ws}$  é aproximado expressando  $\phi$  em termos de uma função polinomial linear na direção x e quadrática na direção y, ao longo da região trapezoidal hachurada indicada na figura 3.12b (Ye *et al.*, 1999a)

$$\phi = c_1 xy^2 + c_2 y^2 + c_3 xy + c_4 y + c_5 x + c_6, \quad (3.4)$$

onde  $c_1$  a  $c_6$  são coeficientes desconhecidos. Se  $f_{ws}$ , por exemplo, envolve a derivada normal de  $\phi$ , obtém-se o valor diferenciando a função de interpolação, isto é,

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = c_1 y^2 + c_3 y + c_5. \quad (3.5)$$

A razão para escolher a equação (3.4) como uma função de interpolação para avaliação de  $f_{ws}$  deve-se ao fato de que a avaliação da derivada na face do volume também pode ser obtida com precisão de segunda ordem, nota-se que a face BC está situada entre os lados paralelos do trapezóide. A interpolação linear na direção  $x$  conduz a uma avaliação com precisão de segunda ordem da derivada na face BC, o que já não ocorre na direção  $y$  para o mesmo volume, mostrado na figura 3.12b. Uma interpolação quadrática é necessária nesta direção.

Na figura 3.12b observa-se que os lados do trapezóide em que a interpolação é executada, passam através de quatro pontos nodais e dois pontos na interface. Consequentemente, os seis coeficientes desconhecidos na equação (3.4) são expressos em termos da variável  $\phi$  nestes seis locais, isto é,  $c_n$  contém os valores de  $\phi_j$  para  $j = 1, \dots, 6$ . Para obter os coeficientes  $c_n$  o seguinte sistema de equações lineares deve ser resolvido

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 y_1^2 & y_1^2 & x_1 y_1 & y_1 & x_1 & 1 \\ x_2 y_2^2 & y_2^2 & x_2 y_2 & y_2 & x_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_6 y_6^2 & y_6^2 & x_6 y_6 & y_6 & x_6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_6 \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

A solução de  $c_n$  pode ser feita usando, por exemplo, um método direto, como eliminação de Gauss. De posse dos valores de  $c_n$  então  $\phi$  e  $(\partial\phi/\partial x)$ , no centro da face BC representando o fluxo  $f_{ws}$ , são expressos por

$$\phi_{ws} = c_1 x_{ws} y_{ws}^2 + c_2 y_{ws}^2 + c_3 x_{ws} y_{ws} + c_4 y_{ws} + c_5 x_{ws} + c_6, \quad (3.7)$$

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{ws} = c_1 y_{ws}^2 + c_3 y_{ws} + c_5. \quad (3.8)$$

Para obter os coeficientes das equações (3.7) e (3.8), que expressam o fluxo  $f_{ws}$  no volume ilustrado na figura 3.12b, o seguinte sistema de equações é resolvido

$$\begin{bmatrix} \phi_I \\ \phi_P \\ \phi_N \\ \phi_W \\ \phi_{ws} \\ \phi_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_I y_I^2 & y_I^2 & x_I y_I & y_I & x_I & 1 \\ x_P y_P^2 & y_P^2 & x_P y_P & y_P & x_P & 1 \\ x_N y_N^2 & y_N^2 & x_N y_N & y_N & x_N & 1 \\ x_W y_W^2 & y_W^2 & x_W y_W & y_W & x_W & 1 \\ x_{ws} y_{ws}^2 & y_{ws}^2 & x_{ws} y_{ws} & y_{ws} & x_{ws} & 1 \\ x_I y_I^2 & y_I^2 & x_I y_I & y_I & x_I & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_I \\ c_P \\ c_N \\ c_W \\ c_{ws} \\ c_I \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Neste sistema de equações  $\phi_I$  representam (nas equações de Navier-Stokes resolvidas no presente trabalho) as componentes da velocidade que são conhecidas pela condição de contorno na fronteira sólida, isto é,  $\phi_I = u = v = 0$ ). As posições axial e radial na interface também são conhecidas, através dos marcadores de partículas.

As equações (3.7) e (3.8) são usadas na discretização espacial das equações governantes (Apêndice A). O fluxo  $f_n$  avaliado na face AE não precisa de tratamento especial, pois os valores e as derivadas no centro da face norte podem ser calculados com precisão de segunda ordem, usando-se uma aproximação linear. Contudo, podem surgir volumes de fronteira cujas faces sul ou norte são cortadas, vide figura 3.11b. Nestes volumes de fronteira a função de interpolação linear em  $y$  e quadrática em  $x$  é usada para avaliar os fluxos nas faces.

Um procedimento similar é usado para aproximar  $f_e$ , na face DE do volume ilustrado na figura 3.12. Uma função de interpolação linear quadrática é usada na região trapezoidal, mostrada na figura 3.13 e equações semelhantes a (3.7) e (3.8) são obtidas. Os seis pontos utilizados na função de interpolação são mostrados na mesma figura.

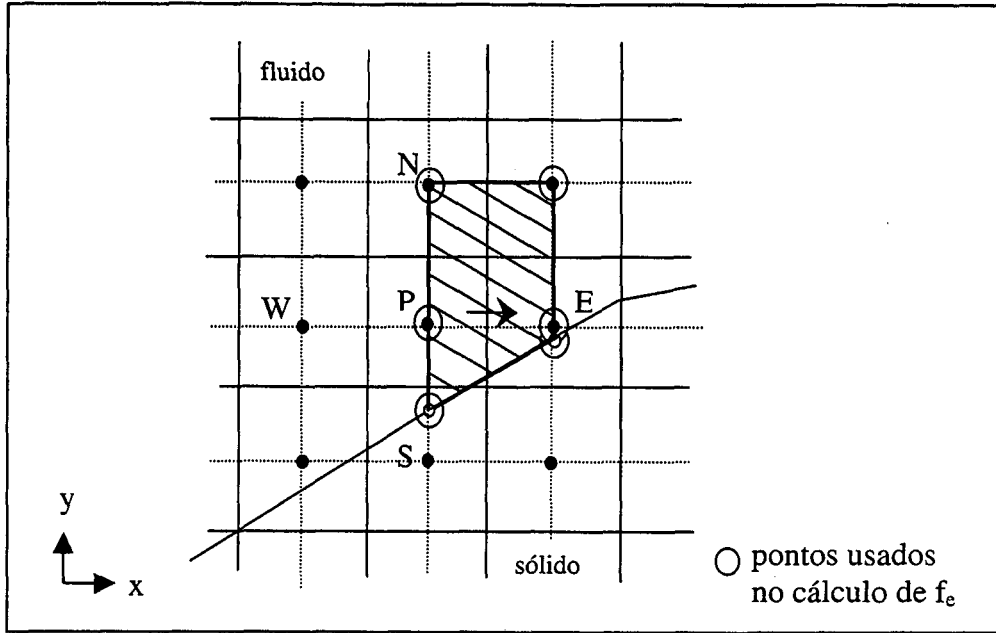


Figura 3.13 - Extensão usada no cálculo do fluxo  $f_e$  do volume interfacial indicado na figura 3.12a.

Logo,  $\phi$  e  $(\partial\phi/\partial x)$ , no centro da face DE, são expressos por

$$\phi_e = q_1 x_e y_e^2 + q_2 y_e^2 + q_3 x_e y_e + q_4 y_e + q_5 x_e + q_6, \quad (3.10)$$

$$\left( \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)_e = q_1 y_e^2 + q_3 y_e + q_5. \quad (3.11)$$

Em geral, ambos os fluxos, convectivo e difusivo, são necessários no segmento da interface nos volumes interfaciais, requerendo a aproximação do valor das variáveis e da derivada normal no centro do segmento interfacial. O valor da variável é obtido das condições de contorno do tipo Dirichlet, não sendo necessário uma função de interpolação. A derivada normal na face CD do volume mostrado na figura 3.12, por exemplo, pode ser decomposta como

$$\left( \frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_I = \left( \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)_I n_x + \left( \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)_I n_y, \quad (3.12)$$

onde  $n_x$  e  $n_y$  são as componentes do vetor normal unitário, na face CD. Como a forma da interface é conhecida,  $n_x$  e  $n_y$  são conhecidos (conforme será indicado na seção 3.6). Contudo, o cálculo da derivada normal requer a estimativa de  $(\partial\phi/\partial x)_I$  e  $(\partial\phi/\partial y)_I$  no centro da face CD. Assim

dependendo do tipo de volume,  $(\partial\phi/\partial y)_I$  é calculado com precisão de segunda ordem utilizando a variação de  $\phi$  ao longo da linha vertical, em termos de uma função quadrática em  $y$ , de acordo com

$$\phi = b_1 y_I^2 + b_2 y_I + b_3. \quad (3.13)$$

Os coeficientes da função de interpolação quadrática são expressos em termos dos valores de  $\phi$  nos três pontos indicados na figura 3.14. A derivada na direção  $y$  no centro da face CD é avaliada como

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_I = 2b_1 y_I + b_2. \quad (3.14)$$

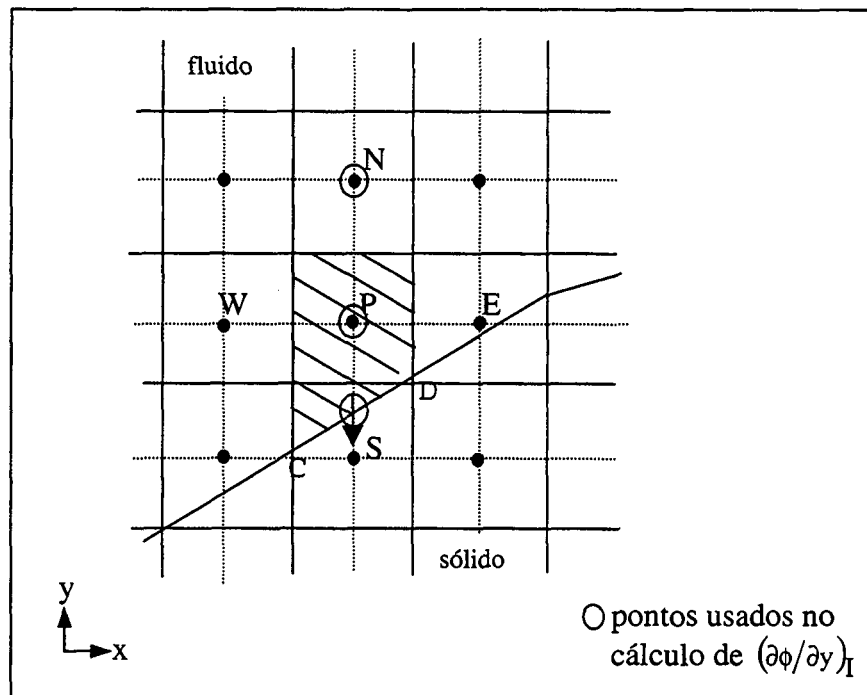


Figura 3.14 – Extensão para o cálculo de  $(\partial\phi/\partial y)_I$  do volume interfacial indicado na figura 3.12a.

O cálculo de  $(\partial\phi/\partial x)_I$  não é simples uma vez que a posição na interface, onde esta derivada é avaliada, não está alinhada horizontalmente com os pontos nodais. Contudo, uma aproximação semelhante ao cálculo de  $f_{ws}$  e  $f_e$  pode ser usada, estimando assim o valor da derivada com a precisão desejada. Considere por exemplo o trapezóide mostrado na figura 3.15.





### 3.6 Cálculo do Vetor Normal na Interface

A normal local na interface é calculada de acordo com a clássica expressão (Shyy *et al.*, 1993),

$$\mathbf{n} = \frac{1}{|\bar{\nabla}F|} \left( \frac{\partial F}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial F}{\partial(f(x))} \hat{j} \right), \quad (3.16)$$

onde  $F$  é dependente dos valores de  $x$  e  $f(x)$ , e  $f(x)$  é a curva interfacial. A forma da interface é definida por uma função localmente linear. Se a função interfacial,  $f(x)$ , é de segundo grau, tem-se

$$f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0, \quad (3.17)$$

Por simplicidade  $F$  pode ser escrita como,

$$F = f(x) - (a_2 x^2 + a_1 x + a_0). \quad (3.18)$$

Os coeficientes  $a_2$ ,  $a_1$  e  $a_0$  mudam durante o processo de otimização de forma para representar a curva interfacial. A escolha do polinômio, não é restrita à forma parabólica, o que é abordado no capítulo 9. Para a função  $F$ , expressa na equação (3.18), tem-se as seguintes expressões para obter o vetor normal.

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} &= -(2a_2 x + a_1), \\ \frac{\partial F}{\partial(f(x))} &= 1, \\ |\bar{\nabla}F| &= \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial(f(x))}\right)^2} = \sqrt{1 + (2a_2 x + a_1)^2}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Logo, as componentes do vetor normal nas direções  $x$  e  $y$  são, respectivamente,

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{-(2a_2 x + a_1)}{\sqrt{1 + (2a_2 x + a_1)^2}}, \\ n_y &= \frac{1}{\sqrt{1 + (2a_2 x + a_1)^2}}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

### 4.1 Introdução

No capítulo anterior foi apresentada a base da metodologia numérica euleriana-lagrangeana empregada neste trabalho. Este capítulo apresenta a análise do escoamento laminar através de cavidades com topo deslizante e bases deformadas. Adicionalmente é considerado também o escoamento em uma geometria simplificada do difusor radial com o disco frontal paralelo ao assento. O código computacional foi desenvolvido neste trabalho e realizou-se uma verificação de sua correta implementação através da comparação de alguns resultados obtidos com dados consolidados disponíveis na literatura ou resultados experimentais.

Primeiramente no que se segue, resolve-se o escoamento em cavidades com topo deslizante e bases deformadas. O objetivo principal desta comparação é validar a metodologia de modelagem de fronteiras irregulares, ELAFINT, descrita no capítulo 3. Em seguida, os resultados numéricos do escoamento no difusor radial, com palheta paralela em relação ao assento, são comparados com a solução analítica e com soluções numéricas de outros autores. A validação do modelo numérico é completada através da comparação dos resultados numéricos com resultados experimentais, o que é feito para o escoamento no difusor radial com palheta paralela e inclinação de 5° no assento.

### 4.2 Cavidades com o Topo Deslizante

O escoamento em cavidades com topo deslizante e bases irregulares é simulado aqui para números de Reynolds diferentes, com o objetivo de validar o código computacional de modelagem de fronteiras irregulares desenvolvido no presente trabalho. O número de Reynolds para este problema é definido por

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu}, \quad (4.1)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade absoluta,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $L$  é o comprimento da cavidade e  $U$  é a componente de velocidade na direção  $x$  de deslocamento da superfície superior da cavidade, considerada constante. Em todos os casos a serem explorados, resolvendo o escoamento em cavidades com topo deslizante, serão utilizadas malhas uniformes.

Um domínio de solução utilizado durante as simulações numéricas é mostrado na figura 4.1, que também representa o sistema de coordenadas cartesianas. As cavidades consideradas no presente trabalho possuem parede superior móvel e parede inferior irregular de acordo com uma função arbitrária  $f(x)$ .

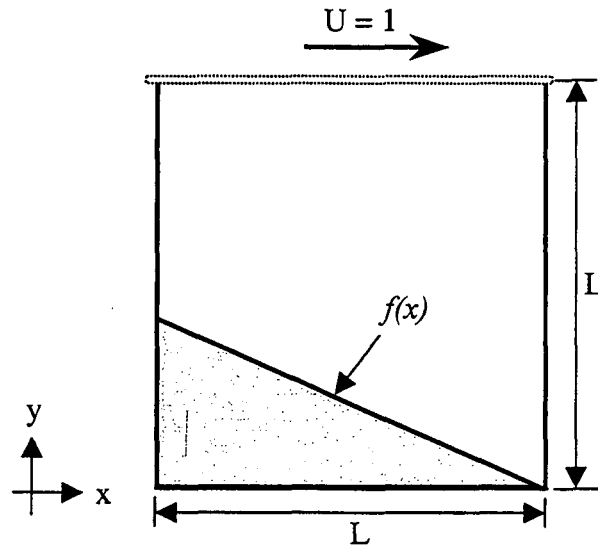


Figura 4.1 - Geometria da cavidade com topo deslizante.

Assumindo propriedades termo-físicas constantes e desprezando-se a dissipação viscosa e efeitos de força de corpo, as equações da conservação da massa e quantidade de movimento nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, na forma dimensional, que governam o escoamento no interior das cavidades podem ser escritas como:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2(\mu u)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\mu u)}{\partial y^2}, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2(\mu v)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\mu v)}{\partial y^2}. \quad (4.4)$$

Neste problema todos os resultados são apresentados considerando  $\rho$ ,  $U$  e  $L$  iguais a um, e  $\mu = \rho L / \text{Re}$ . Apenas a cavidade que não é quadrada (cavidade triangular) tem comprimentos  $2L \times 4L$  e  $\mu = 4\rho L / \text{Re}$ .

As condições de contorno considerando a cavidade quadrada são as seguintes:

$$\begin{aligned} u &= 1, v = 0 \text{ para } y = 1 \text{ e } 0 \leq x \leq 1; \\ u &= 0, v = 0 \text{ para } y = f(x) \text{ e } 0 \leq x \leq 1; \\ u &= 0, v = 0 \text{ para } x = 0 \text{ e } f(x) < y < 1; \\ u &= 0, v = 0 \text{ para } x = 1 \text{ e } f(x) < y < 1. \end{aligned}$$

No presente trabalho são exploradas cavidades triangular, semicircular, com base inclinada e base cosenoidal. O critério de convergência adotado na solução do escoamento nas cavidades é,

$$\begin{aligned} r_i &= 0, \\ r_i &= \max(r_i, \bar{\nabla} \cdot \mathbf{u}) \leq 10^{-9}, \end{aligned} \tag{4.5}$$

onde  $r_i$  é o resíduo da equação discretizada da conservação da massa, este valor é obtido durante o procedimento numérico não sendo necessário cálculos extra para obtê-lo, e  $\bar{\nabla} \cdot \mathbf{u} = \rho[u_e - u_w]\Delta y + \rho[v_n - v_s]\Delta x$ .

A seguir são descritos alguns resultados numéricos obtidos resolvendo o escoamento laminar nas cavidades quadradas e triangular. As linhas de corrente, as isobáricas, e o perfil das componentes das velocidades nas linhas centrais das cavidades são apresentados e comparados com resultados disponíveis na literatura a fim de validar a metodologia numérica e os resultados obtidos. A ênfase a ser dada nos resultados a seguir está na validação do presente código computacional. Adicionalmente, o escoamento em cavidades com o topo deslizante tem sido extensivamente explorado na literatura de forma que os aspectos fenomenológicos associados ao problema não serão enfocados.

#### 4.2.1 Cavidades Quadradas

Nesta seção são utilizadas cavidades quadradas bidimensionais com parede superior deslizante e parede inferior irregular modelada por uma função  $f(x)$ . Na figura 4.2 apresenta-se as cavidades quadradas 1 e 2. Nestas duas cavidades a função  $f(x)$  é nula. A simetria do escoamento nas duas cavidades é utilizada na validação do código computacional. Os resultados são

comparados com a solução obtida por Ghia *et al.* (1982), que apresentaram a solução do mesmo problema utilizando malhas estruturadas, esquemas com malhas múltiplas e o método dos volumes finitos. Esta solução é muito difundida na literatura, e diversos autores usam para validar os seus códigos computacionais. O trabalho de Botella e Peyret (1998), cuidadosamente apresentado, também pode ser utilizado para validação do escoamento em cavidades.

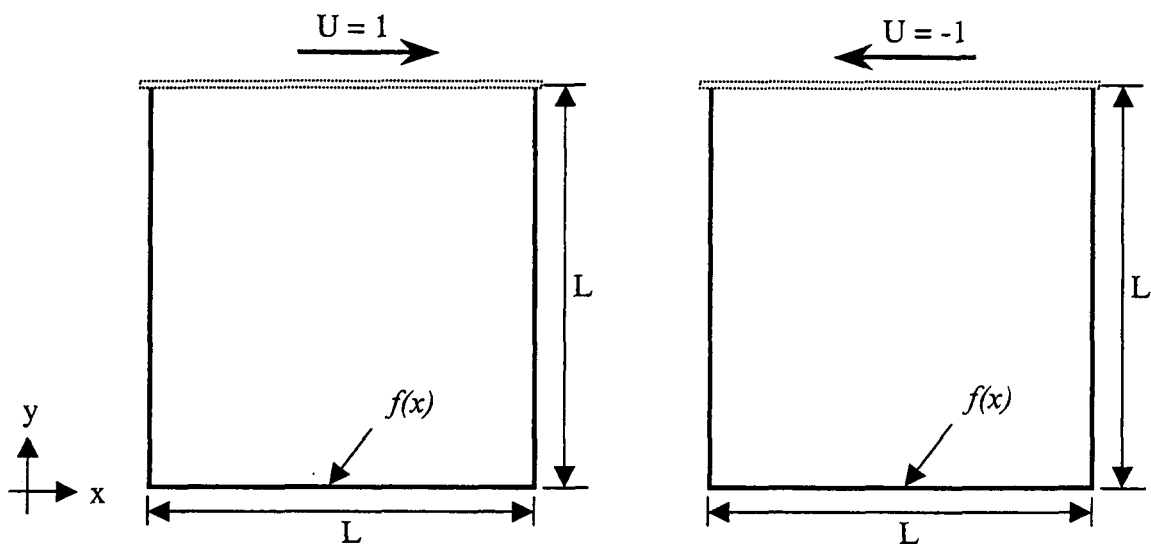


Figura 4.2 – Cavidades 1 e 2 para  $f(x) = 0$ .

Os resultados são apresentados em ordem crescente do número de Reynolds. Os números de Reynolds testados para as cavidades quadradas foram 100, 400 e 1000. Aqui são apresentados somente os resultados referente ao primeiro e último número de Reynolds.

Em grande parte das simulações numéricas nas cavidades quadradas foram utilizadas duas malhas computacionais formadas por 51x51 e 100x100 pontos nodais. Contudo, só são apresentados os resultados obtidos com ambas as malhas quando os resultados diferem, caso contrário apresenta-se apenas o resultado da malha menos densa. No programa computacional empregado para a resolução do escoamento nas cavidades com base irregular a interpolação Lei de Potência foi utilizada, e o método SIMPLE foi adotado para o acoplamento entre pressão e velocidade. A figura 4.3 exibe as duas malhas computacionais utilizadas contendo uma região sólida na sua base. No entanto, cada uma das cavidades exploradas terá a base irregular modificada de acordo com suas características.

Os perfis das componentes de velocidade,  $u$  e  $v$ , nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente nas linhas vertical e horizontal central das cavidades 1 e 2, são apresentados nas figuras 4.4 e 4.5 para o número de Reynolds 100 e para a malha formada por 51x51 pontos nodais.

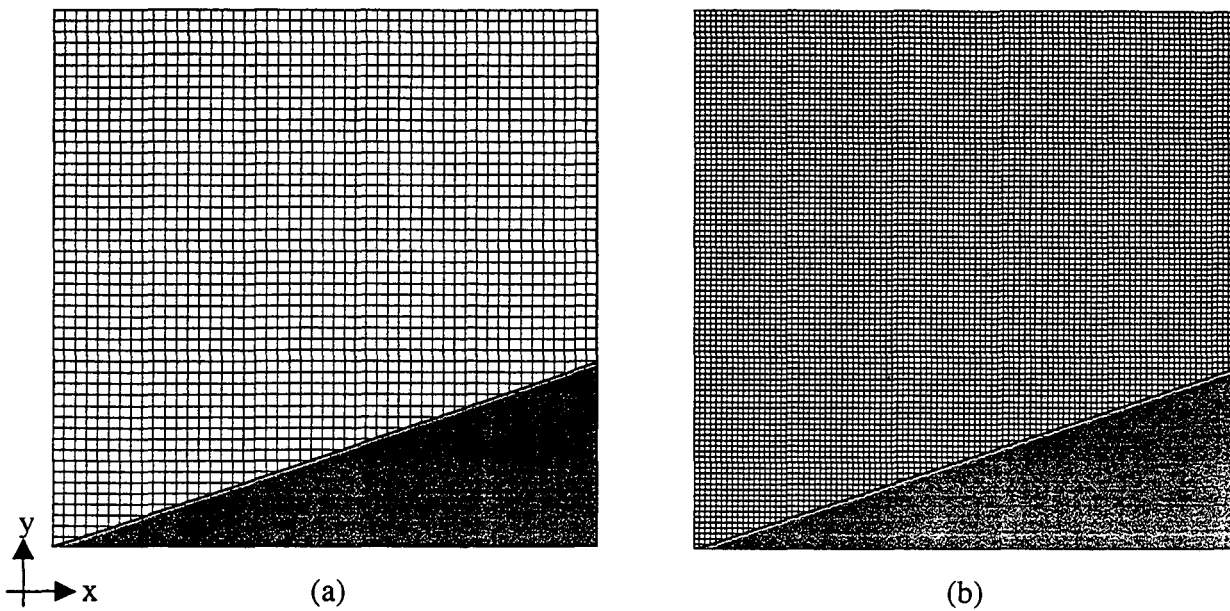


Figura 4.3 – Malha computacional formada por (a) 51x51 e (b) 100x100 pontos nodais, utilizada nas cavidades quadradas.

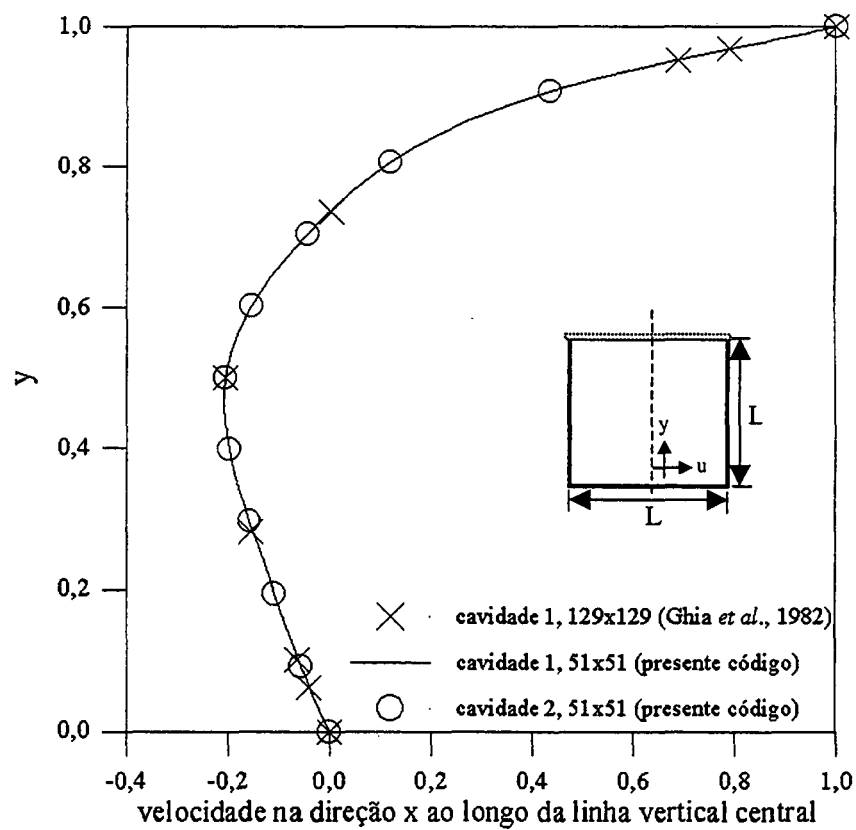


Figura 4.4 - Perfis da componente de velocidade  $u$  através da linha vertical central das cavidades 1 e 2,  $Re = 100$ .

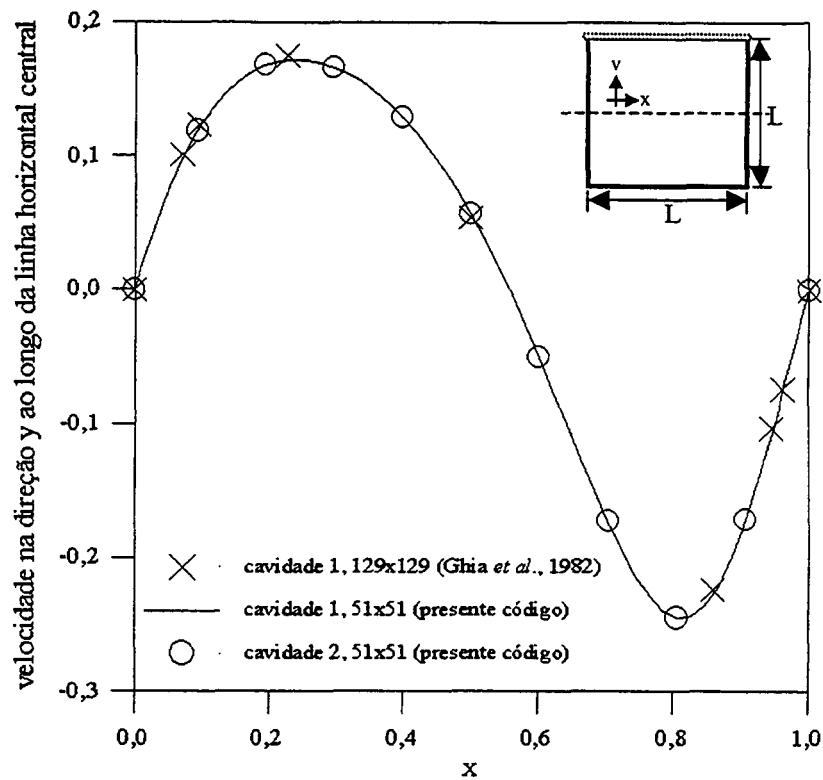


Figura 4.5 - Perfis da componente de velocidade  $v$  através da linha horizontal central das cavidades 1 e 2,  $Re = 100$ .

Os perfis das componentes de velocidades obtidos nestas figuras coincidem com os resultados obtidos por Ghia *et al.* (1982), não sendo necessário a apresentação dos resultados para a malha mais densa. Este valor de número de Reynolds ( $Re = 100$ ) é baixo o que justifica a excelente concordância obtida entre os resultados gerados com a malha de 51x51 pontos nodais ( $x \times y$ ) do presente trabalho e a malha mais refinada de Ghia *et al.* (1982).

As figuras 4.6 e 4.7 exploram um número de Reynolds igual a 1000 e a malha com 51x51 pontos nodais é grosseira para produzir resultados de qualidade superior. Em vez de se aumentar a malha computacional, nestas figuras optou-se pelo uso da extrapolação de Richardson para produzir uma solução numérica mais precisa. A extrapolação de Richardson, também conhecida como extrapolação  $h^2$ , foi utilizada primeiramente por Richardson em 1910 e, mais tarde, foi melhorada pelo mesmo autor (Roache, 1993).

Para se obter a equação para a extrapolação de Richardson, a solução discreta de uma equação, na malha de espaçamento uniforme  $h$ , é representada por  $\phi$ . Assume-se na sequência que  $\phi$  tem uma representação em série, da forma,

$$\phi = \phi(\text{exata}) + g_1 h + g_2 h^2 + g_3 h^3 + \dots, \quad (4.6)$$

onde as funções  $g_1$ ,  $g_2$ , etc. são independentes da discretização. Para um método numérico de segunda ordem a função  $g_1$  é nula. Para a extrapolação duas soluções discretas  $\phi_1$  e  $\phi_2$  são obtidas de malhas distintas de espaçamentos  $h_1$  e  $h_2$ , respectivamente e são usadas para eliminar  $g_2$  da equação (4.6), obtendo como resultado

$$\phi(\text{exata}) = (h_2^2 \phi_1 - h_1^2 \phi_2) / (h_2^2 - h_1^2) + \text{termos de mais alta ordem} . \quad (4.7)$$

Ao desprezar os termos de mais alta ordem na equação (4.7) obtém-se uma nova solução que no mínimo é de terceira ordem de precisão, expressa por

$$\phi(\text{exata}) \approx \phi_1 + (\phi_1 - \phi_2) / (r_h^2 - 1) , \quad (4.8)$$

onde o parâmetro  $r_h = h_2/h_1$ . Para a sequência de malhas utilizadas neste trabalho  $r_h = 2$ . Se  $h_1$  e  $h_2$  são espaçamentos da malha numérica então a equação (4.8) representa uma solução mais precisa que as soluções  $\phi_1$  e  $\phi_2$  (Roache, 1993). Com o emprego da extrapolação de Richardson evita-se fazer um refino maior da malha para se obter uma solução numérica próxima da solução exata.

Os perfis das componentes das velocidades,  $u$  e  $v$ , nas cavidades quadradas 1 e 2 para o número de Reynolds 1000 são explorados nas figuras 4.6 e 4.7, respectivamente. Os resultados obtidos com a malha computacional formada por  $51 \times 51$  pontos nodais não coincidem com os resultados de Ghia *et al.* (1982), devido a malha estar um tanto grosseira. Com o uso da extrapolação de Richardson a solução numérica é bastante semelhante à obtida por Ghia *et al.* (1982), demonstrando assim a confiabilidade dos resultados obtidos pelo código computacional aqui desenvolvido.



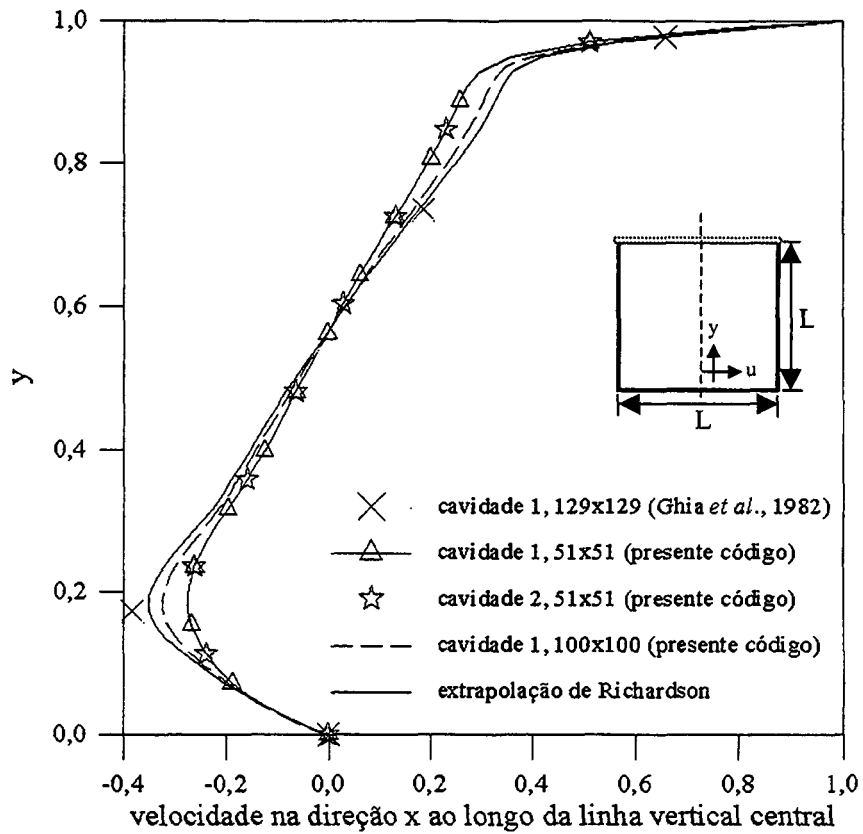


Figura 4.6 – Perfis da componente de velocidade  $u$  através da linha vertical central das cavidades 1 e 2,  $Re = 1000$ .

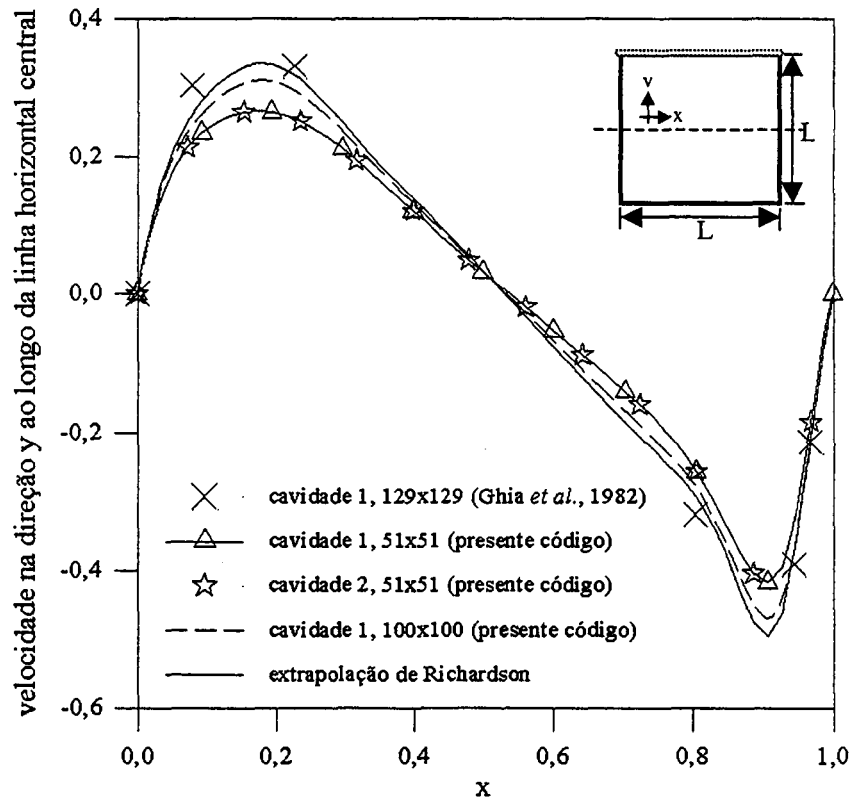


Figura 4.7 - Perfis da componente de velocidade  $v$  através da linha horizontal central das cavidades 1 e 2,  $Re = 1000$ .

As linhas de corrente são apresentadas para Reynolds 100 e 1000 nas figuras 4.8 e 4.9, respectivamente. Observa-se que as linhas de corrente nestas figuras são simétricas em relação ao eixo  $x = 0,5$ , isto ocorre porque o escoamento é resolvido em ambas cavidades quadradas 1 e 2 utilizando as mesmas equações governantes e condições de contorno, exceto a componente da velocidade na direção  $x$  prescrita que no topo deslizante são opostas. Por exemplo, uma linha de corrente na figura 4.10 na cavidade 1 vale  $-0,097$  enquanto que na cavidade 2 esta mesma linha de corrente vale  $0,097$ .

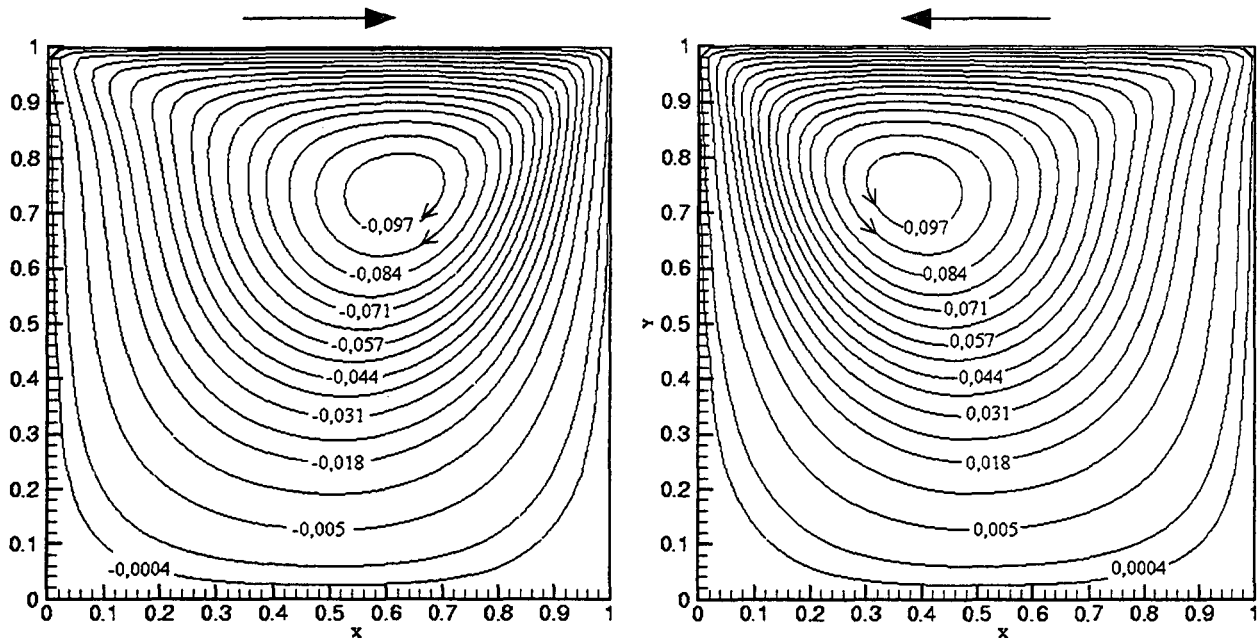


Figura 4.8 - Linhas de corrente nas cavidades 1 e 2,  $Re = 100$ .

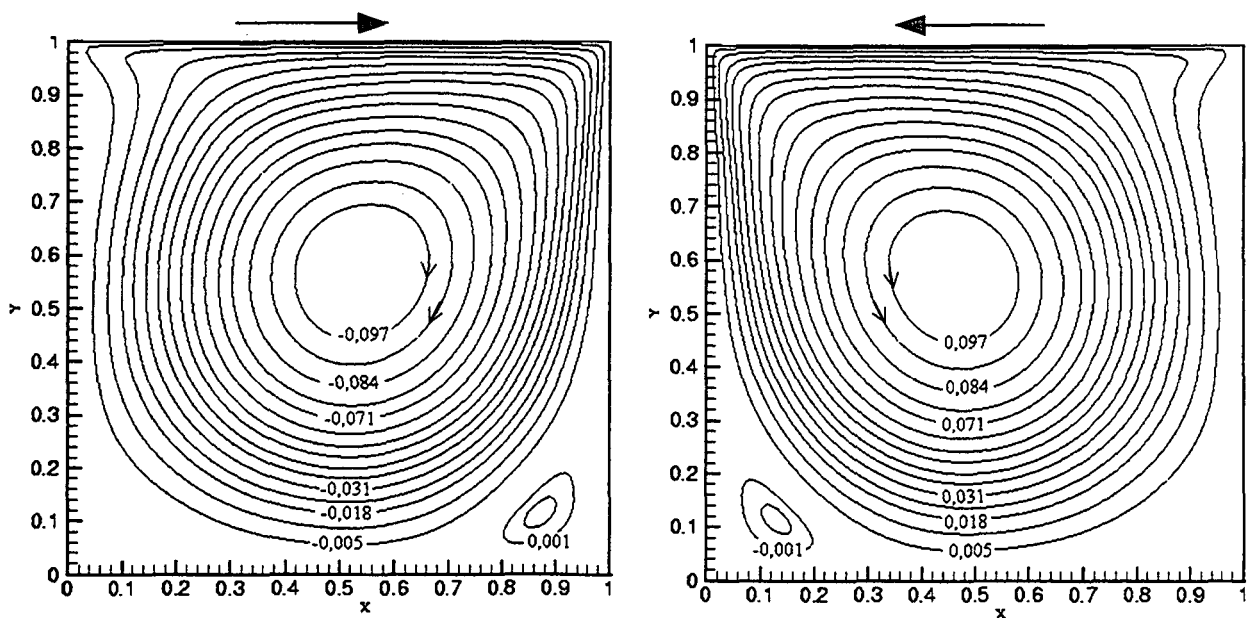


Figura 4.9 - Linhas de corrente nas cavidades 1 e 2,  $Re = 1000$ .

Na figura 4.9 são ilustradas as linhas de corrente para  $Re = 1000$  onde foi possível captar uma região de recirculação nas cavidades. Na figura 4.10 são ilustradas as cavidades quadradas 3 e 4. Nas cavidades 3 e 4 a função  $f(x)$  é representada por polinômios de primeiro grau decrescente e crescente, respectivamente. A simetria do escoamento nas duas cavidades é utilizada na validação do código computacional. Os resultados obtidos para o número de Reynolds 100 e 1000 são apresentados a seguir.

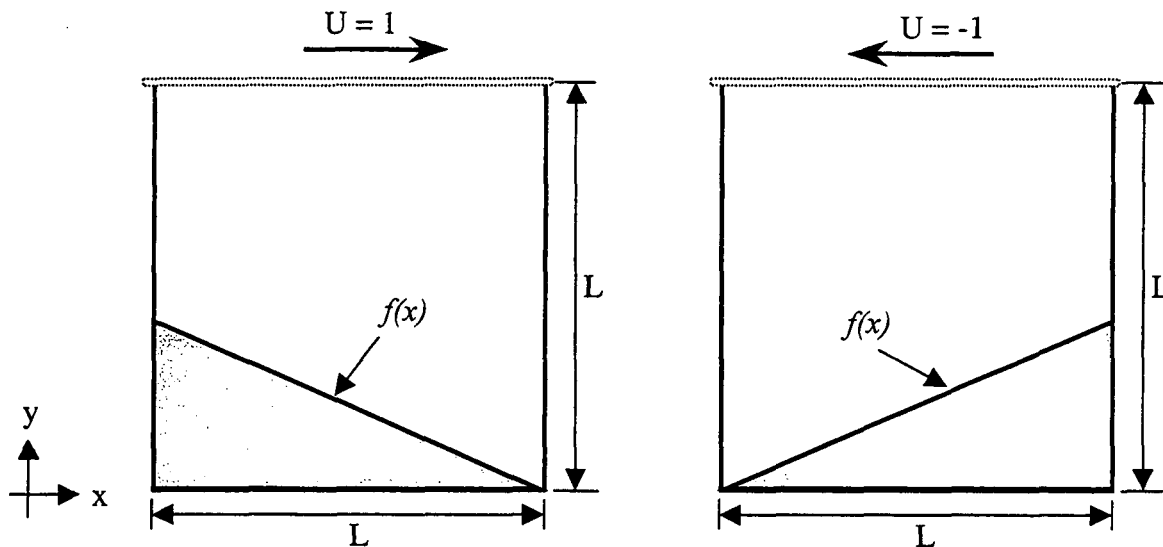


Figura 4.10 – Cavidades 3 e 4 para  $f(x) = -0,4x + 0,4$  e  $f(x) = 0,4x$ ; respectivamente.

A figura 4.11 apresenta os perfis da componente de velocidade na direção  $x$  ao longo da linha vertical central para as cavidades 3 e 4. Nota-se que a componente de velocidade  $u$  na cavidade 4 apresenta sinal oposto ao da mesma componente de velocidade obtida na cavidade 3. No gráfico são apresentados os resultados em valor absoluto, logo ambos perfis são idênticos, confirmando a eficiência do código computacional na captura de superfícies sólidas irregulares.

A figura 4.12 apresenta os perfis da componente de velocidade na direção  $y$  ao longo da linha horizontal central das cavidades 3 e 4. Observa-se que a componente de velocidade  $v$  na cavidade 3 é simétrica em relação ao eixo  $x = 0,5$ , quando comparada com a componente de velocidade  $v$  obtida resolvendo o escoamento na cavidade 4; os valores apresentados no gráfico foram invertidos para que pudessem ser comparados.

As figuras 4.13 e 4.14 ilustram os perfis de velocidades obtidos para Reynolds 1000 empregando duas malhas numéricas diferentes. Constata-se olhando aquelas figuras que os resultados são diferentes para cada malha adotada. Um refino maior deve ser realizado até que os perfis não mudem, ou a extrapolação de Richardson pode ser adotada para produzir uma solução numérica mais precisa.

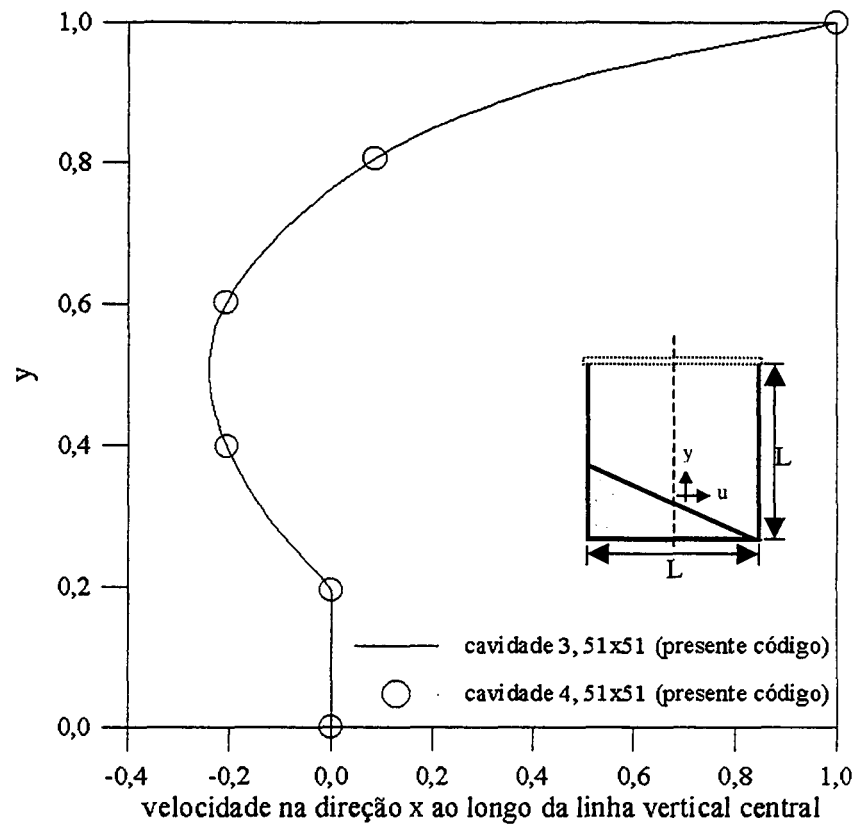


Figura 4.11 - Perfis da componente de velocidade  $u$  através da linha vertical central das cavidades 3 e 4,  $Re = 100$ .

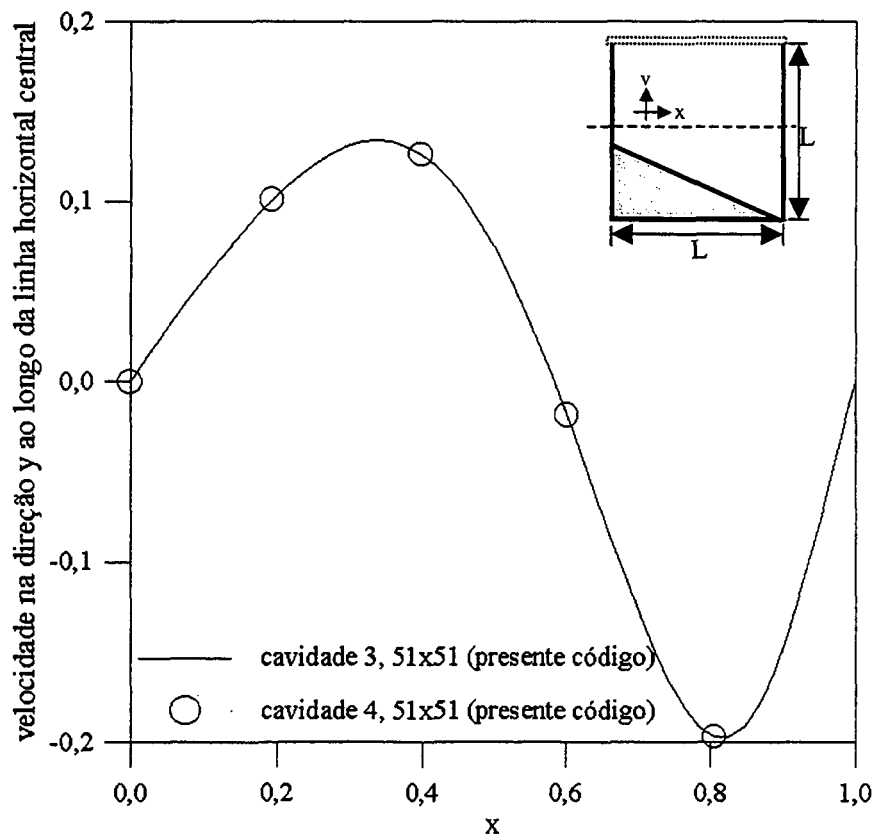


Figura 4.12 – Perfis da componente de velocidade  $v$  através da linha horizontal central das cavidades 3 e 4,  $Re = 100$ .

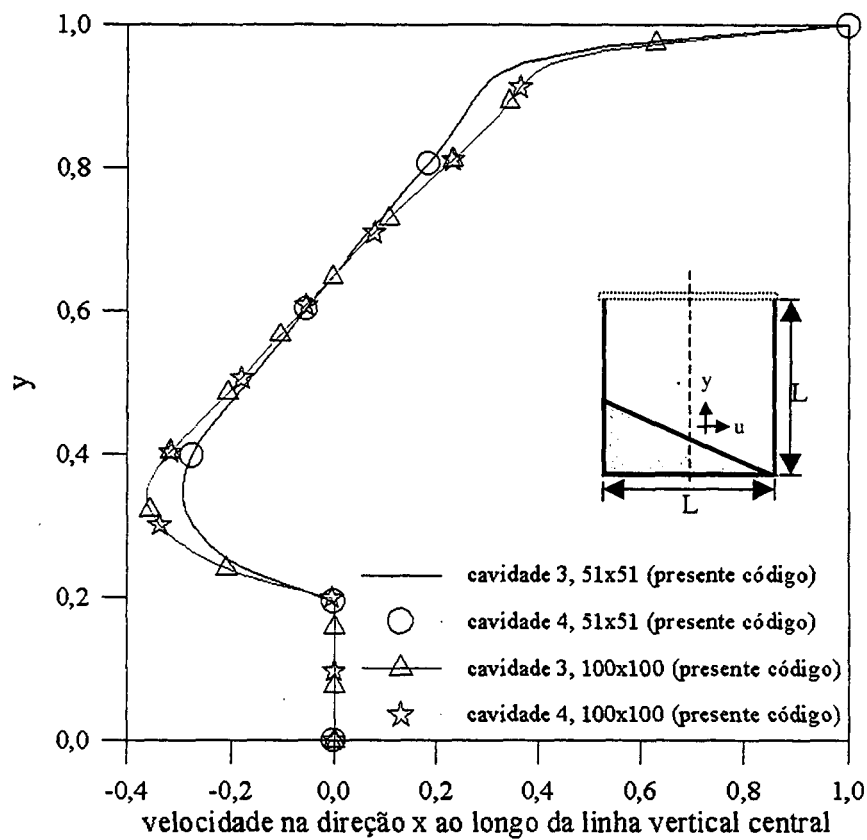


Figura 4.13 - Perfis da componente de velocidade  $u$  através da linha vertical central das cavidades 3 e 4,  $Re=1000$ .

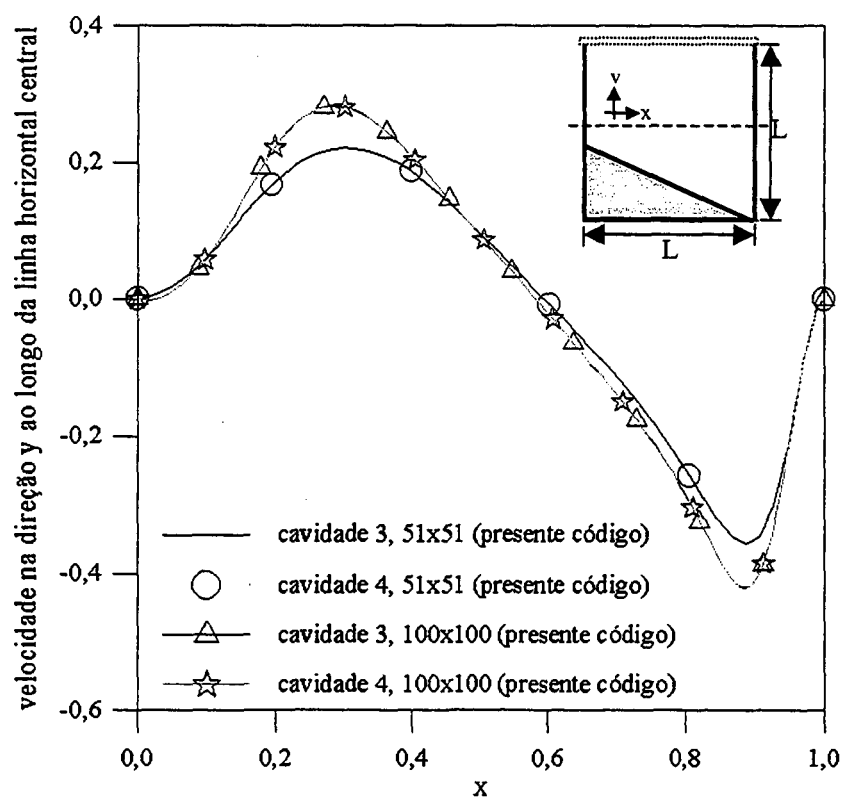


Figura 4.14 - Perfis da componente de velocidade  $v$  através da linha horizontal central das cavidades 3 e 4,  $Re=1000$ .

As linhas de corrente e as isobáricas obtidas resolvendo o escoamento nas cavidades quadradas 3 e 4 são apresentadas para Reynolds 1000 nas figuras 4.15 e 4.16. Observa-se que as linhas de corrente e isobáricas são simétricas em relação ao eixo  $x = 0,5$ , este resultado era previsível e já foi explicado anteriormente neste capítulo.

Na figura 4.15, por exemplo, na resolução do escoamento da cavidade 3 para a cavidade 4 muda-se a inclinação da base deformada e a direção da componente da velocidade na direção  $x$ , na parede superior deslizante, resultando em linhas de corrente iguais se comparadas em valor absoluto.

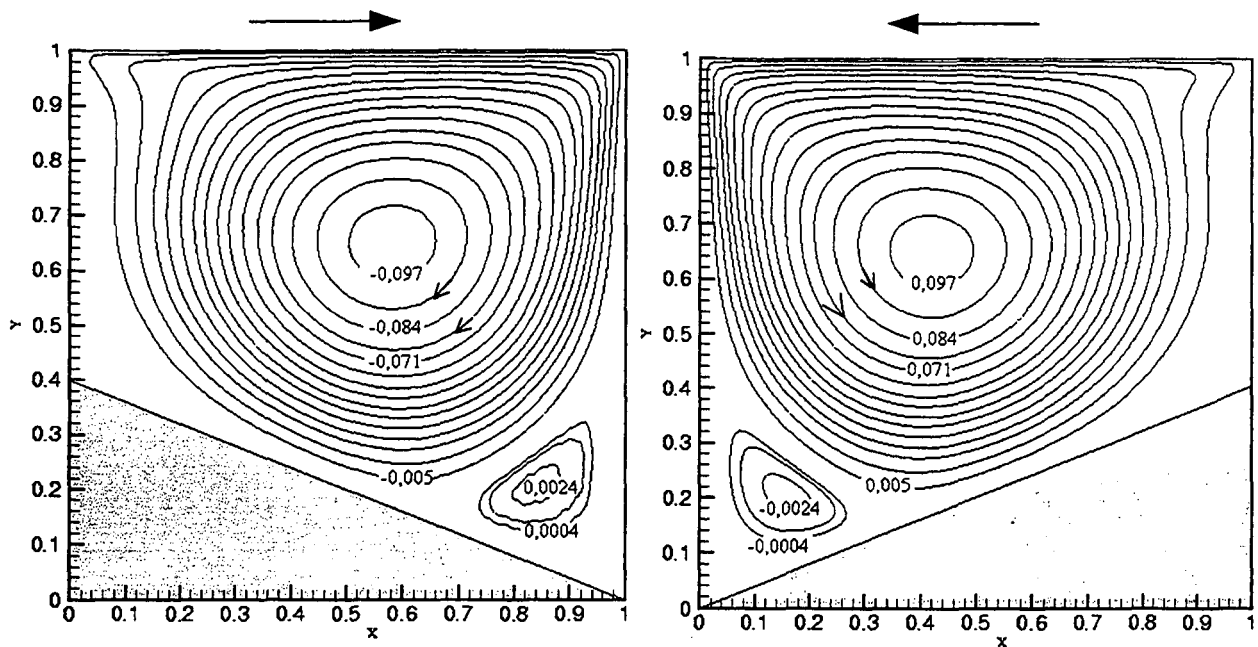


Figura 4.15 - Linhas de corrente nas cavidades 3 e 4,  $Re = 1000$ .

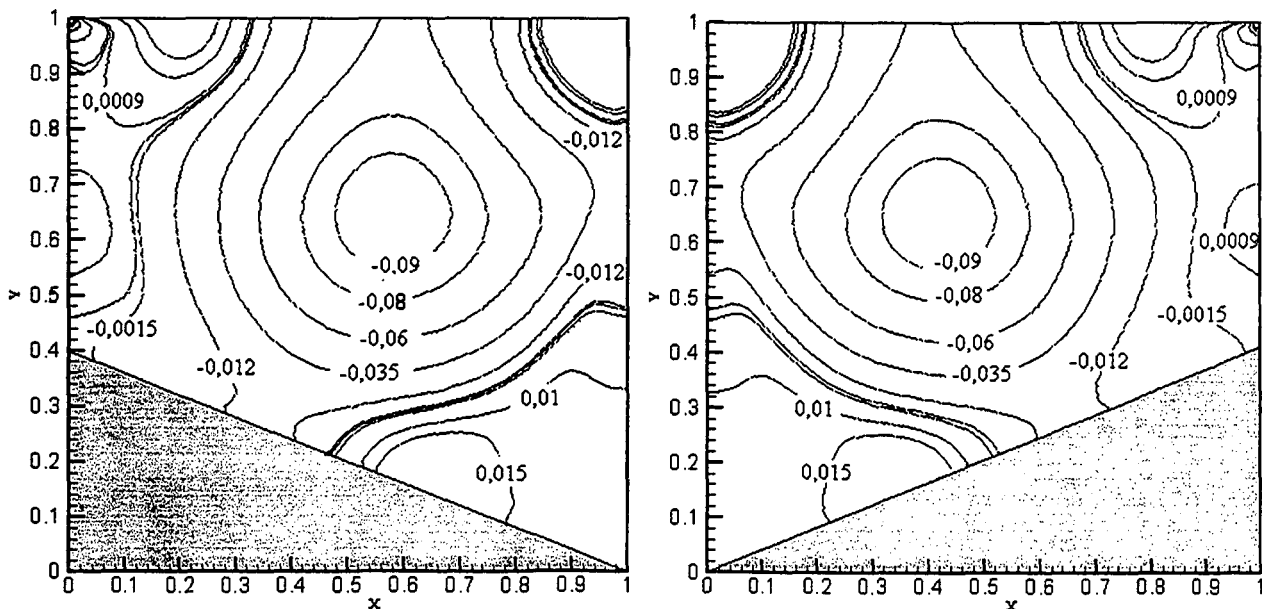


Figura 4.16 - Isobáricas para as cavidades 3 e 4,  $Re = 1000$ .

A figura 4.17 apresenta o esquema das cavidades quadradas 5 e 6 onde a função  $f(x)$  é um polinômio de primeiro grau ora crescente ora decrescente. A simetria (em  $x = 0,5$ ) do escoamento nas duas cavidades é utilizada na validação do código computacional.

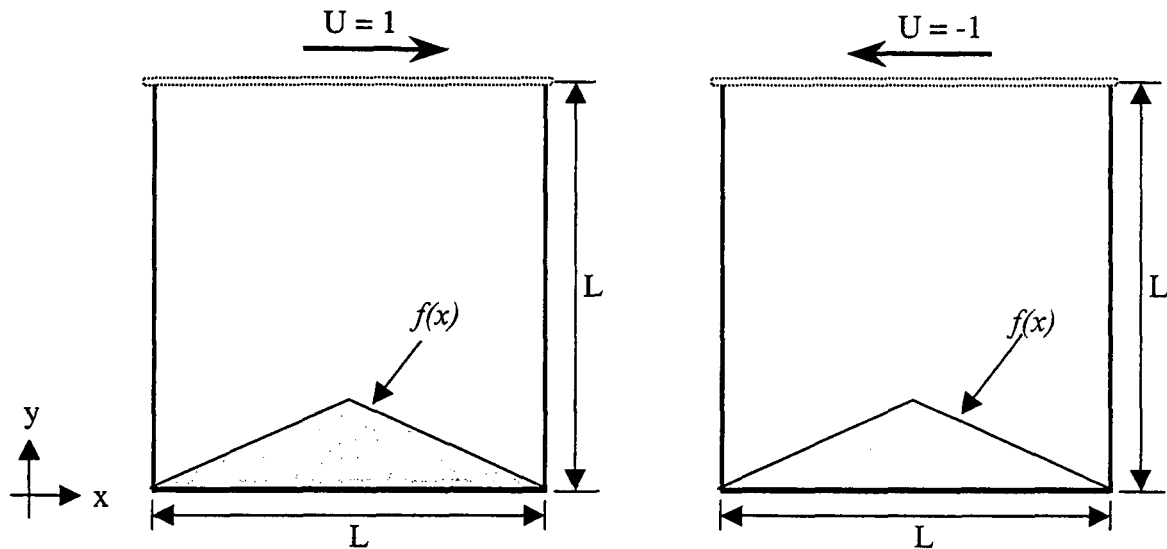


Figura 4.17 – Cavidades 5 e 6 para  $f(x) = \begin{cases} 0,4x; & x \leq L/2 \\ -0,4x + 0,4; & x > L/2 \end{cases}$

Os resultados obtidos para o número de Reynolds 100 e 1000 são apresentados nas figuras 4.18 a 4.21. Para Reynolds 1000 foram utilizadas duas malhas numéricas. Nota-se que com o refino da malha os resultados para os perfis de velocidade ainda se alteram, indicando que é necessário um refino maior da malha.

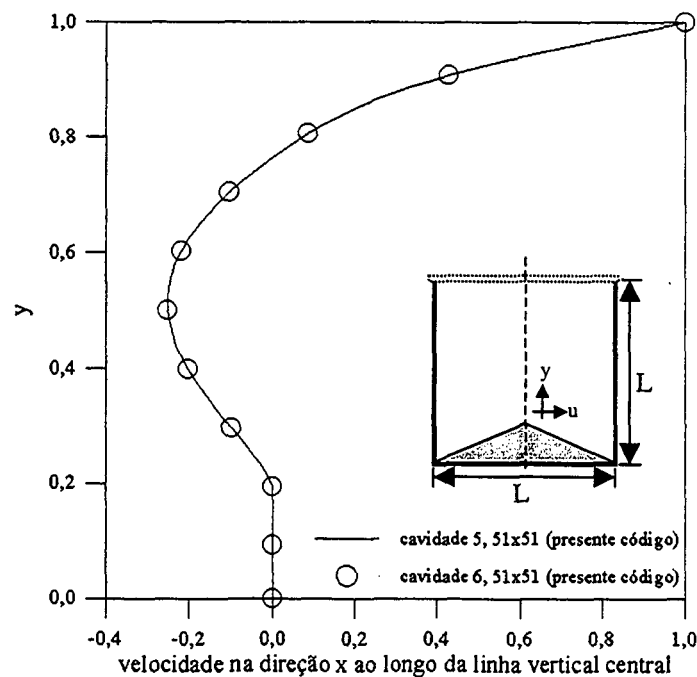


Figura 4.18 - Perfis da componente de velocidade  $u$  através da linha vertical central das cavidades 5 e 6,  $Re = 100$ .

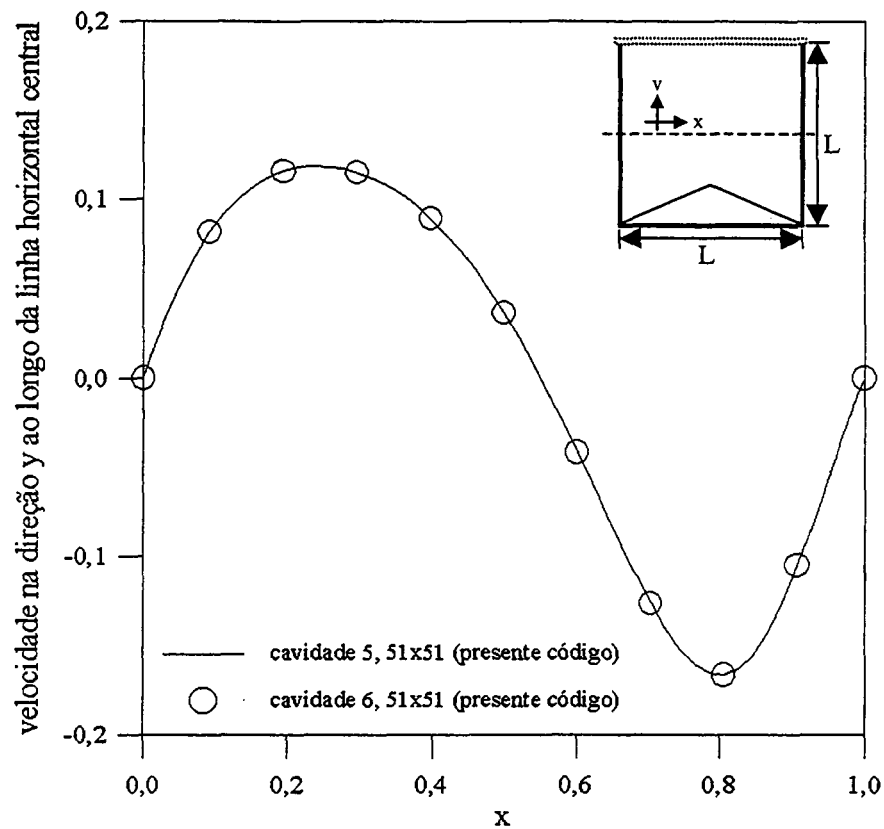


Figura 4.19 - Perfis da componente de velocidade  $v$  através da linha horizontal central das cavidades 5 e 6,  $Re = 100$ .

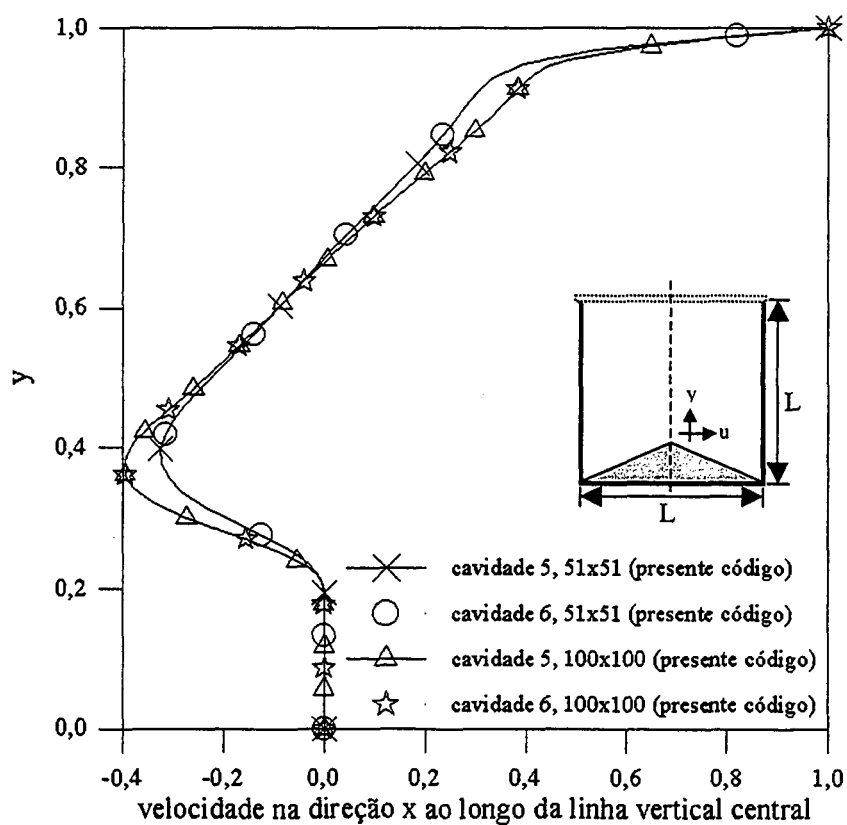


Figura 4.20 - Perfis da componente de velocidade  $u$  através da linha vertical central das cavidades 5 e 6,  $Re = 1000$ .



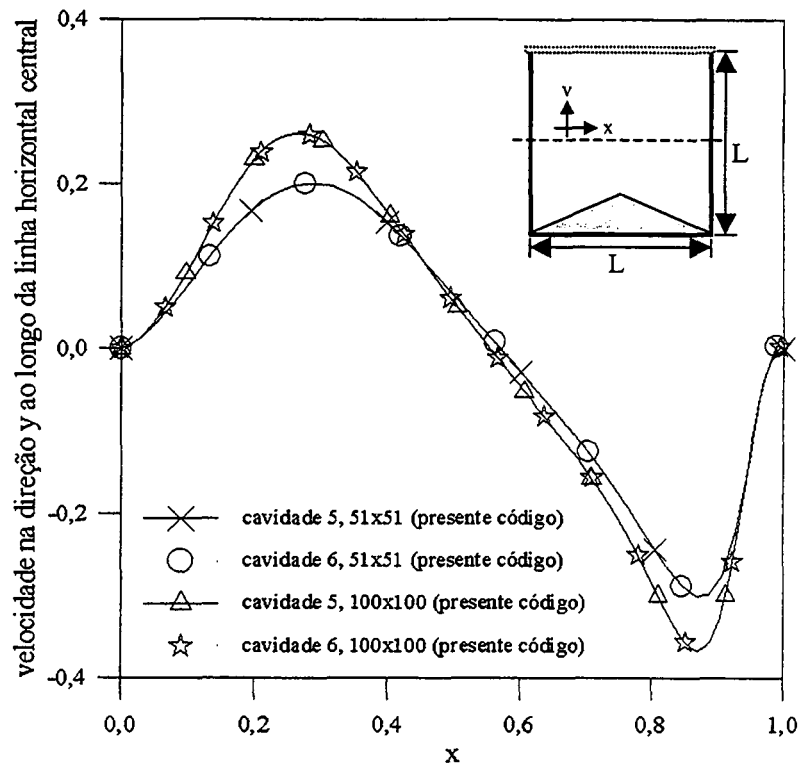


Figura 4.21 - Perfis da componente de velocidade  $v$  através da linha horizontal central das cavidades 5 e 6,  $Re = 1000$ .

As figuras 4.22 e 4.23 ilustram as linhas de corrente obtidas nas cavidades 5 e 6 para Reynolds 100 e 1000, respectivamente. Observa-se que as linhas de corrente nas figuras 4.22 a 4.23 são simétricas em relação ao eixo  $x = 0,5$ , a justificativa já foi explorada neste trabalho. Na figura 4.23, para Reynolds 1000, percebe-se a formação de duas regiões de recirculação próximo da parede inferior irregular.

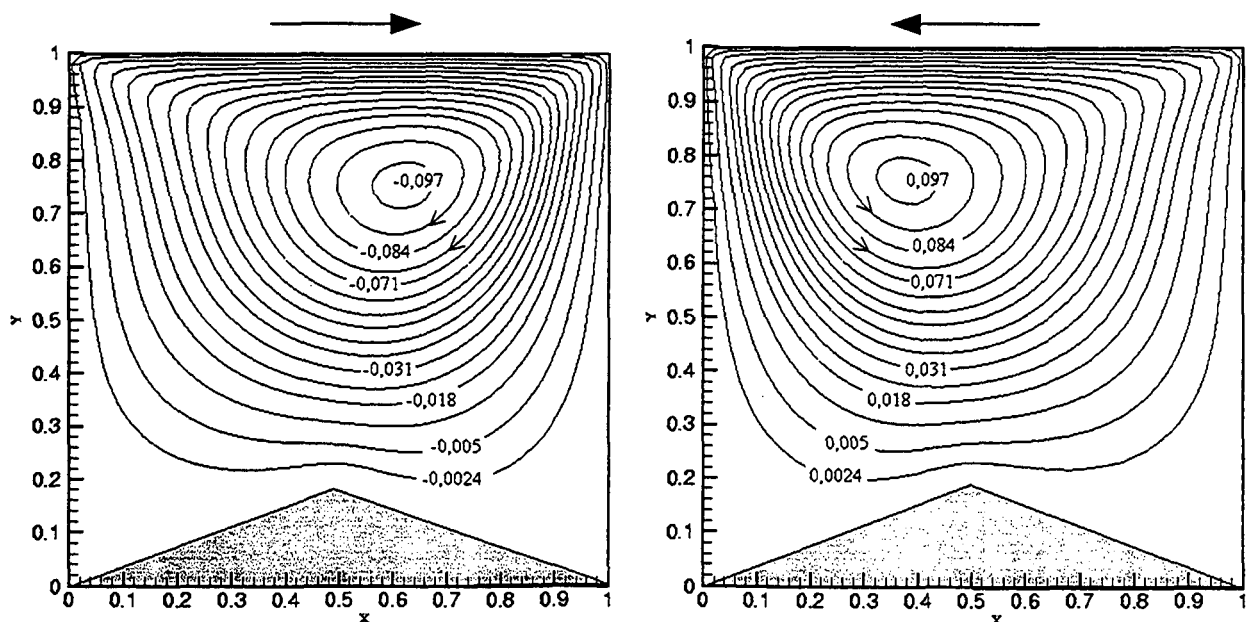


Figura 4.22 - Linhas de corrente nas cavidades 5 e 6,  $Re = 100$ .

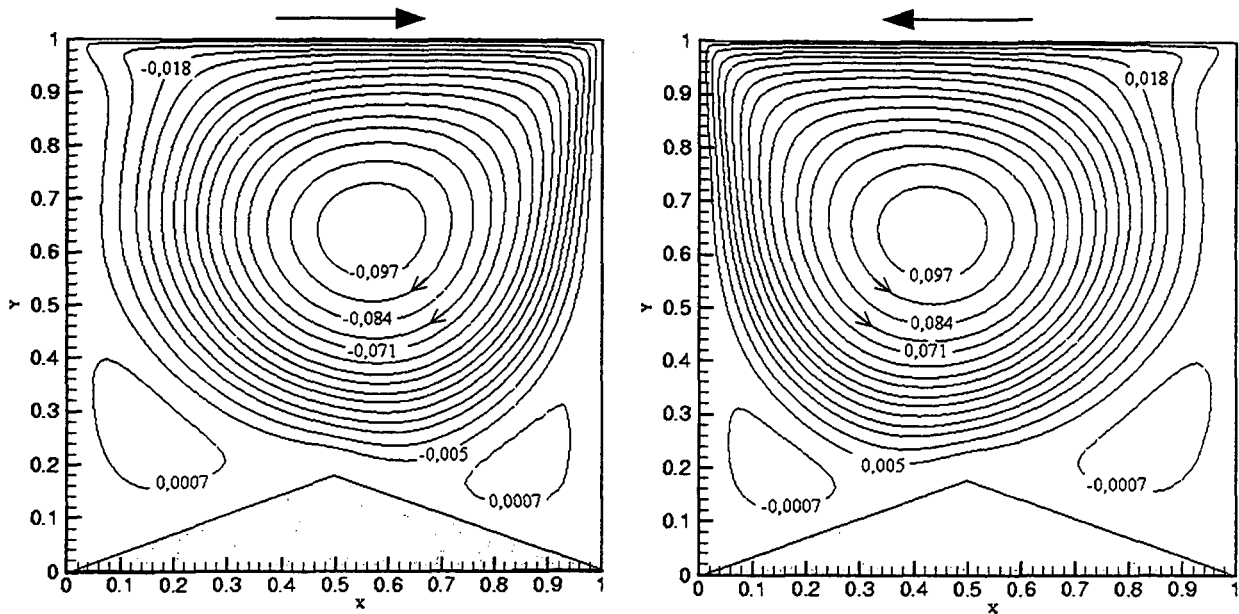


Figura 4.23 - Linhas de corrente nas cavidades 5 e 6,  $Re = 1000$ .

A distribuição de pressão nas cavidades quadradas 5 e 6 é apresentada na figura 4.24 onde se nota a simetria das isobáricas em relação ao eixo  $x = 0,5$ .

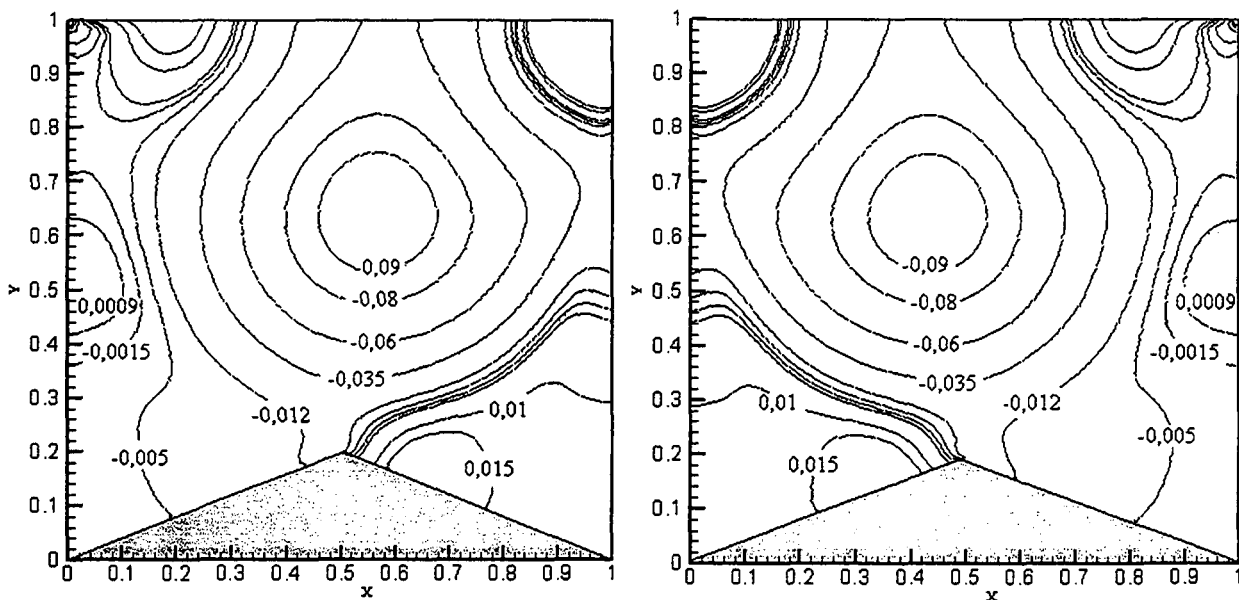


Figura 4.24 - Isobáricas para as cavidades 5 e 6,  $Re = 1000$ .

A figura 4.25 ilustra as cavidades quadrada 7 e 8 onde a função cosenoidal  $f(x)$  é utilizada na parede inferior irregular. A simetria do escoamento nas duas cavidades é utilizada na validação do código computacional. Os perfis das componentes de velocidades  $u$  e  $v$  obtidos para o número de Reynolds igual a 1000 são apresentados nas figuras 4.26 a 4.27, respectivamente.

Na figura 4.26 são apresentados os perfis da componente de velocidade  $u$  na linha vertical central das cavidades 7 e 8 para Reynolds 1000. Os resultados obtidos para a malha refinada são coincidentes com os resultados de Shyy *et al.* (1996). Na figura 4.27 os perfis da componente de velocidade  $v$  na linha horizontal central são ilustrados.

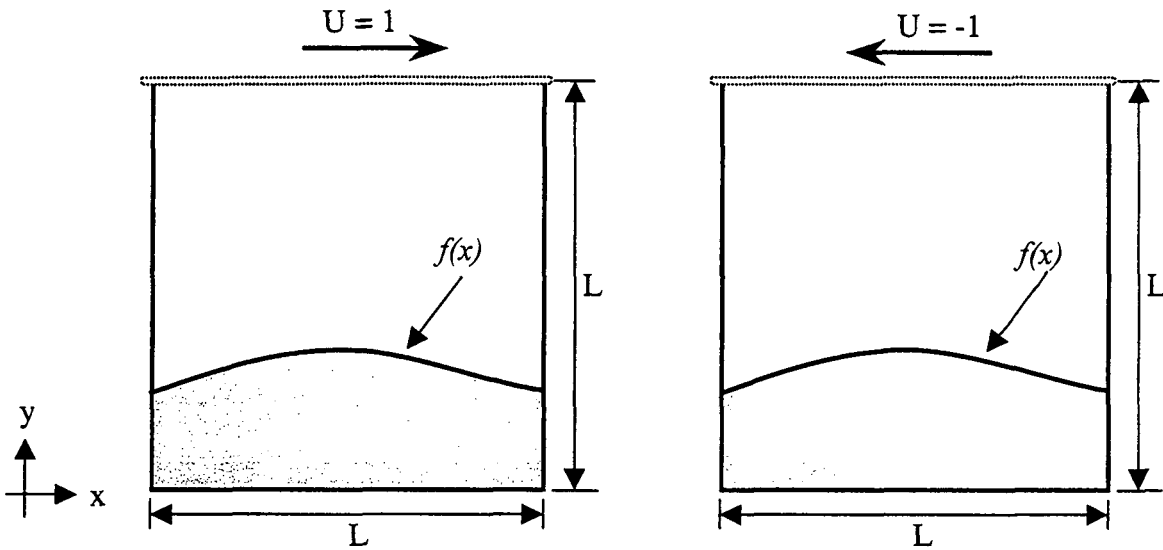


Figura 4.25 – Cavidades 7 e 8 para  $f(x) = 0,275 + 0,05(1 - \cos(2\pi x))$ .

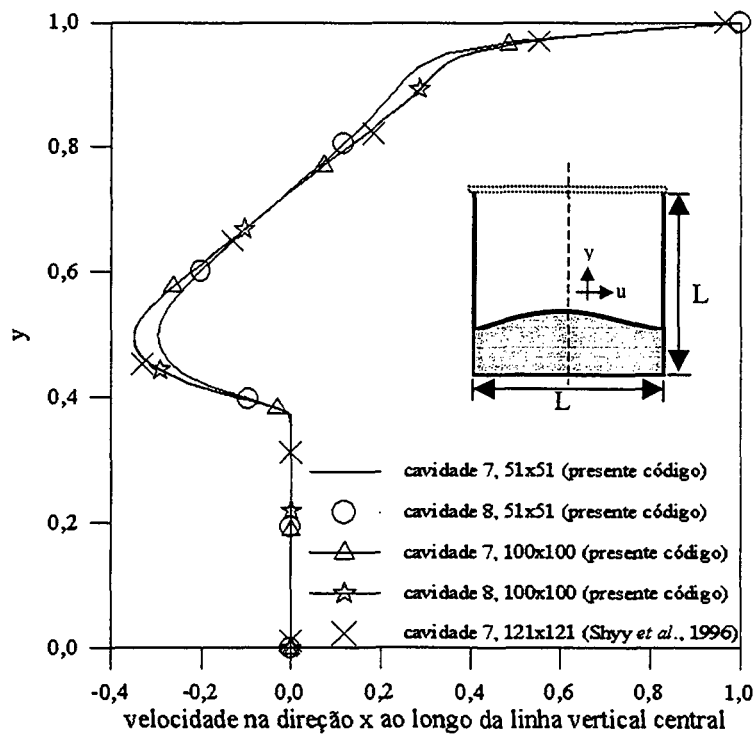


Figura 4.26 - Perfis da componente de velocidade  $u$  através da linha vertical central das cavidades 7 e 8,  $Re = 1000$ .

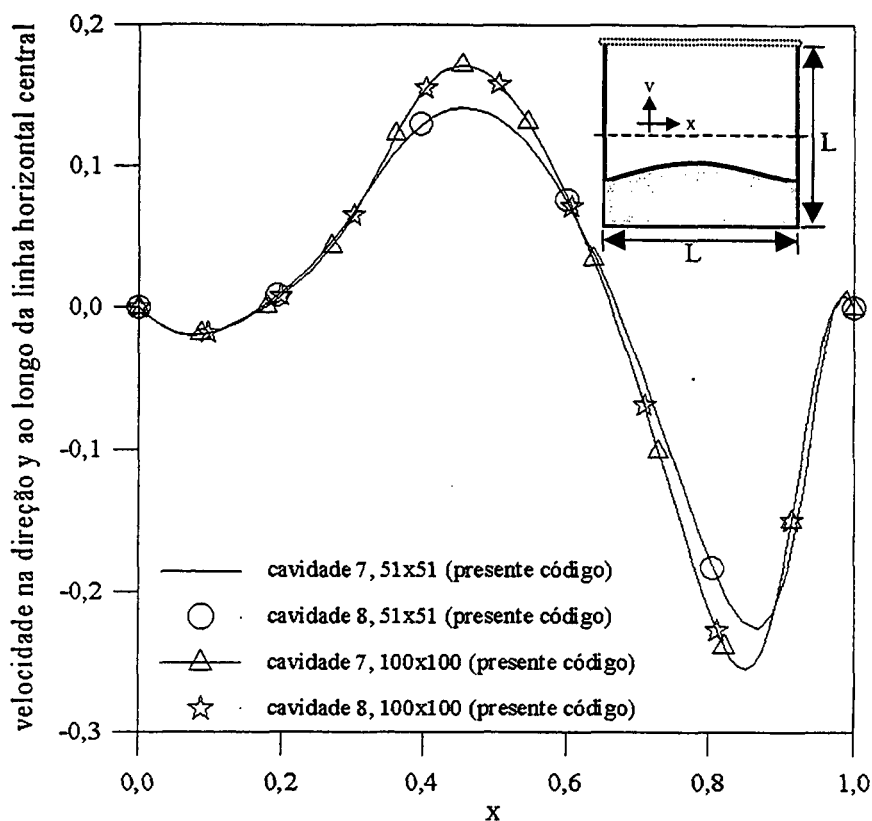


Figura 4.27 - Perfis da componente de velocidade  $v$  através da linha horizontal central das cavidades 7 e 8,  $Re = 1000$ .

Na figura 4.28 as linhas de corrente nas cavidades 7 e 8 são apresentadas para o número de Reynolds 1000. Na figura 4.29b os resultados obtidos por Shyy *et al.* (1996), para as linhas de corrente na cavidade 7, são ilustrados. Shyy *et al.* (1996) ilustram apenas uma parte da cavidade, isto é, para  $0,2 \leq y \leq 1,0$ . Na figura 4.29a reproduz-se os resultados obtidos pela figura 4.28. Vale ressaltar que Shyy *et al.* (1996) empregaram uma malha formada por  $121 \times 121$  volumes de controle e a metodologia ELAFINT para obter os resultados a seguir apresentados. Os resultados obtidos com o presente código são bastante satisfatórios seguindo os resultados obtidos por Shyy *et al.* (1996), demonstrando a confiabilidade do código computacional.

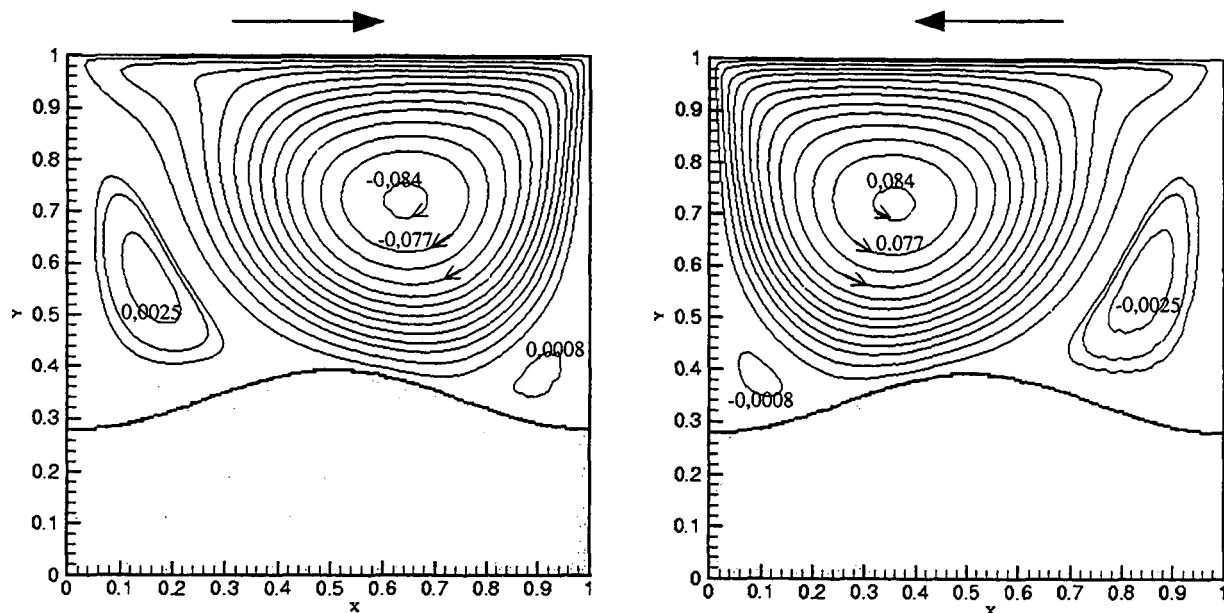
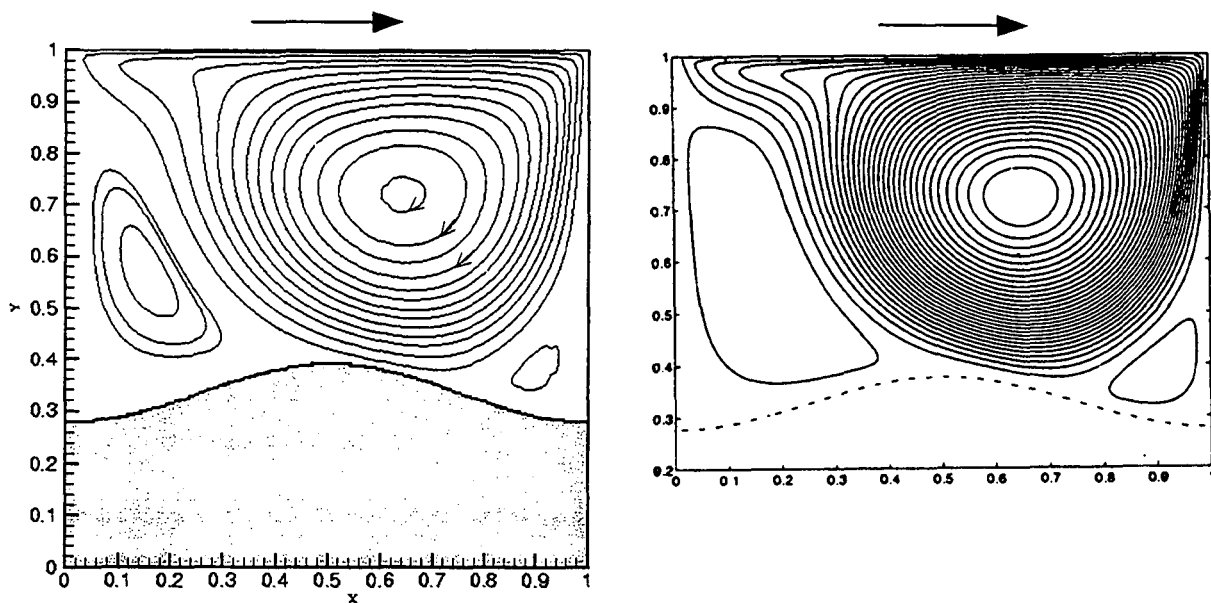


Figura 4.28 - Linhas de corrente nas cavidades 7 e 8,  $Re = 1000$ .



(a) presente código

(b) Shyy *et al.* (1996)

Figura 4.29 - Linhas de corrente na cavidade 7,  $Re = 1000$ .

A figura 4.30 ilustra a distribuição de pressão nas cavidades 7 e 8 para Reynolds 1000. Através do comportamento das linhas de pressão constante nota-se a formação das regiões de recirculação nas cavidades.

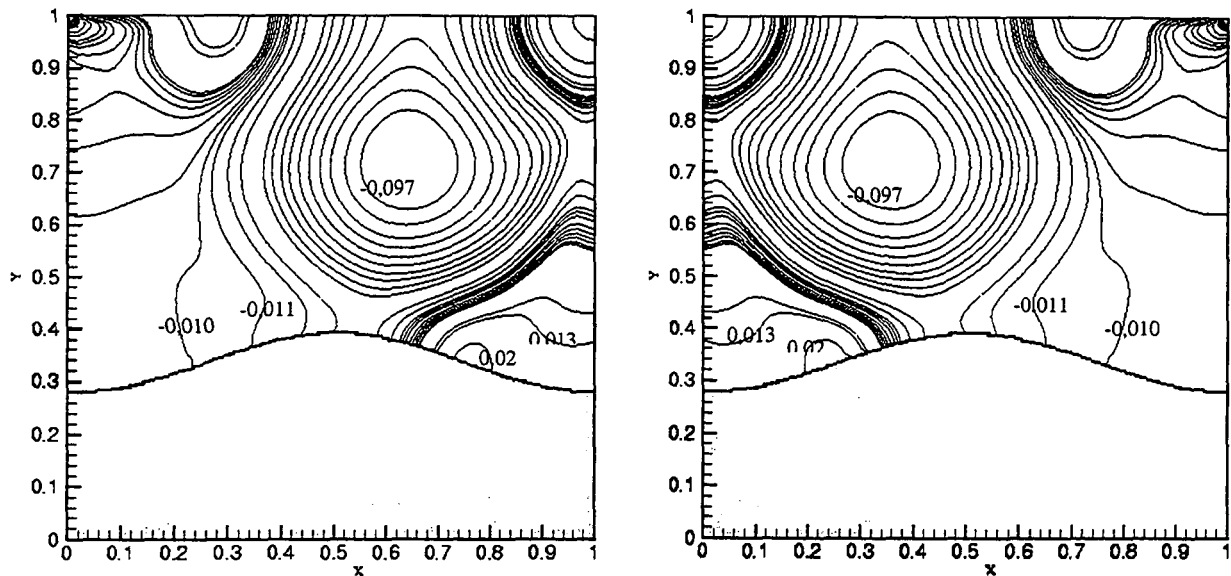


Figura 4.30 - Isobáricas para as cavidades 7 e 8,  $Re = 1000$ .

A figura 4.31 apresenta a geometria da cavidade quadrada cuja parede inferior é um arco (Migeon *et al.*, 2000). A cavidade 10 foi preparada para utilizar a simetria (eixo  $x = 0,5$ ) do escoamento e comparar os resultados com aqueles obtidos para a cavidade 9.

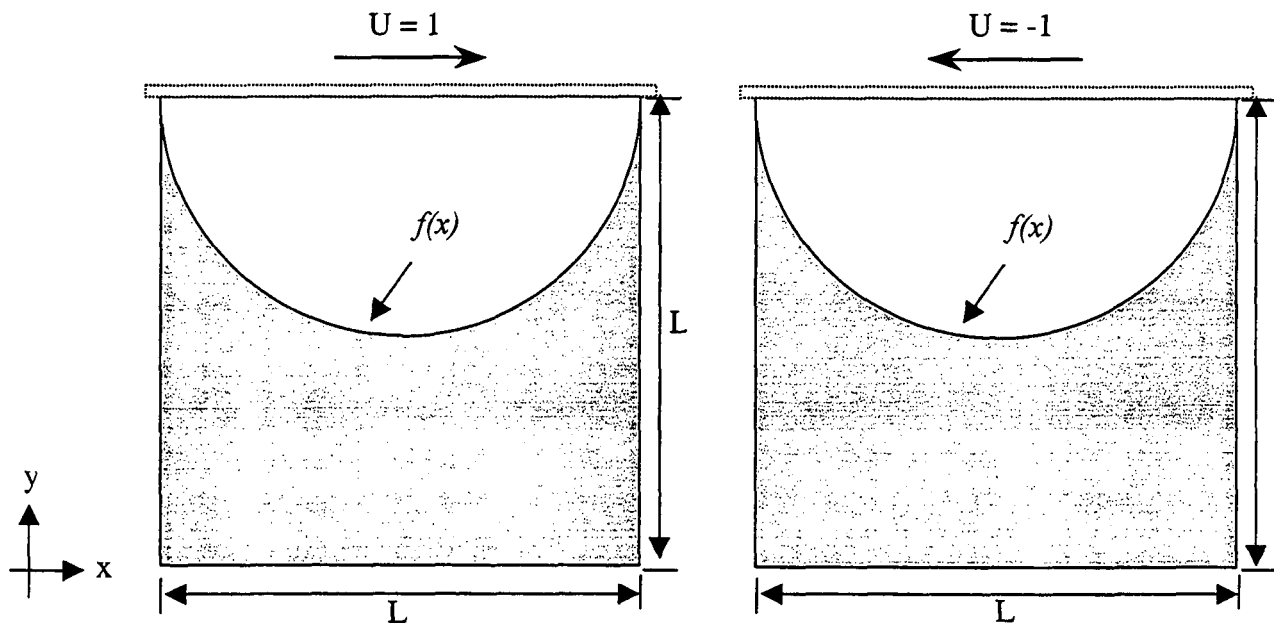


Figura 4.31 - Cavidades 9 e 10 para  $f(x) = 1 - \sqrt{x - x^2}$ .

A figura 4.32 ilustra a malha numérica formada por  $100 \times 100$  volumes de controle utilizada nas cavidades da figura 4.31, cuja parede inferior tem formato de arco.

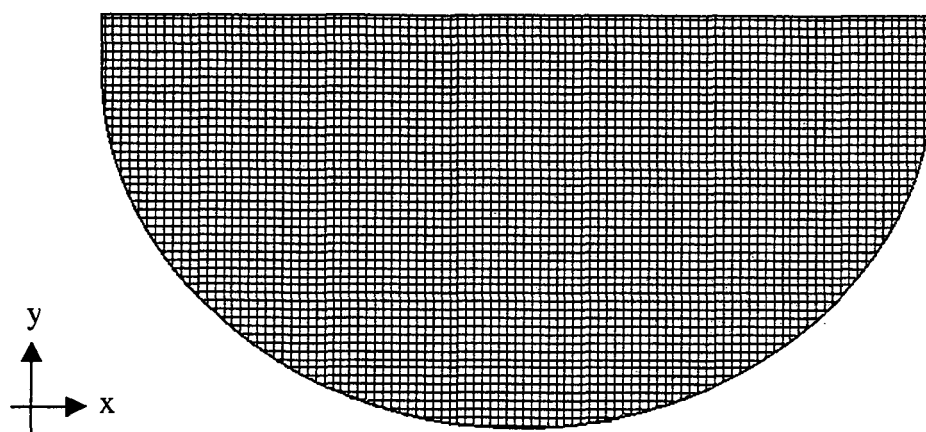


Figura 4.32 – Malha computacional formada por 100x100 pontos nodais, utilizada na cavidade semicircular.

A figura 4.33 ilustra os perfis da componente de velocidade  $u$  obtidos na linha vertical central das cavidades semicircular, cavidades 9 e 10 com o presente código computacional para  $Re = 1000$ . Na figura 4.34 os perfis para a componente de velocidade  $v$  obtidos através de uma linha horizontal das cavidades 9 e 10 são apresentados para  $Re = 1000$ . Os valores da componente  $v$  da velocidade expressos na figura 4.34 foram obtidos dos volumes de controle localizados na próxima linha acima da linha horizontal central. Em ambas figuras a simetria do escoamento em relação ao eixo  $x = 0,5$  foi utilizada para obter os resultados, que concordam entre si.

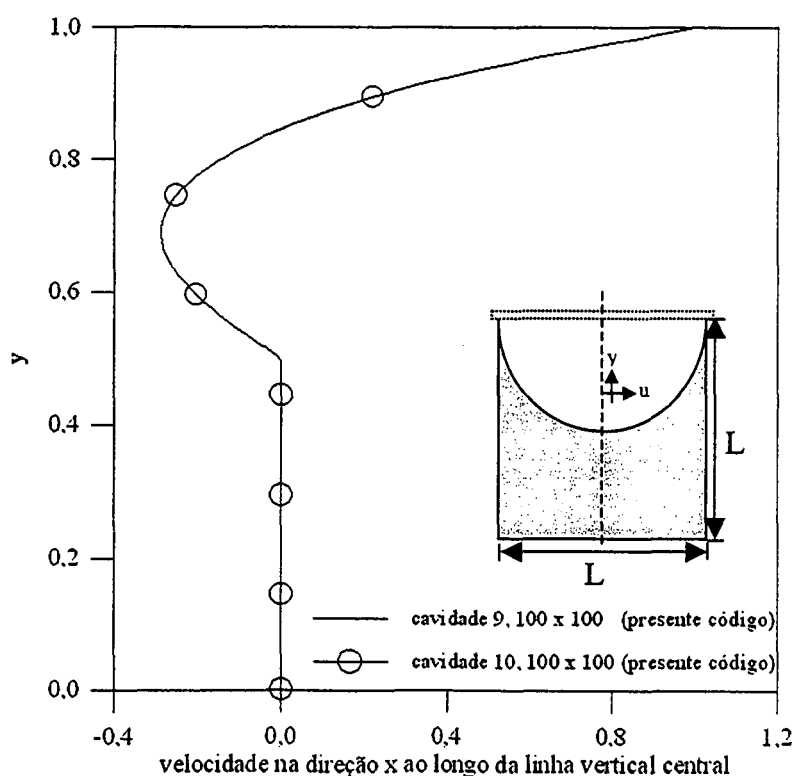


Figura 4.33 - Perfis da componente de velocidade  $u$  através da linha vertical central das cavidades 9 e 10,  $Re = 100$ .

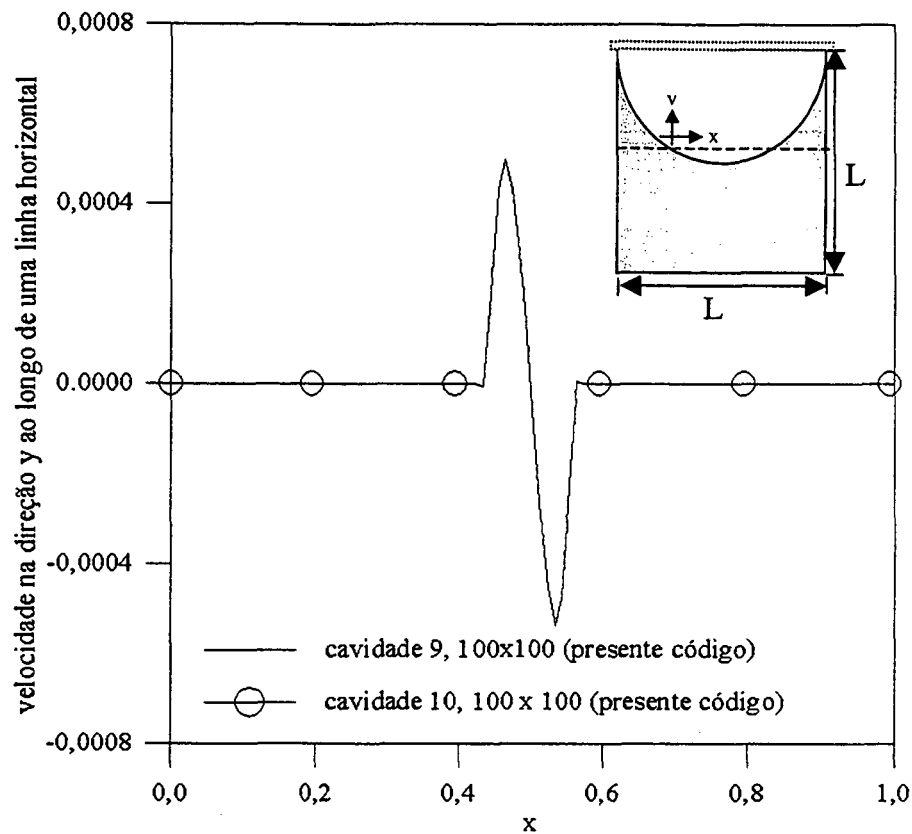


Figura 4.34 - Perfis da componente de velocidade  $v$  através de uma linha horizontal das cavidades 9 e 10,  $Re = 100$ .

As linhas de corrente obtidas para o número de Reynolds 100 e 1000 são apresentadas nas figuras 4.35 e 4.36, respectivamente, utilizando a simetria do escoamento nas cavidades 9 e 10. Para Reynolds igual a 1000 há a formação de uma região de recirculação ilustrada na figura 4.36.

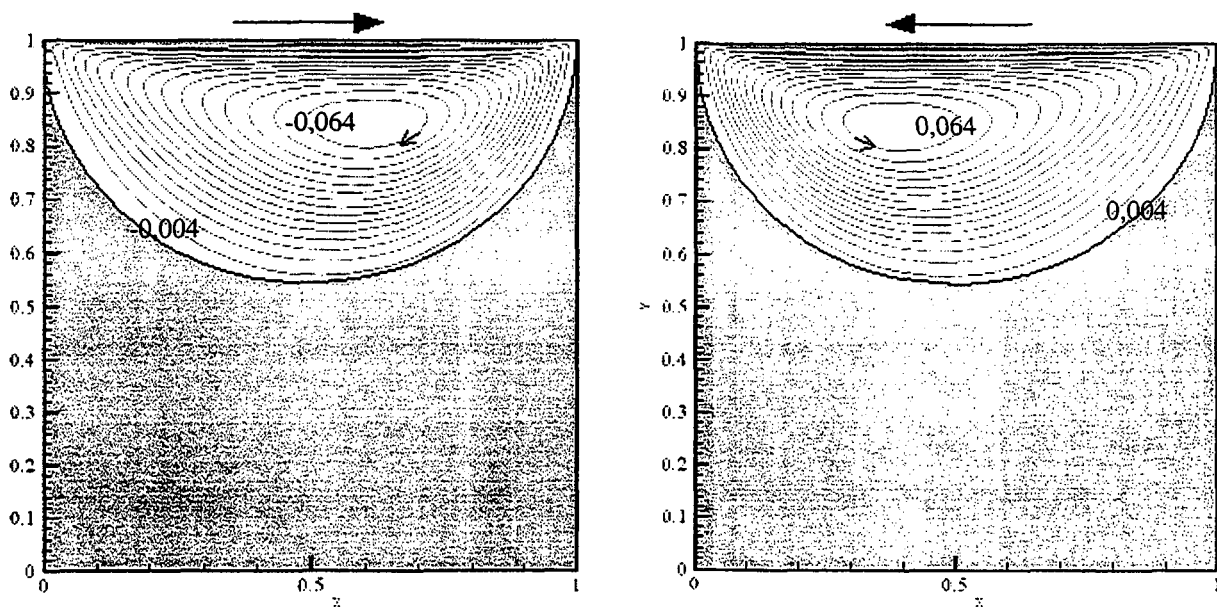


Figura 4.35 - Linhas de corrente nas cavidades 9 e 10,  $Re = 100$ .



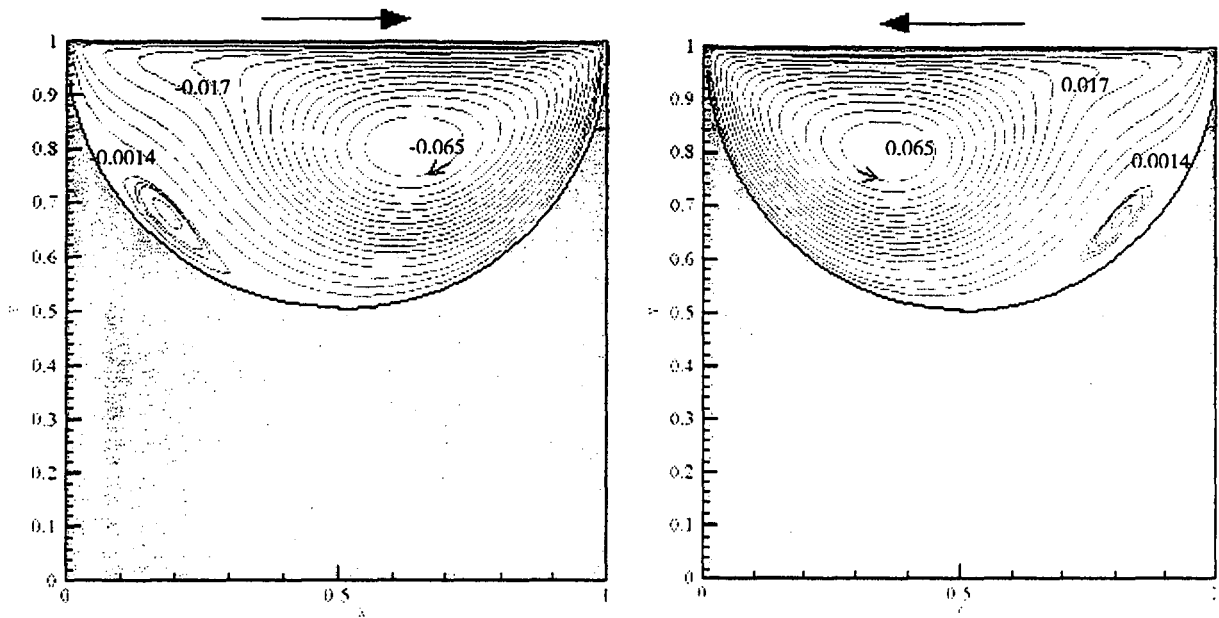


Figura 4.36 - Linhas de corrente nas cavidades 9 e 10,  $Re = 1000$ .

#### 4.2.2 Cavity Triangular

A figura 4.37 ilustra a geometria da cavidade triangular, chamada cavidade 11 no presente trabalho.

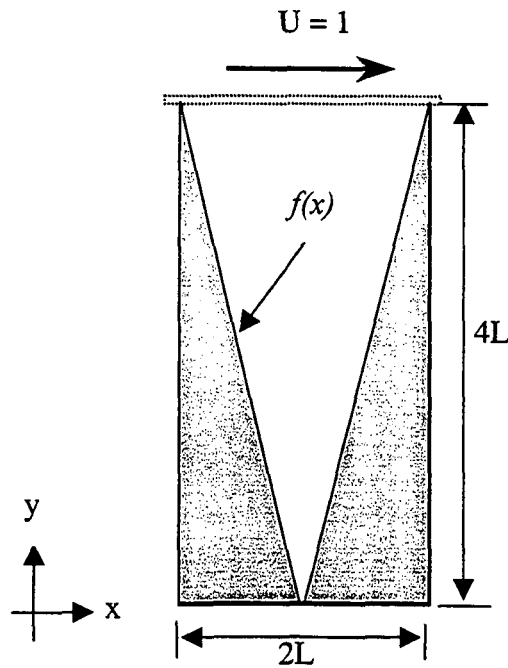


Figura 4.37 – Cavity 11 para  $f(x) = \begin{cases} -4x + 4, & x \leq L \\ 4x - 4, & x > L \end{cases}$ .

Na figura 4.38 são apresentadas as malhas formadas por (a) 42x82 e (b) 82x162 volumes de controle. Estas malhas foram utilizadas na simulação numérica da cavidade triangular.

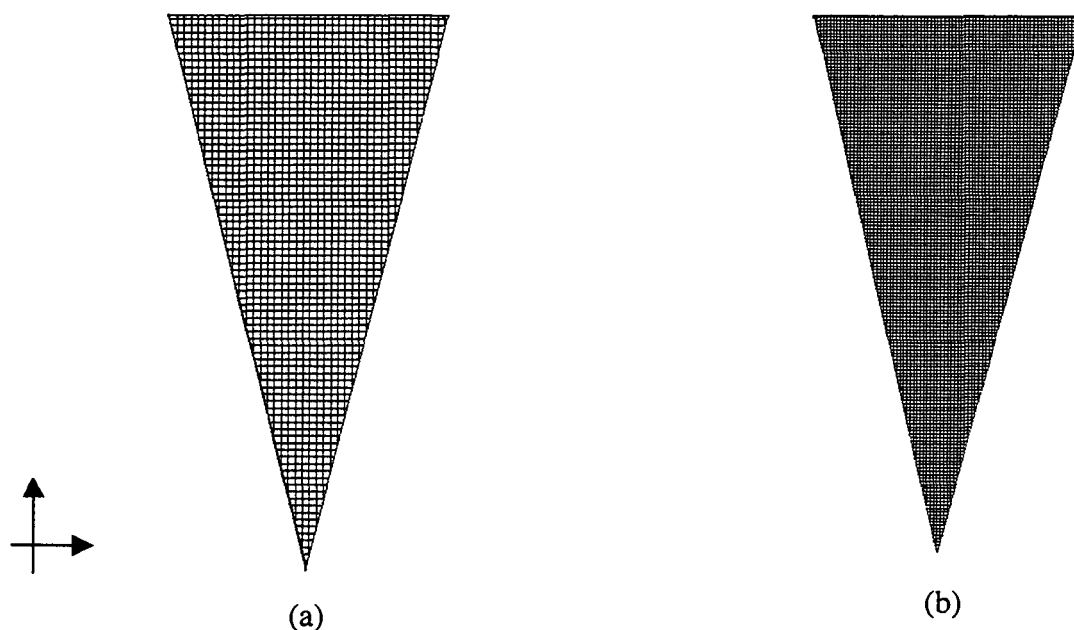


Figura 4.38 – Malha computacional formada por (a) 42x82 e (b) 82x162 volumes de controle, utilizada na cavidade triangular.

Os números de Reynolds testados para a cavidade triangular são 50, 100, 400 e 800 e alguns dos resultados obtidos são apresentados nas figuras que seguem.

O escoamento na cavidade triangular é resolvido e os resultados são comparados com os obtidos por Jyotsna e Vanka (1995). A figura 4.39 ilustra o perfil da componente de velocidade  $u$  ao longo da linha vertical central da cavidade triangular, para  $Re = 50$  e 800. Conforme observado, na figura 4.39 a componente de velocidade  $u$  se anula ao longo de grande parte desta linha exceto próximo ao topo. Isto ocorre em virtude do aprisionamento do fluido na região da base da cavidade. Na figura 4.40 observa-se o comportamento da pressão ao longo da mesma linha. Nota-se que próximo à parede superior deslizante da cavidade a pressão apresenta grandes variações, ao passo que para  $y \leq 2,6$  a pressão é constante e virtualmente nula. O gradiente de pressão inexistente na região da base da cavidade é decorrência da fraca atividade do escoamento nesta região.

Jyotsna e Vanka (1995) resolveram o escoamento na cavidade triangular utilizando o método de elementos finitos e no presente trabalho o método de volumes finitos em conjunção com a metodologia ELAFINT foi empregado. A presente metodologia mostrou-se eficaz na solução do escoamento da cavidade triangular e os resultados obtidos são bastante satisfatórios.

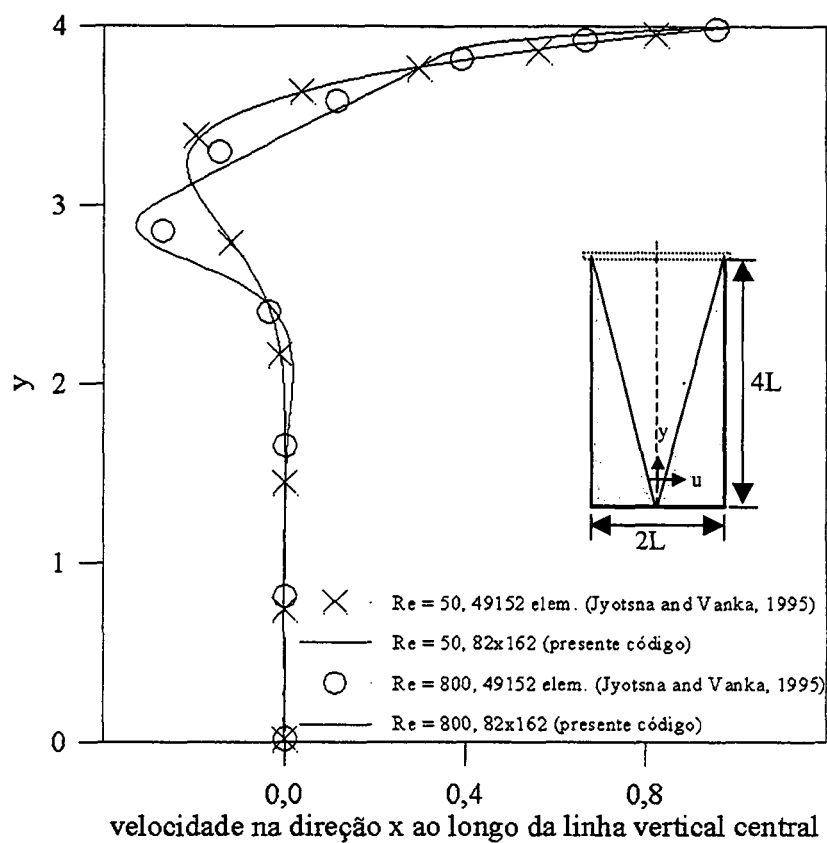


Figura 4.39 – Perfis da componente de velocidade  $u$  através da linha vertical central da cavidade 11,  $Re = 50$  e  $800$ .

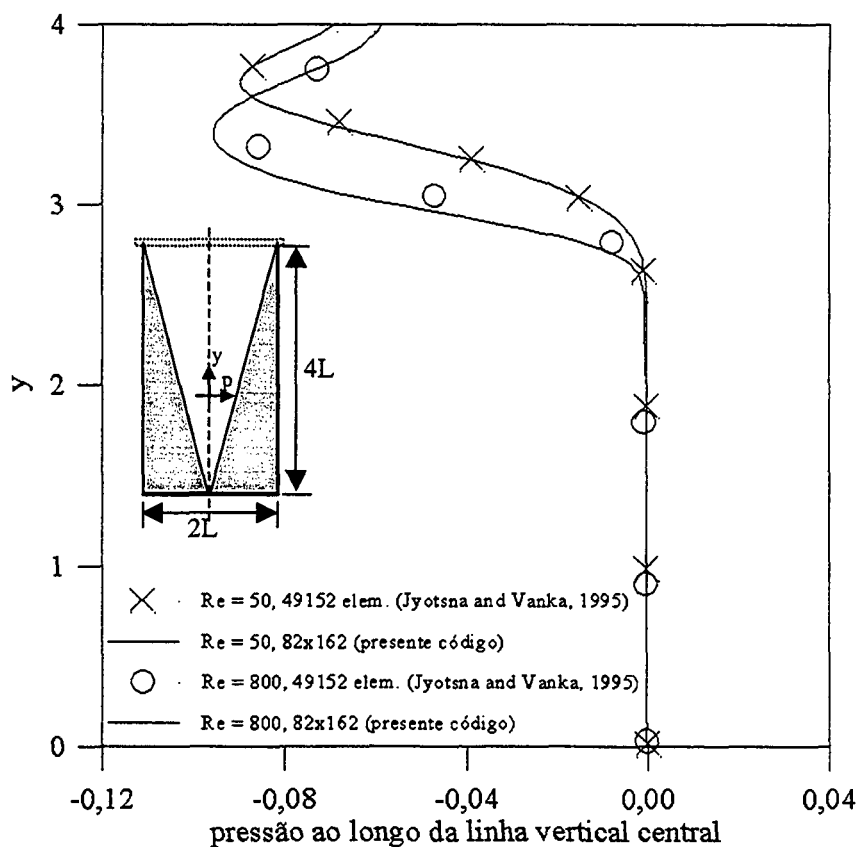
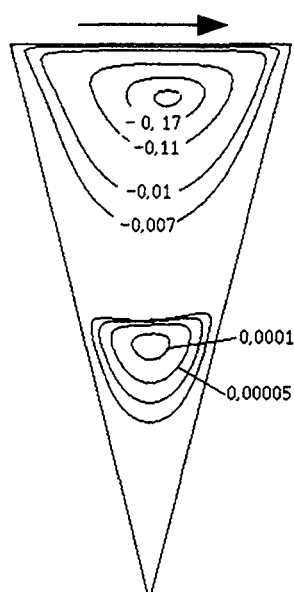
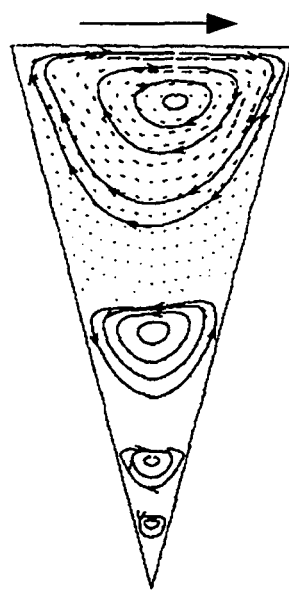


Figura 4.40 – Perfis de pressão através da linha vertical central da cavidade 11,  $Re = 50$  e  $800$ .

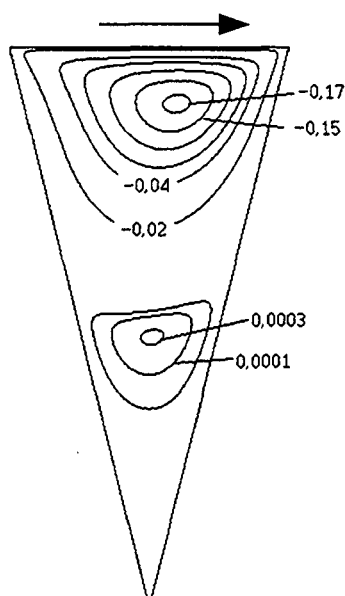
As figuras 4.41 a 4.44 exploram as linhas de corrente para a cavidade 11. Destas figuras observa-se que o tamanho dos vórtices na cavidade triangular decresce à medida que se aproxima do vértice inferior da cavidade. O vórtice mais próximo do topo se move no sentido horário, o segundo vórtice se move em sentido anti-horário, e assim sucessivamente para os demais vórtices. A solução gerada pelo presente código foi capaz de captar apenas os dois primeiros vórtices para captar os demais vórtices é necessário um maior refino da malha computacional (Mariani e Prata, 2001). Os resultados obtidos pelo presente código são semelhantes aos de Jyotsna e Vanka (1995), conforme apresentado nas figuras que seguem.



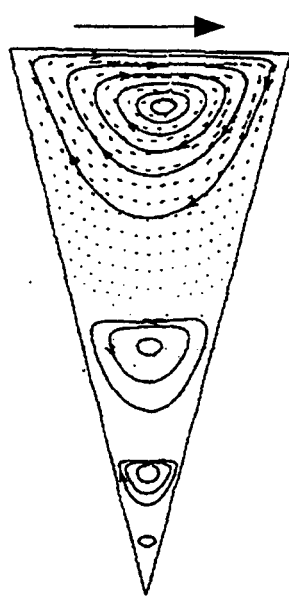
(a) presente código



(b) Jyotsna e Vanka (1995)

Figura 4.41 - Linhas de corrente na cavidade 11,  $Re = 50$ .

(a) presente código



(b) Jyotsna e Vanka (1995)

Figura 4.42 - Linhas de corrente na cavidade 11,  $Re = 100$ .

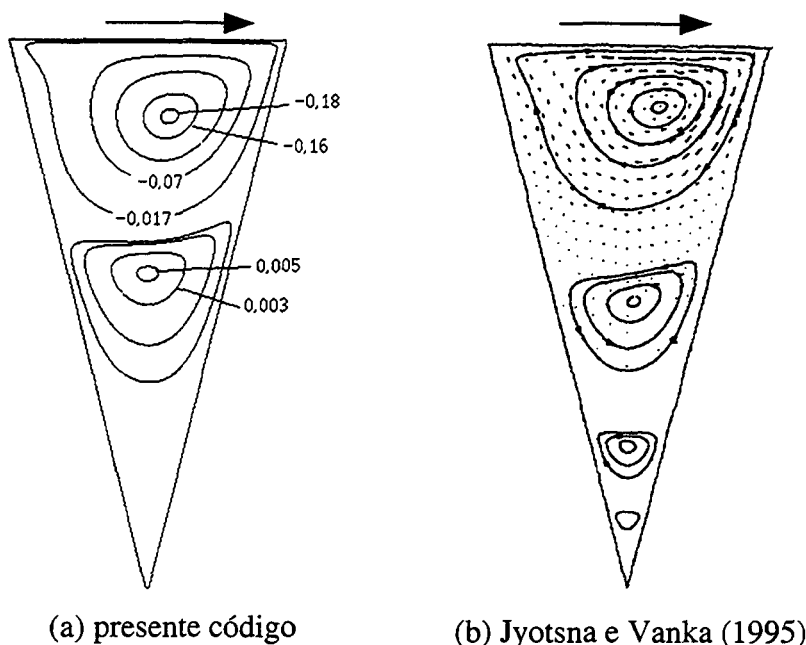


Figura 4.43 - Linhas de corrente na cavidade 11,  $Re = 400$ .

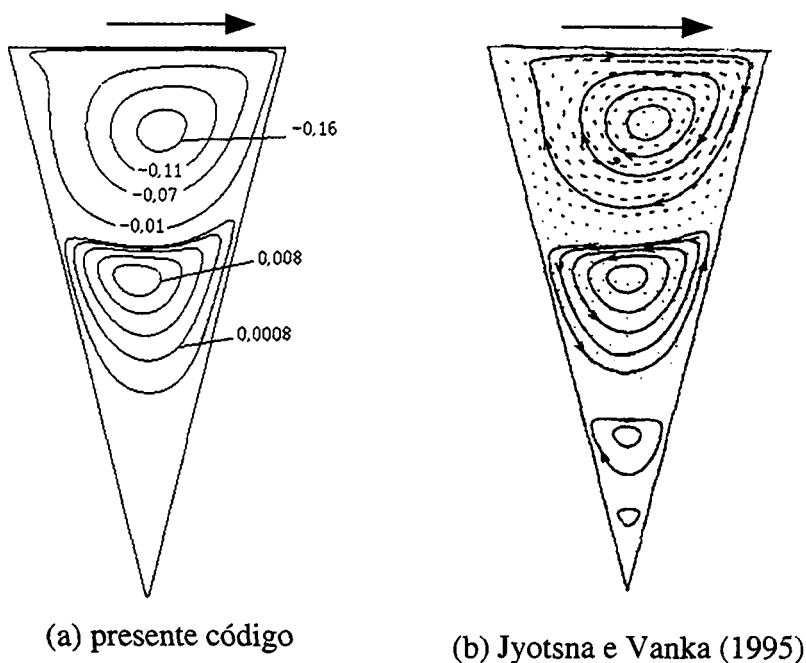


Figura 4.44 - Linhas de corrente na cavidade 11,  $Re = 800$ .

Nas figuras 4.41 a 4.44 estão indicados alguns valores das linhas de corrente na cavidade triangular para os números de Reynolds 50, 100, 400 e 800, respectivamente. Nestas figuras nota-se que de fato, como aponta a figura 4.39, a velocidade na região da base da cavidade triangular é muito menor do que a velocidade no topo.

A figura 4.45 foi preparada para justificar os valores explorados na figura 4.40, que fornece pressões negativas no topo da cavidade triangular e pressões próximo de zero na base da

mesma cavidade. Na figura 4.45 algumas isobáricas para Reynolds igual a 100 são ilustradas confirmando os valores já obtidos na figura 4.40.

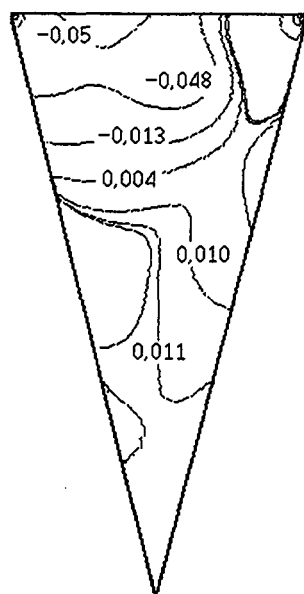


Figura 4.45 - Isobáricas na cavidade 11,  $Re = 100$ .

### 4.3 Difusor Radial

A validação da solução numérica do escoamento no difusor radial será realizada de três maneiras. Primeiro compara-se a solução numérica do difusor radial com palheta paralela em relação ao assento com uma solução analítica, válida para números de Reynolds reduzidos e afastamentos pequenos, entre a palheta e o assento. Os resultados numéricos obtidos com o presente código são comparados, ainda, com a palheta paralela e assento sem ter sofrido modificações, conforme figura 2.2, com os resultados numéricos obtidos por outros autores. Finalmente, os resultados numéricos são comparados com resultados experimentais, e para tal inclina-se o assento da válvula em  $5^\circ$ .

A malha computacional utilizada para gerar os resultados da seção 4.3 é formada por  $102 \times 204$  pontos nodais e está ilustrada na figura 4.46 para a válvula plana. Pode não parecer naquela figura, mas a transição da malha grossa para a fina é suave, principalmente próximo a região da entrada do difusor radial e saída do orifício de passagem. No capítulo 5 será explorado o refino de malha computacional.

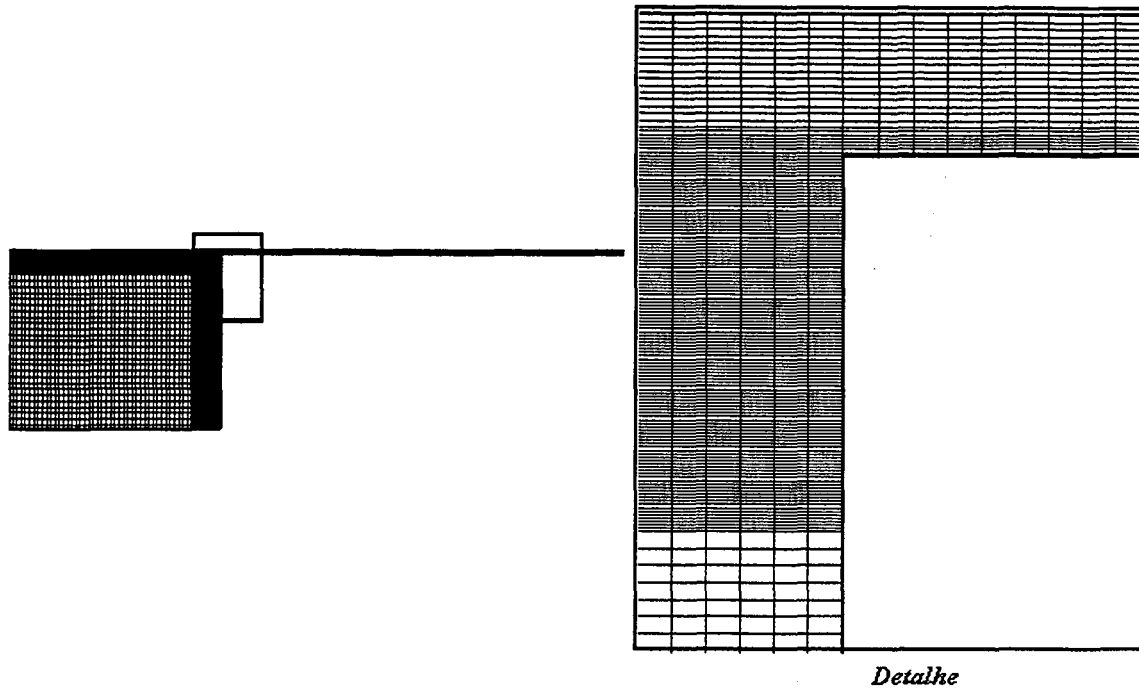


Figura 4.46 – Malha computacional formada por 102x204 pontos nodais, utilizada na válvula plana.

O domínio computacional abrange apenas a região de escoamento não incluindo a região sólida da válvula, conforme figura 4.46. Para evitar a simulação numérica na região sólida Langer *et al.* (1993) propuseram o uso de uma malha semi-estruturada, transformando os pontos  $L_1$  (número de pontos na direção x) e  $M_1$  (número de pontos na direção y) em vetores que variam com as direções y e x, respectivamente, isto é,  $L_1(j)$  e  $M_1(i)$ . A figura 4.47 esboça um domínio arbitrário para mostrar como ocorre o armazenamento sem a região sólida e a tabela 4.1 apresenta os valores de  $L_1(j)$  e  $M_1(i)$  para alguns pontos do mesmo domínio.

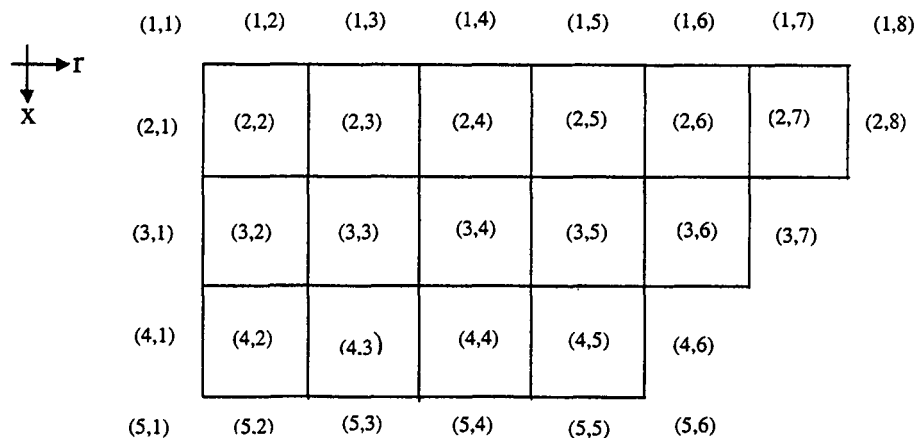


Figura 4.47 – Domínio computacional sem a região sólida.

Tabela 4.1 – Valores de  $L_1(j)$  e  $M_1(i)$  para um domínio computacional sem a região sólida.

i	$M_1(i)$	j	$L_1(j)$
1	8	2	5
3	7	6	4
4	6	7	3

Na solução do escoamento nas cavidades as regiões sólidas foram incluídas no domínio de cálculo. Ao incluir a região sólida no domínio de cálculo o tempo computacional para resolver o escoamento é mais dispendioso.

#### 4.3.1 Comparação com a Solução Analítica

Na solução de escoamentos para baixos números de Reynolds e pequenos afastamentos entre palheta e assento, os efeitos viscosos predominam sobre os efeitos de inércia. Considerando a palheta paralela, o escoamento será axissimétrico, e desprezando os termos de inércia, assumindo escoamento isotérmico, incompressível, e em regime permanente, é possível obter uma solução analítica para a distribuição da pressão adimensional sobre a palheta, bastando integrar a equação da quantidade de movimento na direção radial. A pressão sobre a palheta pode então ser expressa como

$$p^*(R) = \frac{2p}{\rho \bar{U}_{in}^2} = \frac{3 \ln[0,5(D/d)/R]}{Re (s_c/d)^3}, \quad (4.9)$$

onde:

$p^*(R)$  - pressão adimensional na posição  $R$ ;

$R$  - posição radial adimensional  $[r/d]$ ;

$r$  - posição radial [m];

$d$  - diâmetro do orifício de passagem [m];

$D/d$  - relação entre o diâmetro da palheta,  $D$ , e o diâmetro do orifício de passagem,  $d$ ;

$s_c/d$  - afastamento adimensional entre palheta e assento;

$Re$  - número de Reynolds no orifício de passagem  $(= \rho \bar{U}_{in} d / \mu)$ ;



- $\bar{U}_{in}$  - velocidade média do escoamento no orifício de passagem [m/s];  
 $\mu$  - viscosidade absoluta do fluido [N.s/m<sup>2</sup>];  
 $\rho$  - massa específica do fluido [kg/m<sup>3</sup>].

A figura 4.48 apresenta a comparação numérica e analítica da distribuição de pressão sobre a palheta, obtida pela equação (4.9), para a condição de  $Re = 70$ ,  $s_c/d = 0,01$  e  $\alpha = 0^\circ$ .

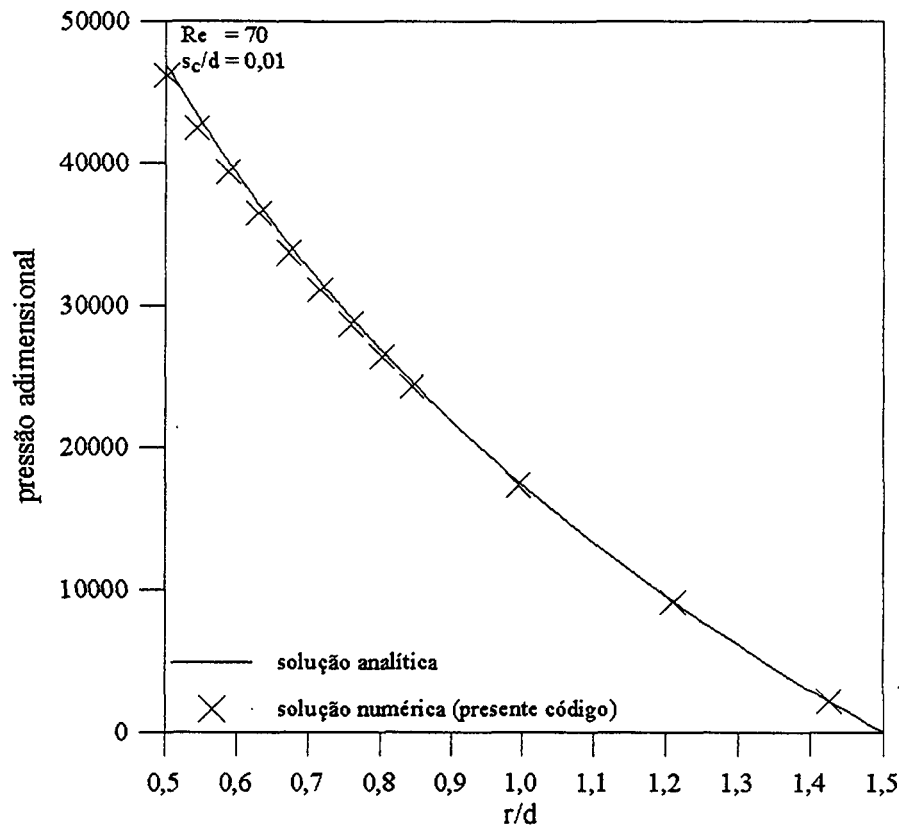


Figura 4.48 – Comparação entre a solução numérica e analítica para  $Re = 70$ ,  $s_c/d = 0,01$  e  $\alpha = 0^\circ$ .

Observa-se na figura 4.48 que os resultados obtidos numericamente com o código computacional desenvolvido no presente trabalho comparam bem com a solução analítica. Isto é particularmente verdadeiro para valores de  $r/d$  mais elevados, distantes da região de entrada do difusor radial, onde as simplificações utilizadas na solução analítica são mais justificadas.

### 4.3.2 Comparação com os Resultados de outros Autores

Outra etapa da validação do código computacional foi realizada através da comparação de resultados numéricos gerados com o presente código com resultados numéricos obtidos por

outros autores (Matos, 2002; Possamai, 1994). A malha utilizada para a comparação dos perfis de pressão ao longo da palheta para a válvula plana, isto é, a válvula com assento e palheta planos, é formada por 43x60 pontos nodais e é a mesma malha adotada por Possamai (1994) e Matos (2002), onde os mesmos realizaram refino de malha. As soluções numéricas compararam os valores da distribuição de pressão adimensional atuando na superfície da palheta. A pressão é adimensionalizada de acordo com a primeira igualdade da equação (4.9), e o afastamento adimensional central é dado por  $s_c/d$ , como já mencionado na seção anterior.

Nas figuras 4.49 a 4.55 apresentam-se comparações da distribuição adimensional da pressão. Os resultados apresentados abordam o escoamento em regime laminar através do difusor, com palheta paralela em relação ao assento. Vários afastamentos adimensionais entre palheta e assento ( $s_c/d = 0,0118; 0,0119; 0,0201$  e  $0,0202$ ) e alguns números de Reynolds ( $Re = 1004, 1502, 1505, 2003$  e  $2008$ ) foram utilizados na comparação. Estes números de Reynolds foram utilizados por estarem disponíveis na literatura. Conforme observado nas figuras, a distribuição de pressão na palheta apresenta um patamar na região  $-0,5 \leq r/d \leq 0,5$ , onde a pressão se mantém constante. Esta região coincide com a parte da palheta que cobre o orifício do difusor. Uma vez que no orifício o escoamento ocorre na direção axial, é esta região que deflete o escoamento tornando-o radial e forçando o fluido para a região do assento (ver figura 1.3). O patamar de pressão reflete a ação da palheta sobre o escoamento e inclui uma região de estagnação próxima do eixo de simetria.

Após a deflexão do escoamento o fluido é forçado pelo espaçamento entre palheta e assento. Este espaçamento é muito pequeno nos casos aqui investigados (em conformidade com o que ocorre nas válvulas automáticas dos compressores) o que resulta em uma forte aceleração do fluido e na abrupta queda de pressão observada em todas as figuras 4.49 a 4.55.

Na sequência pode haver uma pequena recuperação da pressão que é tanto maior quanto maior for o número de Reynolds para um mesmo afastamento, ou quanto maior for o afastamento para um mesmo número de Reynolds. Para baixos números de Reynolds e pequenos afastamentos, a recuperação de pressão após a entrada do fluido na região do difusor é muito pequena conforme observado na figura 4.49. À medida que o fluido avança na região do difusor os efeitos viscosos se tornam mais e mais predominantes sobre os efeitos inerciais e a queda de pressão com o raio tende a se aproximar de uma forma logarítmica seguindo a equação (4.9).

O algoritmo *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations "Corrected"* (SIMPLEC) para o acoplamento entre os campos de pressão e de velocidade, e o esquema convectivo Lei de Potência e *Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics* (QUICK), são empregados no presente código (Versteeg e Malalasekera, 1995). Possamai (1994) utilizou o esquema *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations* (SIMPLE) na

solução do escoamento. A malha computacional adotada é a mesma para todos os autores, contudo Matos (2002) e Possamai (1994) utilizaram um armazenamento desencontrado das variáveis enquanto o presente código adota um armazenamento colocalizado das variáveis.

Apesar das diferenças nas metodologias adotadas observa-se uma concordância muito boa entre todos os resultados numéricos. A comparação com os resultados experimentais ainda que também seja boa, é menos favorável principalmente na região dos patamares de pressão. Um aspecto a ser destacado é a precisão da solução numérica em capturar a abrupta queda e recuperação de pressão logo na entrada da região do difusor (ver, por exemplo, as figuras 4.54 e 4.55). Tendo em vista que as soluções numéricas aqui comparadas fazem uso de diferentes funções de interpolação e diferentes formas de armazenamento das variáveis, é lícito supor que os desvios entre os resultados numéricos e experimentais estejam muito mais associados a incertezas dos experimentos do que à precisão da solução numérica. Este fato é reforçado pela observação de que os desvios entre computação e experimento tendem a ser maiores para os menores valores do número de Reynolds e para os menores afastamentos, situações onde as medições se tornam mais dificultosas.

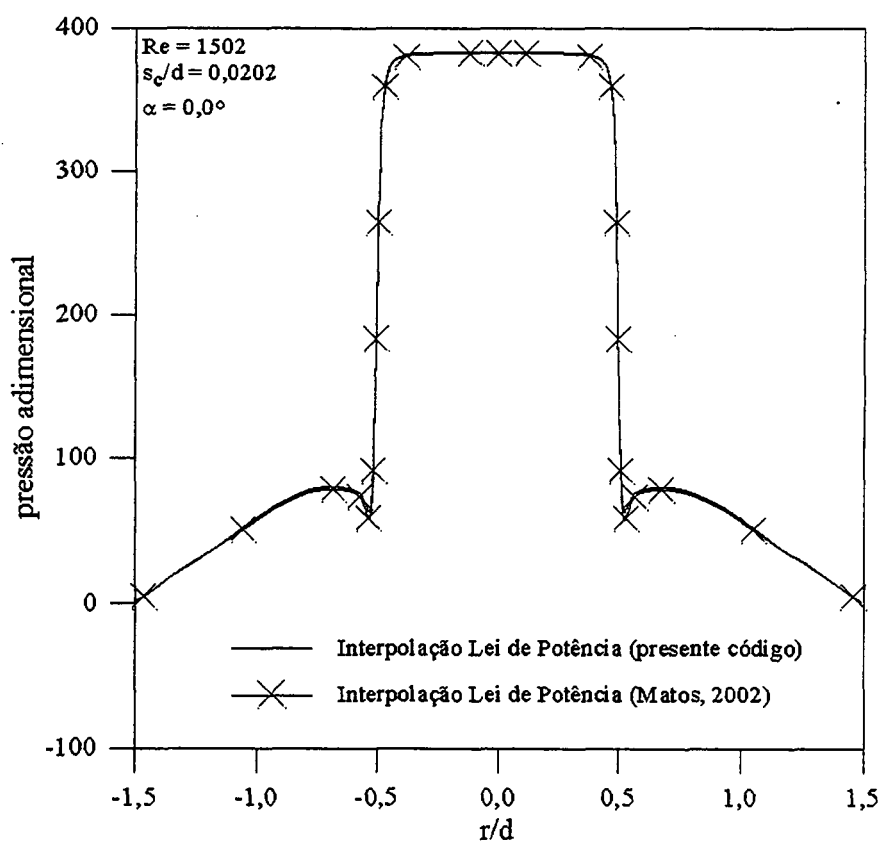


Figura 4.49 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002) e pelo presente código, usando interpolação Lei de Potência,  $s_c/d = 0,0202$  e  $Re = 1502$ .

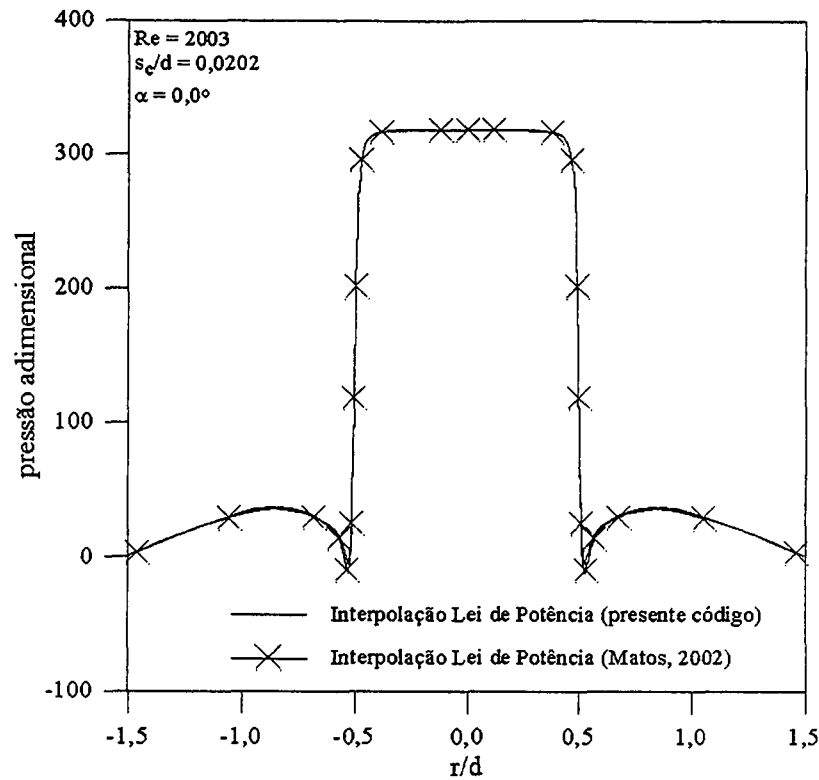


Figura 4.50 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002) e pelo presente código, usando interpolação Lei de Potência,  $s_c/d = 0,0202$  e  $Re = 2003$ .

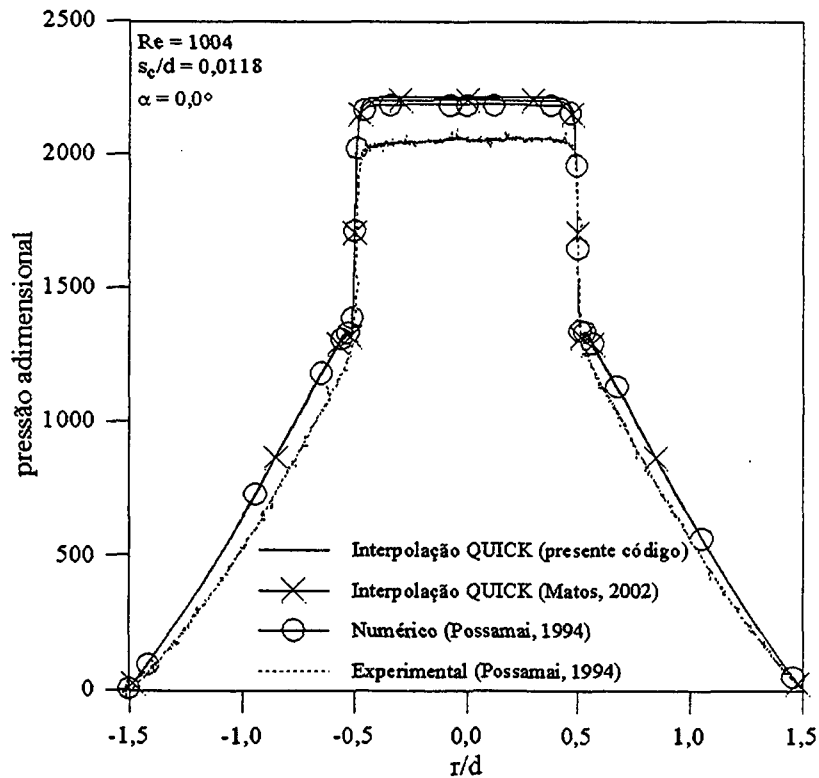


Figura 4.51 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002), Possamai (1994) e pelo presente código, usando interpolação QUICK,  $s_c/d = 0,0118$  e  $Re = 1004$ .

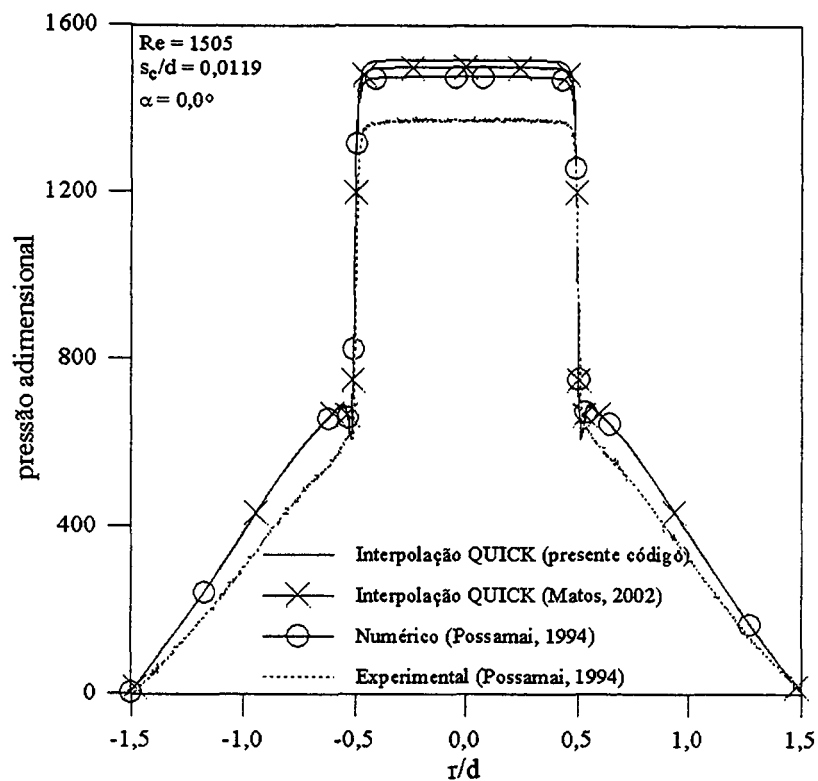


Figura 4.52 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002), Possamai (1994) e pelo presente código, usando interpolação QUICK,  $s_c/d = 0,0119$  e  $Re = 1505$ .

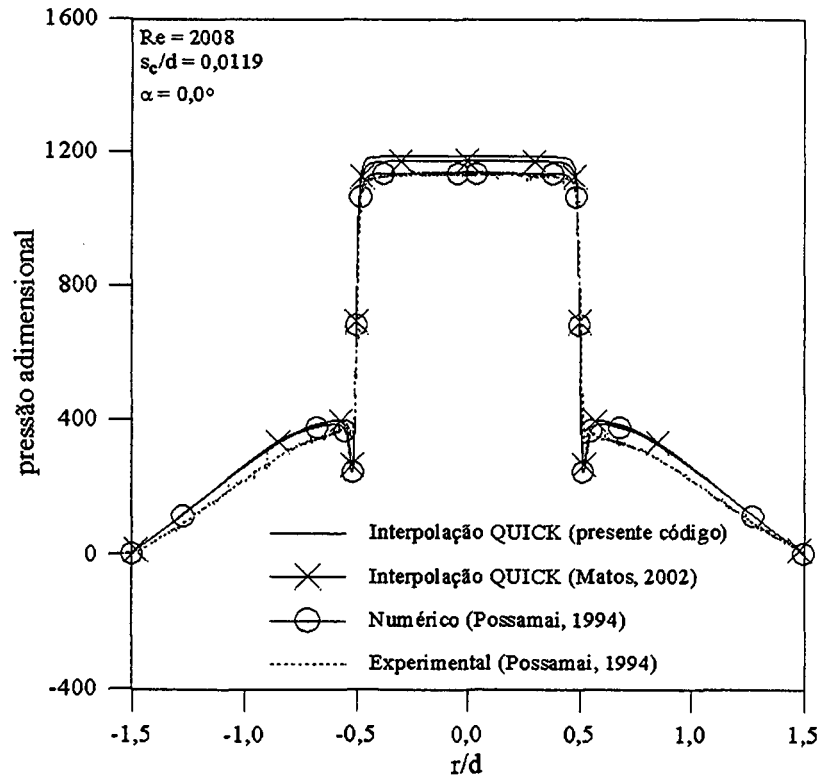


Figura 4.53 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002), Possamai (1994) e pelo presente código, usando interpolação QUICK,  $s_c/d = 0,0119$  e  $Re = 2008$ .

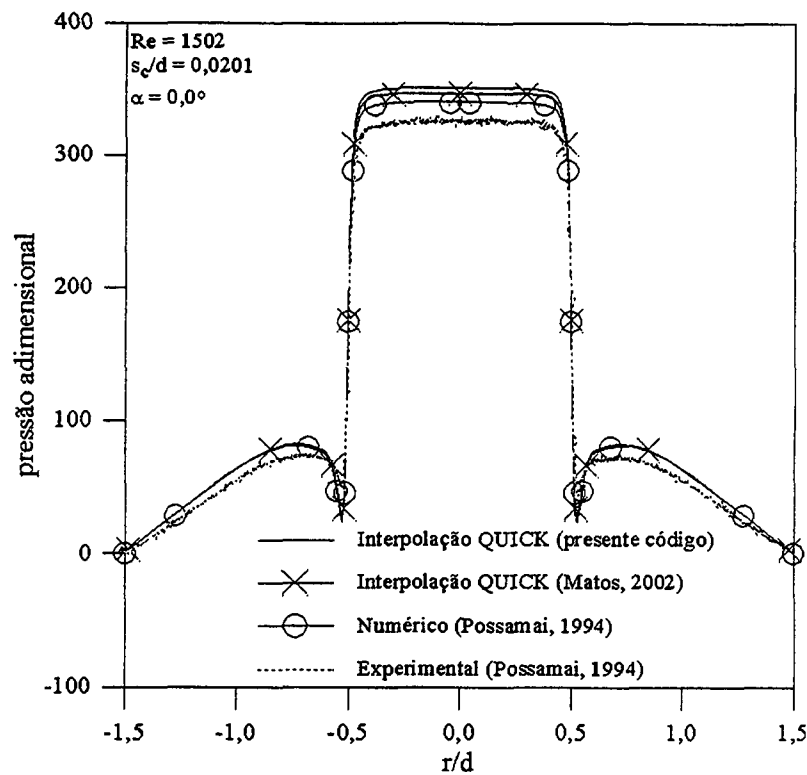


Figura 4.54 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002), Possamai (1994) e pelo presente código, usando interpolação QUICK,  $s_c/d = 0,0201$  e  $Re = 1502$ .

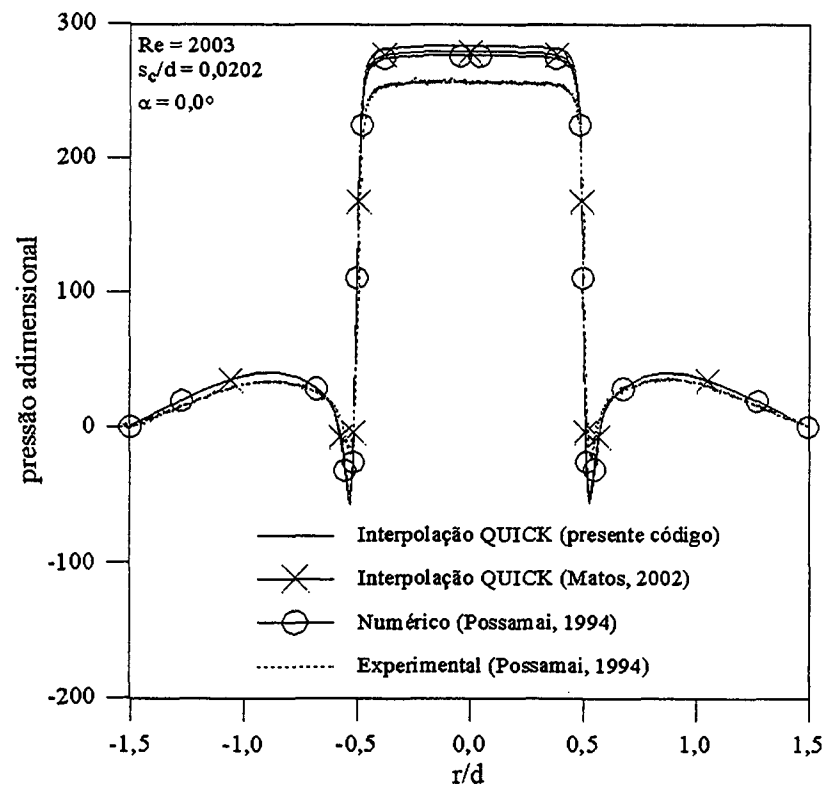


Figura 4.55 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida por Matos (2002), Possamai (1994) e pelo presente código, usando interpolação QUICK,  $s_c/d = 0,0202$  e  $Re = 2003$ .

### 4.3.3 Comparação com os Resultados Experimentais

A validação do código computacional é finalizada através da comparação dos resultados numéricos com resultados experimentais para o assento da válvula inclinado  $5^\circ$  conforme pode ser observado na figura 4.56. O escoamento em regime laminar, através do difusor foi resolvido numericamente com o presente código. Os resultados experimentais foram obtidos por Deschamps (2001), especialmente para a presente tese e se constituem em medições originais.

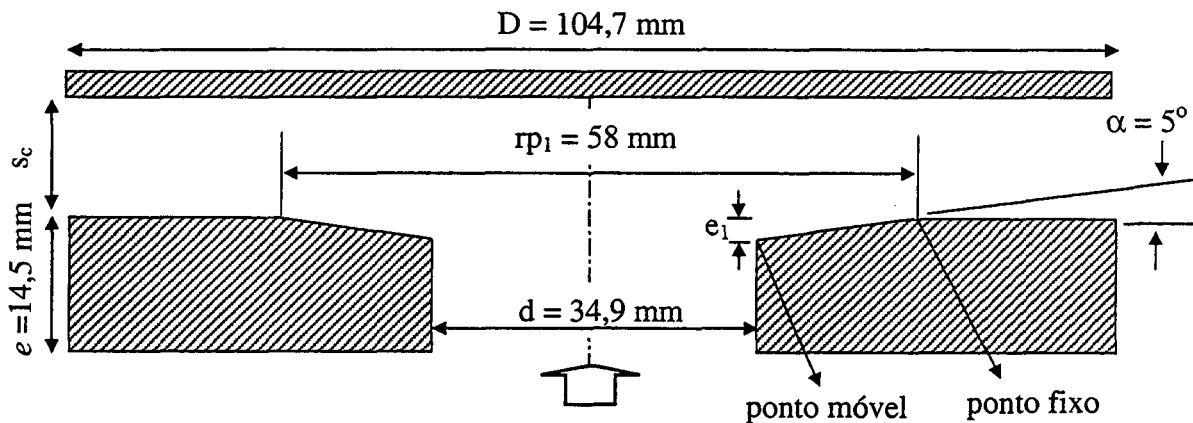


Figura 4.56 – Geometria da válvula com inclinação no assento.

Na figura 4.56  $rp_1$  é mantido fixo, independente da inclinação utilizada,  $s_c = 0,4188$  mm ou  $0,698$  mm para  $s_c/d = 0,012$  ou  $0,020$ , respectivamente. O comprimento  $e_1 (= 2\text{tg}(\alpha)/(rp_1 - d))$  representa a mudança do comprimento do orifício de passagem da válvula. Esta mudança ocorre na entrada do difusor devido o uso da inclinação do assento. O comprimento  $e_1$  será alterado conforme o aumento da inclinação do assento.

Nos resultados numéricos a serem apresentados o acoplamento entre pressão e velocidade é feito pelo algoritmo SIMPLE (Patankar, 1980), e o esquema convectivo Lei de Potência (Patankar, 1980) é utilizado conforme já observado. O armazenamento colocalizado das propriedades do escoamento é empregado em todo o trabalho.

As figuras 4.57 a 4.67 apresentam comparações entre os resultados numéricos e experimentais para os perfis de pressão adimensional sobre a palheta. Onze casos foram analisados, classificados de acordo com o afastamento adimensional entre palheta e assento e o número de Reynolds,

- (i)  $s_c/d = 0,012$ ,  $Re = 1000, 1500, 2000$  e  $2500$ ;
- (ii)  $s_c/d = 0,020$ ,  $Re = 1000, 1500, 2000$  e  $2500$ ;
- (iii)  $s_c/d = 0,030$ ,  $Re = 1600, 2000, 2400$ .

A experimentação foi realizada adotando bancada e procedimento já explorados em outros trabalhos (Deschamps *et al.*, 2000; Possamai *et al.*, 2001, por exemplo). As tomadas de dados foram duplicadas para cada situação investigada e indicaram boa repetição dos resultados.

Um primeiro aspecto a ser explorado nas figuras 4.57 a 4.67 é a grande influência da inclinação na distribuição de pressão sobre a palheta. Observa-se que para um mesmo afastamento entre palheta e assento e para um mesmo número de Reynolds, a inclusão da pequena inclinação causa uma substancial redução no valor do patamar de pressão. Adicionalmente, a abrupta queda de pressão na entrada do difusor se torna bem mais suave com a presença da inclinação. Com a inclinação verifica-se que a transição entre o escoamento axial no orifício para o escoamento radial no difusor se torna bem mais suave e ocorre com uma aceleração mais gradual do escoamento.

Em conformidade com o que também foi observado para o difusor com o assento paralelo à palheta (seção 4.3.2) aqui a comparação entre os resultados numéricos e experimentais é melhor para os valores de afastamentos maiores. Neste contexto observa-se que a concordância entre os resultados numéricos e experimentais para  $s_c/d = 0,020$  é melhor do que para  $s_c/d = 0,012$ . Para  $s_c/d = 0,030$  os resultados numéricos desviam dos experimentais apenas na entrada do difusor radial ( $r/d = 0,5$ ) indicando que a maior queda de pressão observada na solução numérica sugere que a existência de possíveis arredondamentos, mesmo imperceptíveis à vista, possam estar suavizando e minimizando os gradientes de pressão obtidos experimentalmente. Isto parece ser de fato o caso quando se observa que um refino na malha computacional em ambas as direções não altera os resultados numéricos.

Segundo Possamai (1994), a incerteza de 0,01 mm na coleta dos resultados experimentais pode provocar erros de 5% na região de estagnação da pressão para os menores afastamentos ( $s_c/d = 0,01$ ), o que pode justificar as diferenças entre os resultados numéricos e experimentais.

Um último aspecto a ser notado é que, para o assento com inclinação, os resultados experimentais apresentaram uma oscilação nos valores de pressão e esta oscilação aumentou com o aumento no afastamento entre o assento e a palheta. Dentro do escopo do presente trabalho as causas destas oscilações não foram identificadas precisamente, contudo acredita-se que estas oscilações possam estar relacionadas com ruídos elétricos do transdutor (escala do transdutor de aproximadamente 0,01 bar).



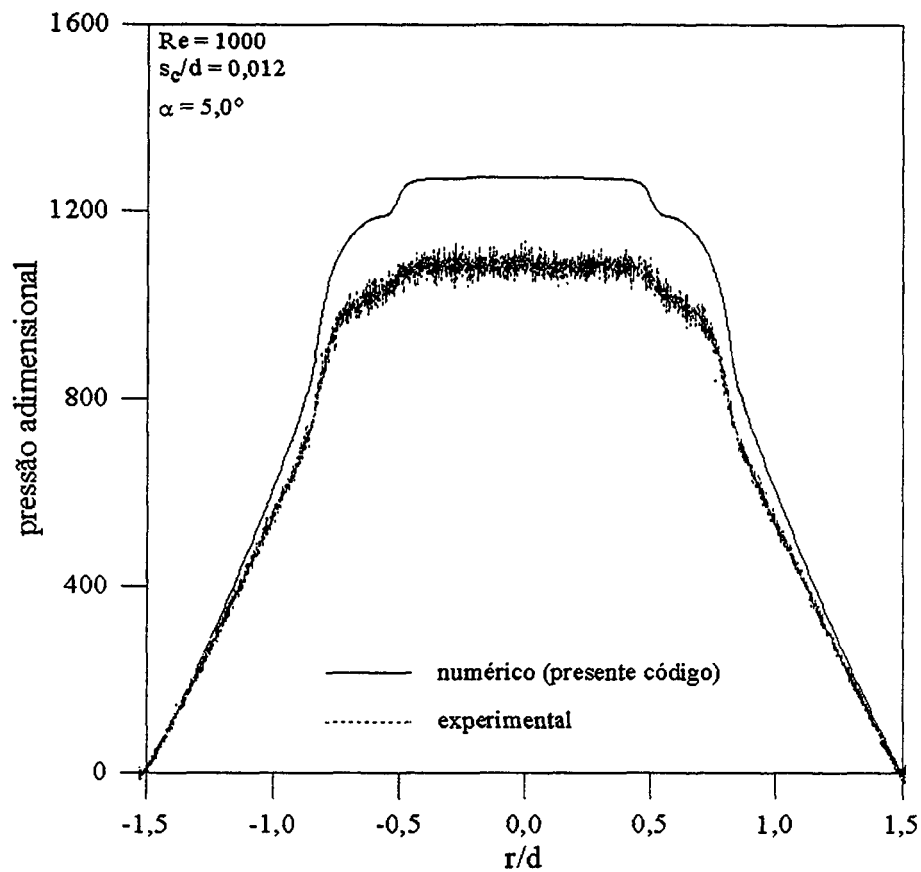


Figura 4.57 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para  $Re = 1000$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

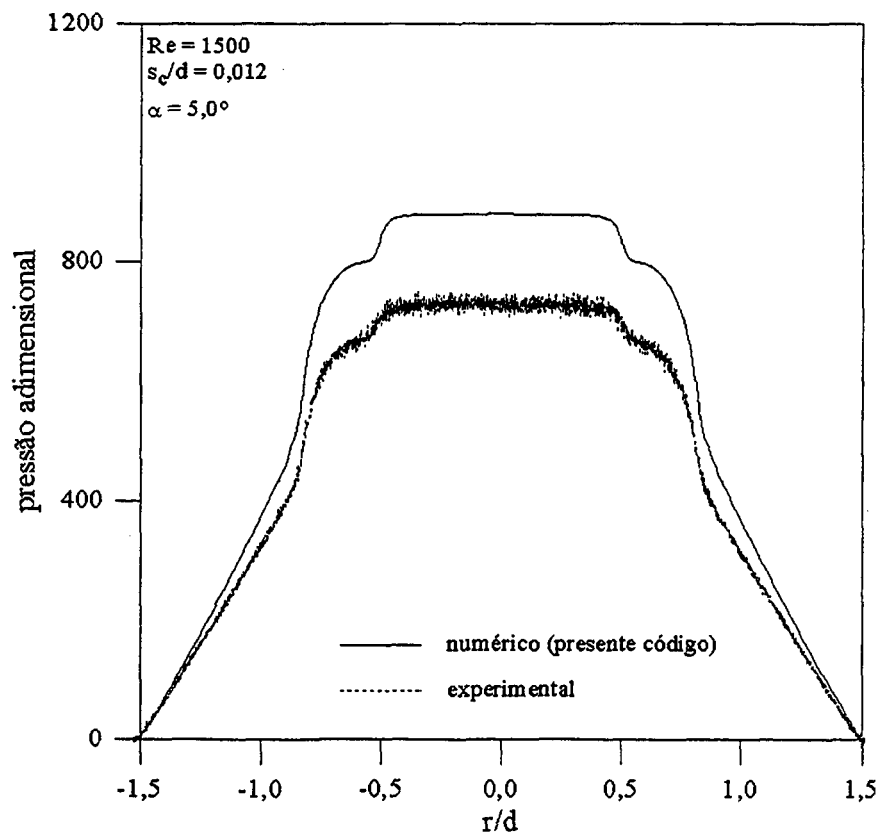


Figura 4.58 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para  $Re = 1500$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

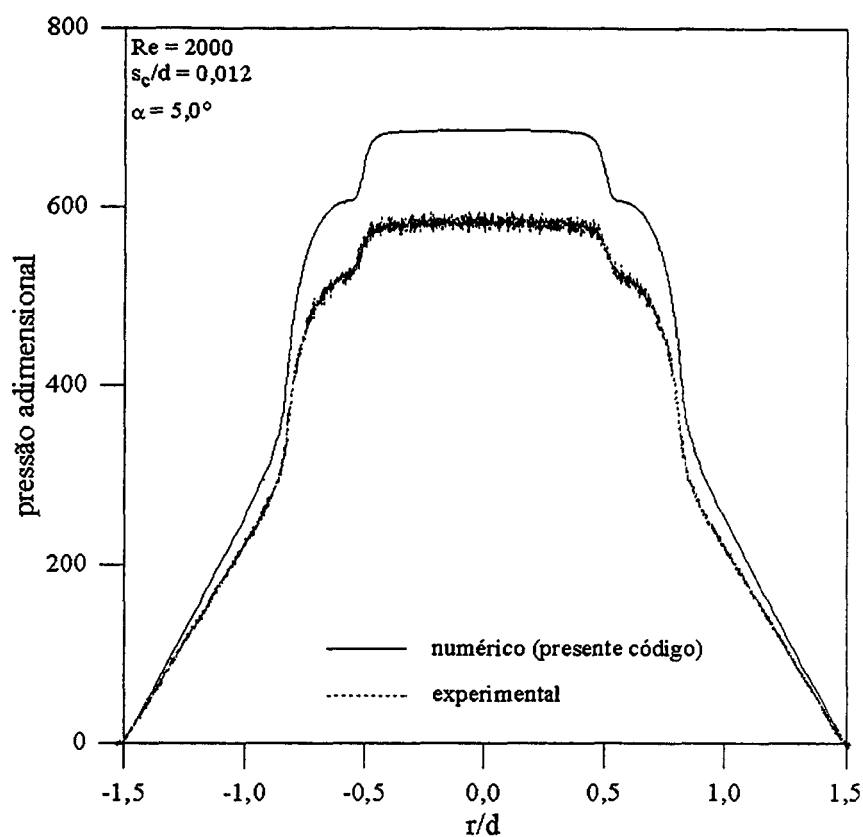


Figura 4.59 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para  $Re = 2000$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

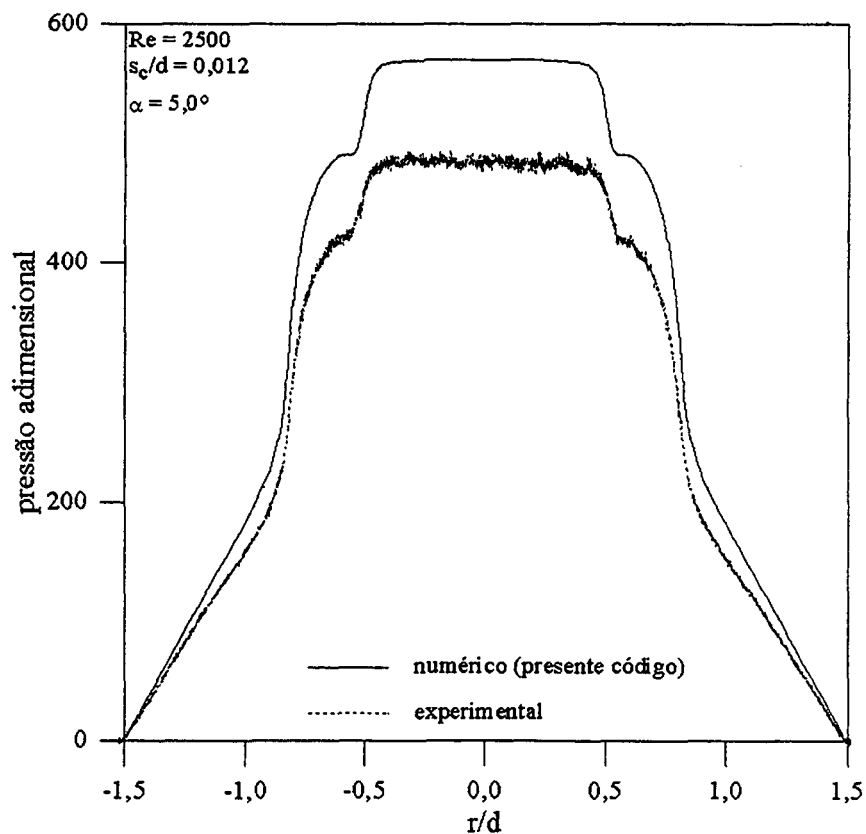


Figura 4.60 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para  $Re = 2500$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

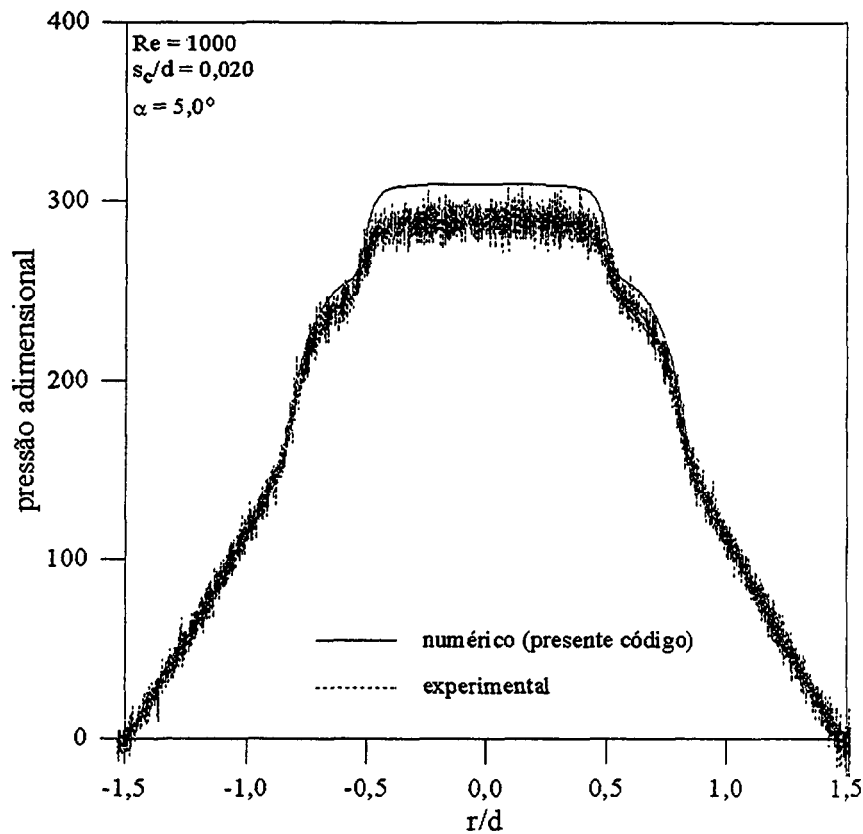


Figura 4.61 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para  $Re = 1000$ ,  $s_c/d = 0,020$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

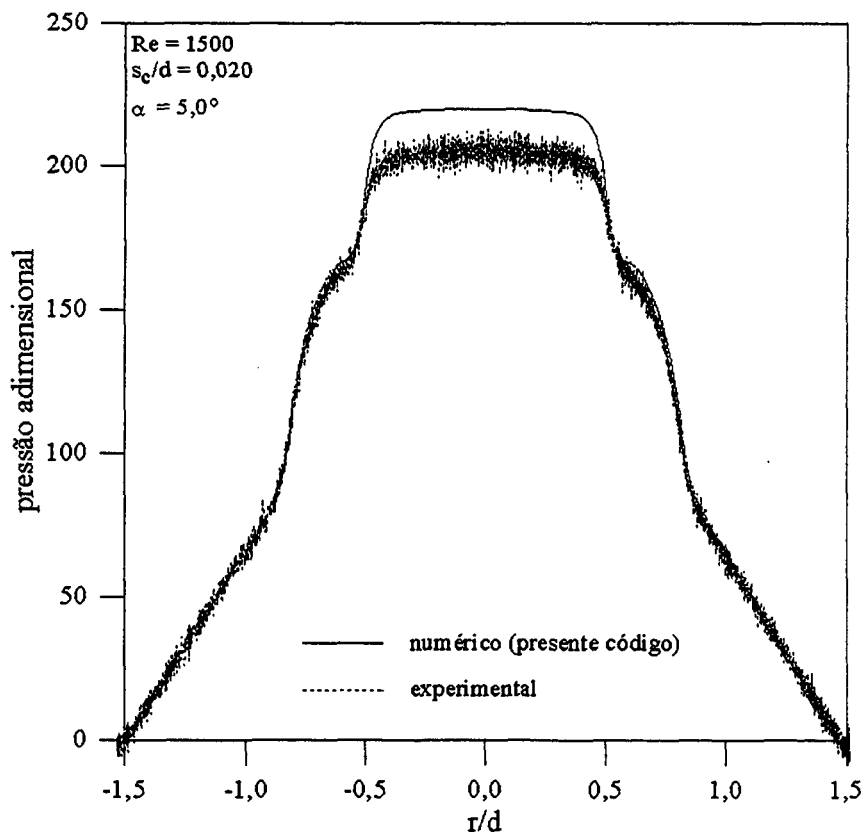


Figura 4.62 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para  $Re = 1500$ ,  $s_c/d = 0,020$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

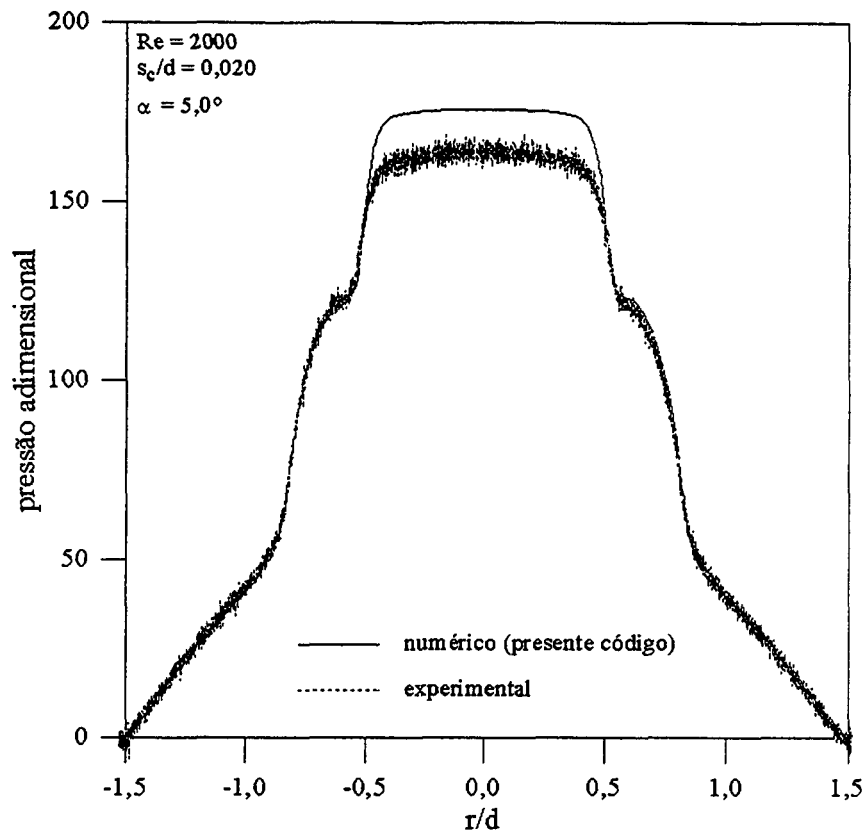


Figura 4.63 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para  $Re = 2000$ ,  $s_c/d = 0,020$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

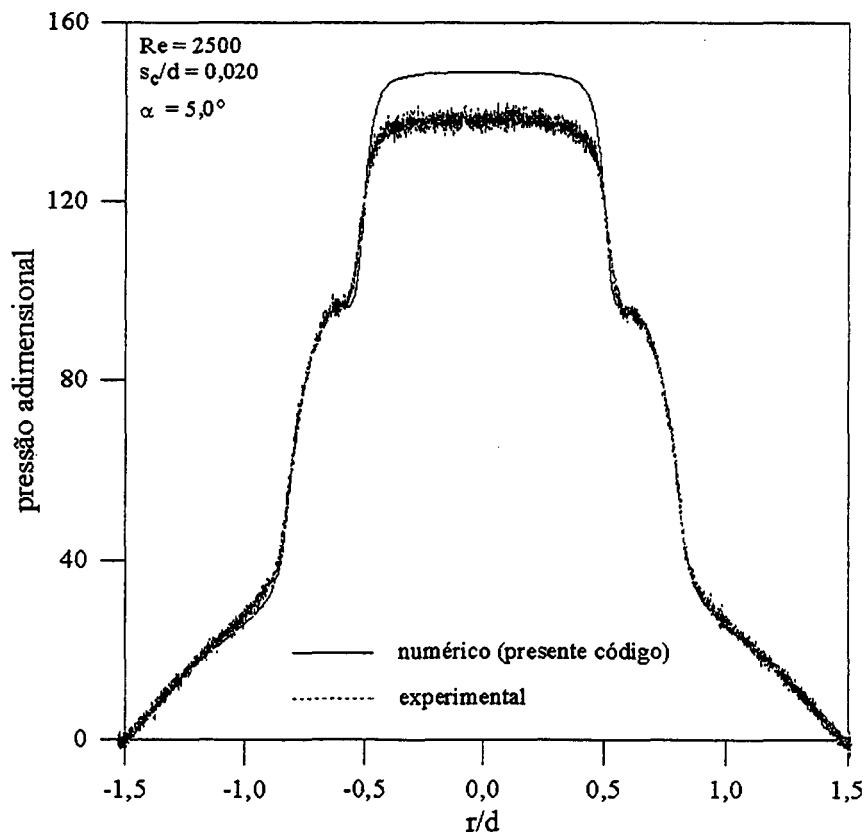


Figura 4.64 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para  $Re = 2500$ ,  $s_c/d = 0,020$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

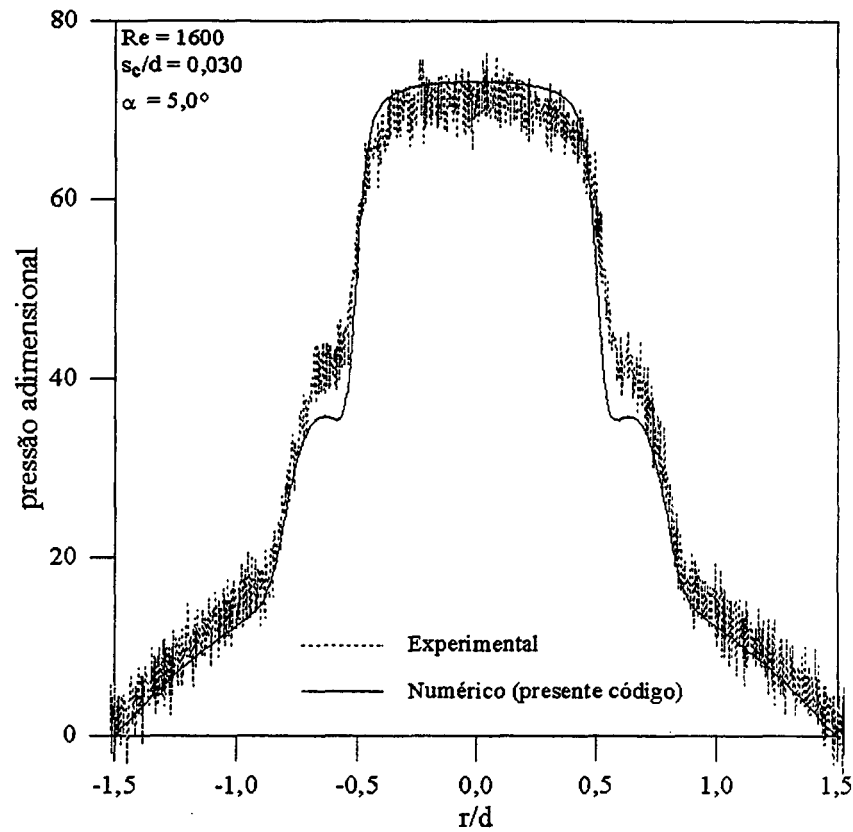


Figura 4.65 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para  $Re = 1600$ ,  $s_c/d = 0,030$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

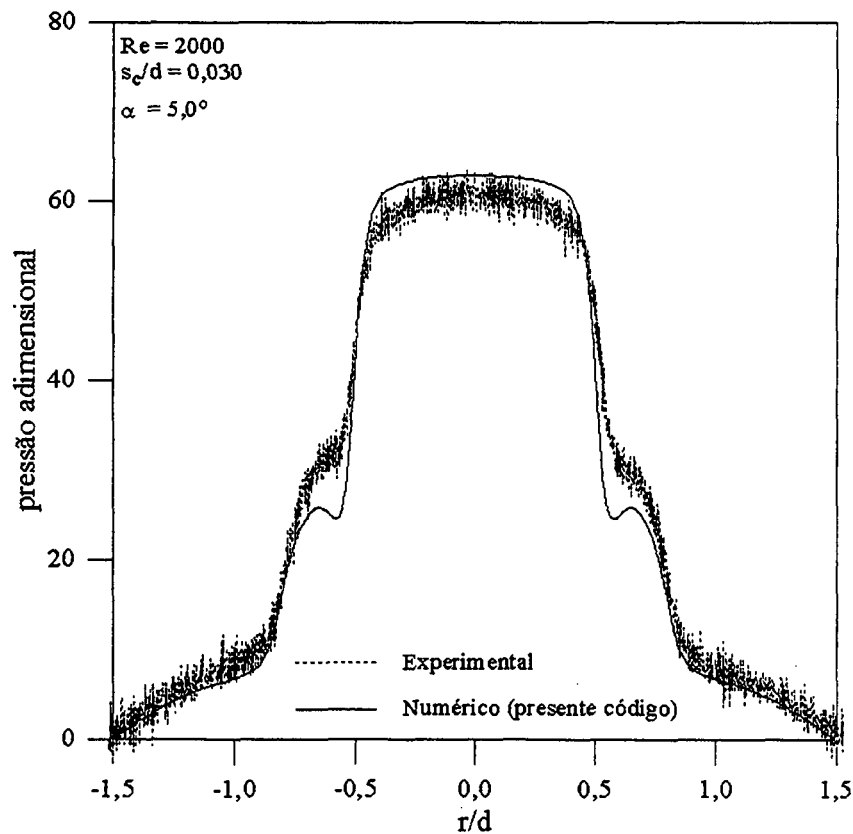


Figura 4.66 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para  $Re = 2000$ ,  $s_c/d = 0,030$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

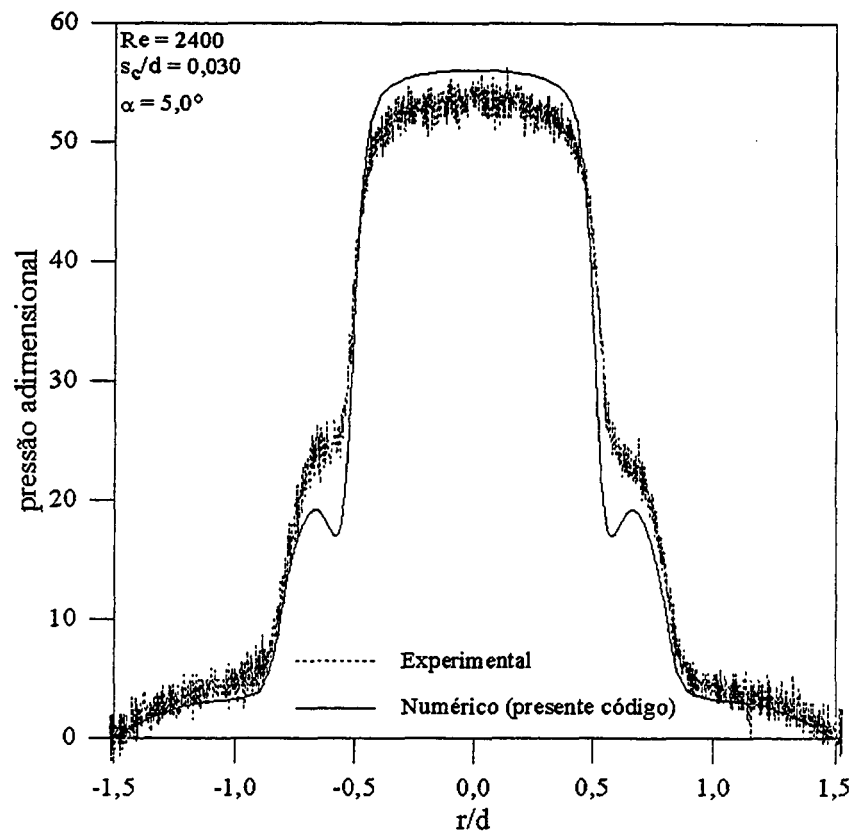


Figura 4.67 – Comparação da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta obtida pelo presente código e pelo experimento para  $Re = 2400$ ,  $s_c/d = 0,030$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

Os resultados apresentados neste capítulo indicaram que tanto a metodologia de cálculo como o desenvolvimento do código computacional, são confiáveis e que podem ser utilizados para explorar outras configurações geométricas.

### Escoamento através do Difusor com Inclinação no Assento

#### 5.1 Introdução

O modelo numérico, após ser validado, torna-se uma importante ferramenta para auxílio no estudo do escoamento através de válvulas com geometrias variadas. De posse da metodologia introduzida no capítulo 3, neste capítulo procede-se a uma análise detalhada da influência de alguns parâmetros (relação de diâmetros, refino da malha, inclinação do assento e número de Reynolds) sobre a distribuição de pressão no disco frontal (palheta) para o escoamento através do difusor radial.

Para cada situação investigada numericamente são apresentados resultados da distribuição de pressão adimensional e força sobre a palheta, das linhas de corrente e dos campos de pressão e velocidade. Estas propriedades são exploradas principalmente na região de entrada do difusor porque nesta região ocorrem as grandes variações no padrão do escoamento.

A geometria da válvula influencia significativamente as áreas efetivas de força e de escoamento, e estes parâmetros de eficiência são investigados neste capítulo para diferentes inclinações do assento na saída do orifício de passagem. Os resultados são obtidos para afastamentos adimensionais de 0,012 e 0,020 e inclinações do assento variando entre  $5^\circ$  e  $32^\circ$ .

A fim de que as diferentes inclinações de assento possam ser percebidas com detalhe, as figuras 5.1 e 5.2 foram preparadas. Estas figuras estão desenhadas em escala e ilustram a pequena dimensão entre palheta e assento que é característica de válvulas automáticas encontradas em compressor de refrigeração doméstica. O afastamento adimensional  $s_c/d = 0,012$  e a relação de diâmetros  $D/d = 1,66$  são mostrados na figura 5.1. A figura 5.2 ilustra como é o formato do domínio computacional para o mesmo afastamento adimensional e para a relação de diâmetros  $D/d = 3,0$ .

A relação de diâmetros entre o orifício de passagem e a palheta é outro fator de grande importância para o escoamento no difusor radial e será também explorado no presente capítulo. Para maior segurança nos resultados numéricos são apresentados testes de sensibilidade quanto ao refino da malha computacional.

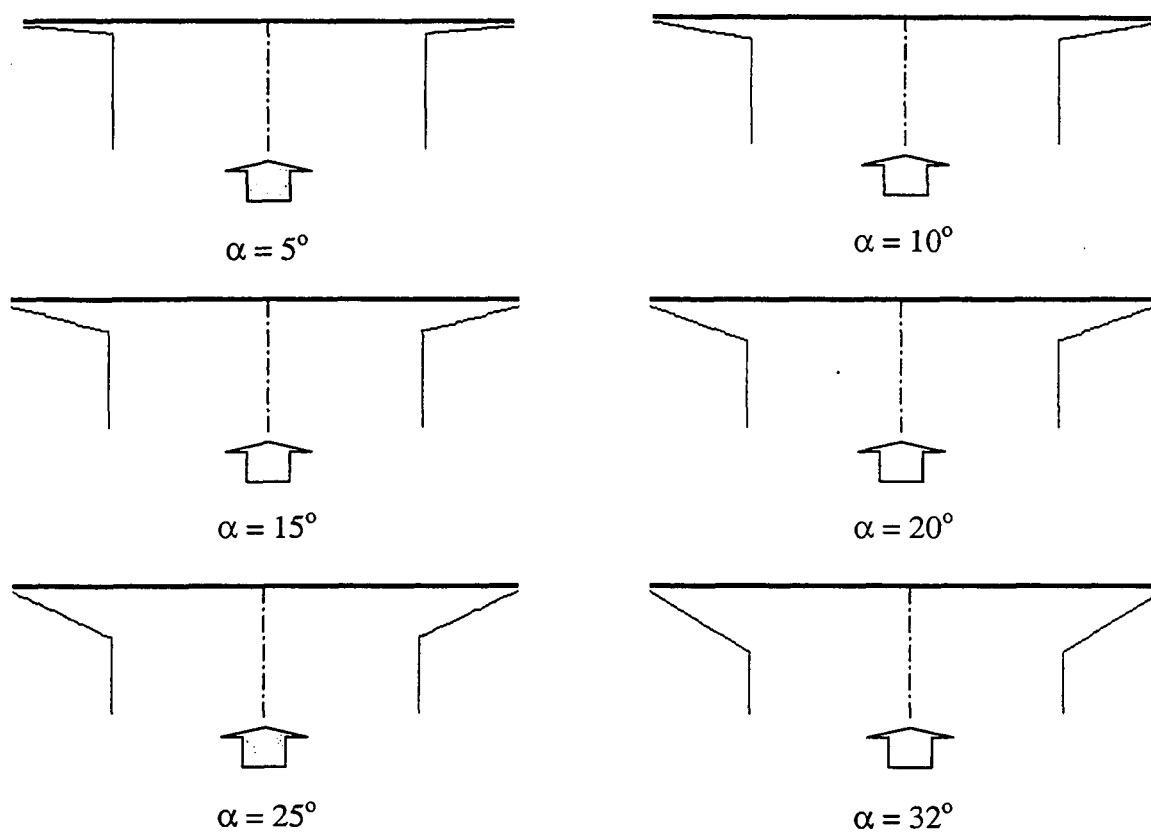


Figura 5.1 – Geometria do difusor para as diferentes inclinações do assento,  
 $D/d = 1,66$  e  $s_o/d = 0,012$ .

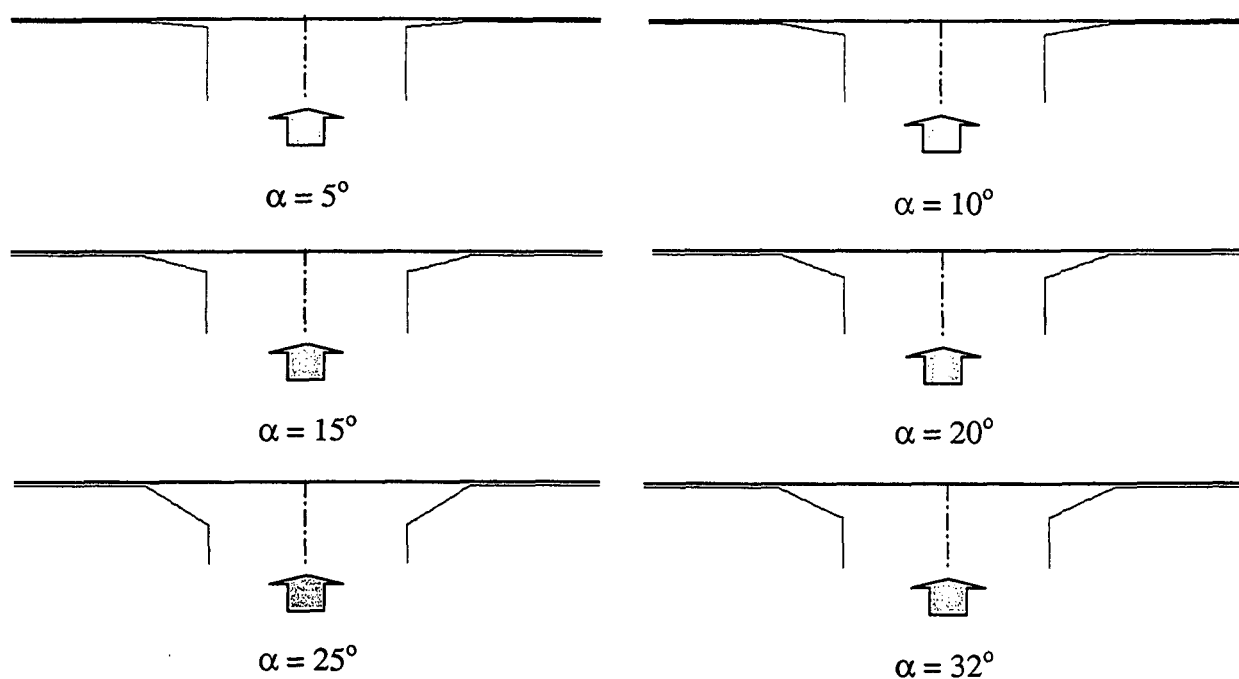


Figura 5.2 – Geometria do difusor para as diferentes inclinações do assento,  
 $D/d = 3,0$  e  $s_o/d = 0,012$ .



## 5.2 Análise do Refino da Malha Computacional

A escolha da malha computacional adequada para a solução do escoamento é de suma importância para a confiabilidade dos resultados numéricos. À medida que a malha numérica é refinada a solução numérica se aproxima da solução exata, porém o esforço computacional torna-se cada vez maior. Assim, a malha computacional ideal deve apresentar um compromisso entre o tempo de processamento e a precisão dos resultados.

No escoamento em difusores radiais surgem gradientes elevados das propriedades junto às paredes sólidas e também na região de entrada do difusor. O escoamento no orifício de passagem é defletido pela presença da palheta, desalinhando os vetores de velocidade em relação à malha computacional na região de entrada do difusor. Devido a este fato, efeitos de difusão numérica podem afetar o transporte das variáveis ao longo do escoamento.

A difusão numérica é definida por Maliska (1995) como sendo *os erros de truncamento de natureza dissipativa, associados à aproximação dos termos convectivos por esquemas dissipativos, causados pelo fato de a função de interpolação não ser exata*. Tal efeito pode ser reduzido pelo refino da malha, pelo uso de esquemas de interpolação mais precisos e pelo alinhamento da malha com o vetor velocidade. Deschamps (1987) apresentou um estudo sobre difusão numérica no escoamento laminar em difusores radiais com discos paralelos e mostrou a grande importância deste efeito nos campos de velocidade e pressão.

Na presente seção investiga-se o refino da malha computacional na distribuição de pressão ao longo da palheta para diferentes inclinações do assento e  $D/d = 3,0$ . Os testes realizados estão apresentados nas figuras 5.3 a 5.5 e foram divididos em três casos, que são:

- (i)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1000$  e  $\alpha = 5^\circ$ ;
- (ii)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1000$  e  $\alpha = 32^\circ$ ;
- (iii)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 1000$  e  $\alpha = 32^\circ$ .

Os resultados foram obtidos para diferentes números de volumes de controle nas direções axial e radial. Nas figuras 5.3 a 5.5 é indicado o número total de volumes na região do fluido, isto é, apenas os volumes que estão na região da resolução numérica do escoamento.

Conforme observado nas figuras 5.3 a 5.5, os resultados para a malha mais grosseira não diferem dos resultados para a malha mais refinada indicando que mesmo para a malha com menor número de volumes de controle a solução já é de boa qualidade. A razão para tal deve-se ao grande cuidado que se teve em identificar o tamanho e a posição de cada volume de controle no domínio computacional. Os volumes de controle foram dispostos de tal forma que nas regiões de maior gradiente de velocidade a concentração de volumes de controle fosse maior. A figura

5.6 ilustra a parte da malha computacional na entrada da região do difusor para uma inclinação de assento de  $32^\circ$ .

Deste ponto em diante os resultados para o perfil de pressão são mostrados apenas na metade esquerda da palheta, porque sendo o escoamento radialmente simétrico, a outra metade é a imagem refletida da primeira.

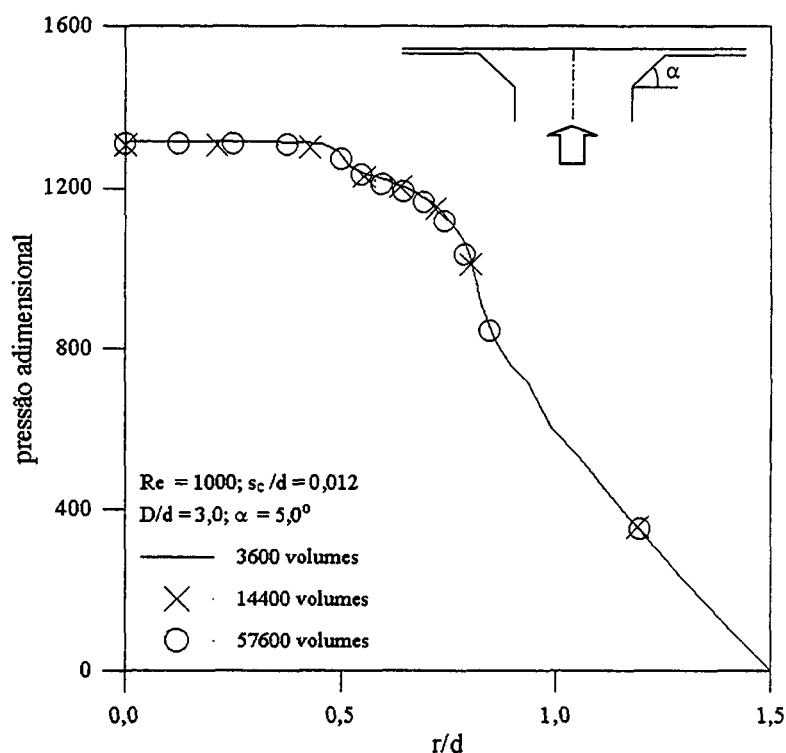


Figura 5.3 – Análise do refino de malha para  $Re = 1000$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

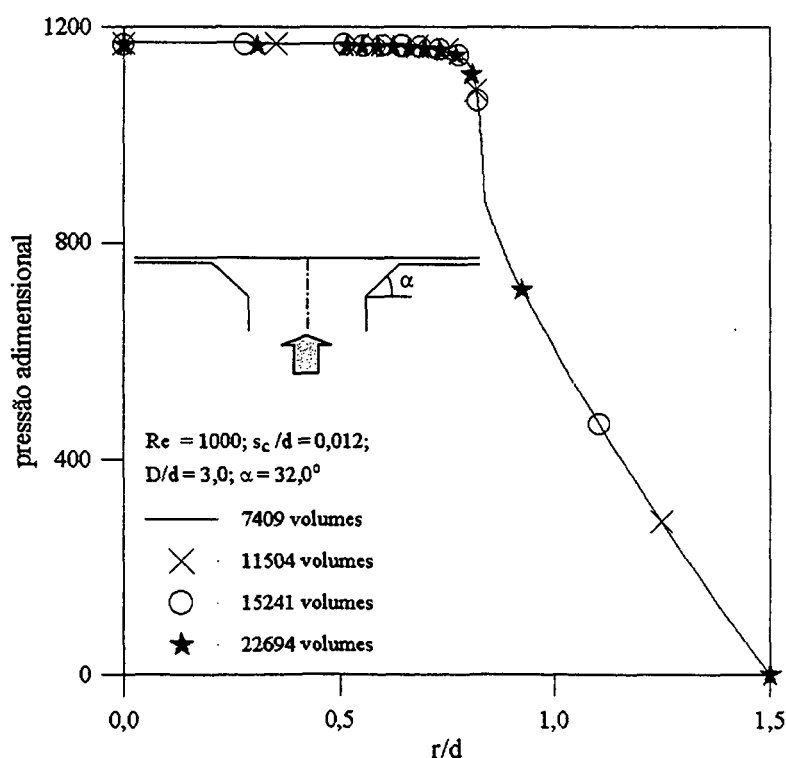
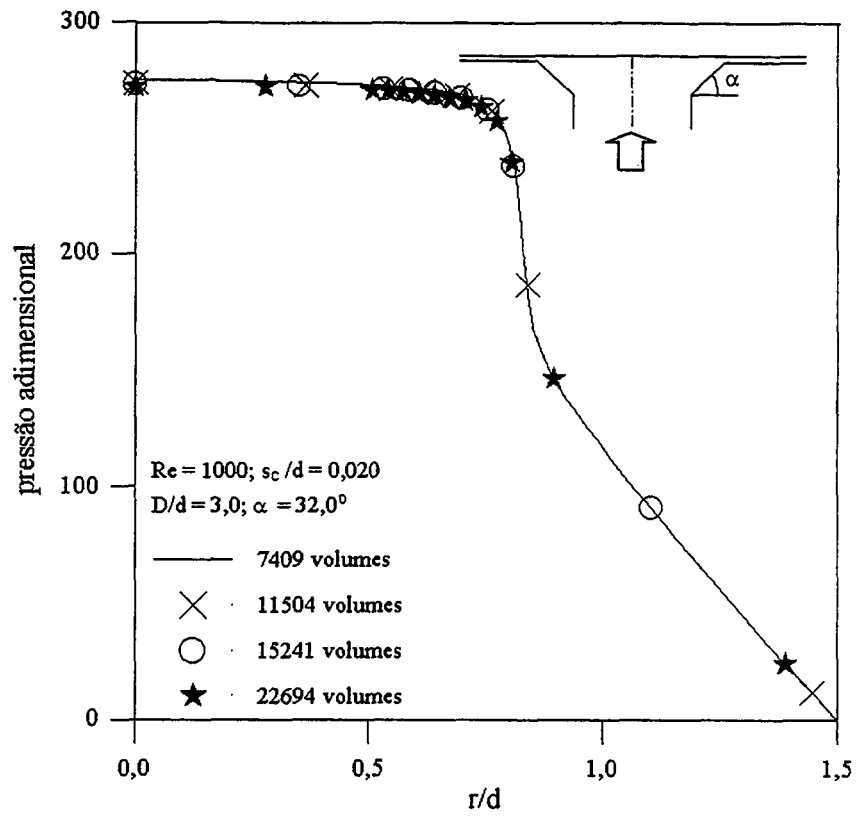
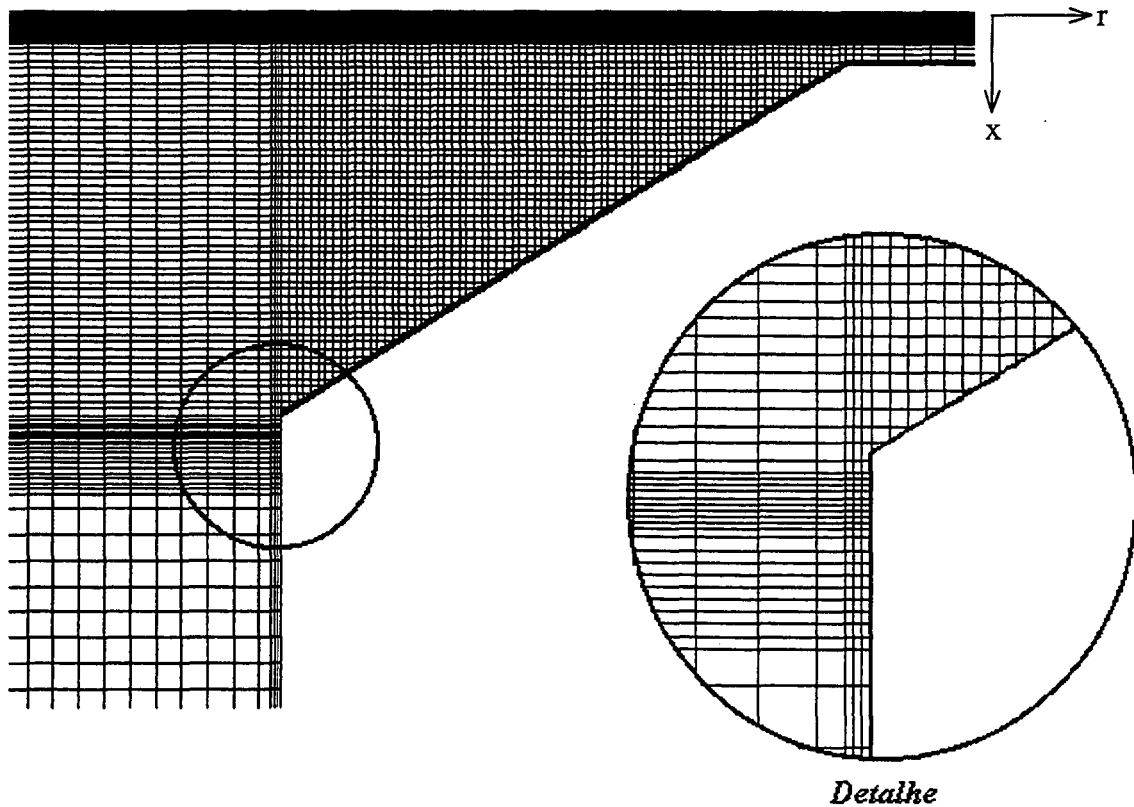


Figura 5.4 – Análise do refino de malha para  $Re = 1000$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $\alpha = 32^\circ$ .


 Figura 5.5 – Análise do refino de malha para  $Re = 1000$ ,  $s_c/d = 0,020$  e  $\alpha = 32^\circ$ .

 Figura 5.6 – Malha computacional nas direções axial e radial para o assento inclinado em  $32^\circ$ .

### 5.3 Análise da Relação de Diâmetros

A relação entre os diâmetros da palheta,  $D$ , e do orifício de passagem,  $d$ , é um fator de grande importância para o escoamento no difusor radial. Nesta seção é apresentada uma comparação entre as distribuições de pressão adimensional obtidas considerando a relação de diâmetros  $D/d = 1,66$  e  $3,0$ , duas condições de afastamentos adimensionais,  $s_c/d = 0,012$  e  $0,020$ , e dois números de Reynolds,  $Re = 1000$  e  $2000$ . Estes parâmetros são explorados nas figuras 5.7 a 5.10 reunindo os seguintes casos, respectivamente:

- (i)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $16,86^\circ$ ;
- (ii)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 2000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $16,86^\circ$ ;
- (iii)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 1000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ, 8,62^\circ$  e  $16,86^\circ$ ;
- (iv)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 2000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ, 8,62^\circ$  e  $16,86^\circ$ .

Percebe-se nas figuras que a distribuição de pressão apresenta uma variação significativa quando se muda a relação entre os diâmetros de  $1,66$  para  $3,0$ . Com a razão menor a distribuição de pressão adimensional sobre a palheta apresenta menores valores. Este fato é esperado e reflete a necessidade de que haja uma maior diferença de pressão entre a entrada e a saída do difusor radial para manter a mesma vazão mássica quando a região da palheta e assento é ampliada.

Outro fato a ser destacado é a grande influência da inclinação do assento tanto na magnitude como na forma da distribuição de pressão. Mesmo uma pequena inclinação de  $5^\circ$  reduz significativamente o valor do patamar de pressão na palheta. Para  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 2000$ , observa-se pela figura 5.10 que a inclinação do assento elimina inclusive a região de pressão negativa que ocorre para  $D/d = 1,66$ .

Na sequência, ao se explorar as linhas de corrente e as isobáricas o efeito da inclinação do assento na configuração do escoamento será melhor caracterizado.

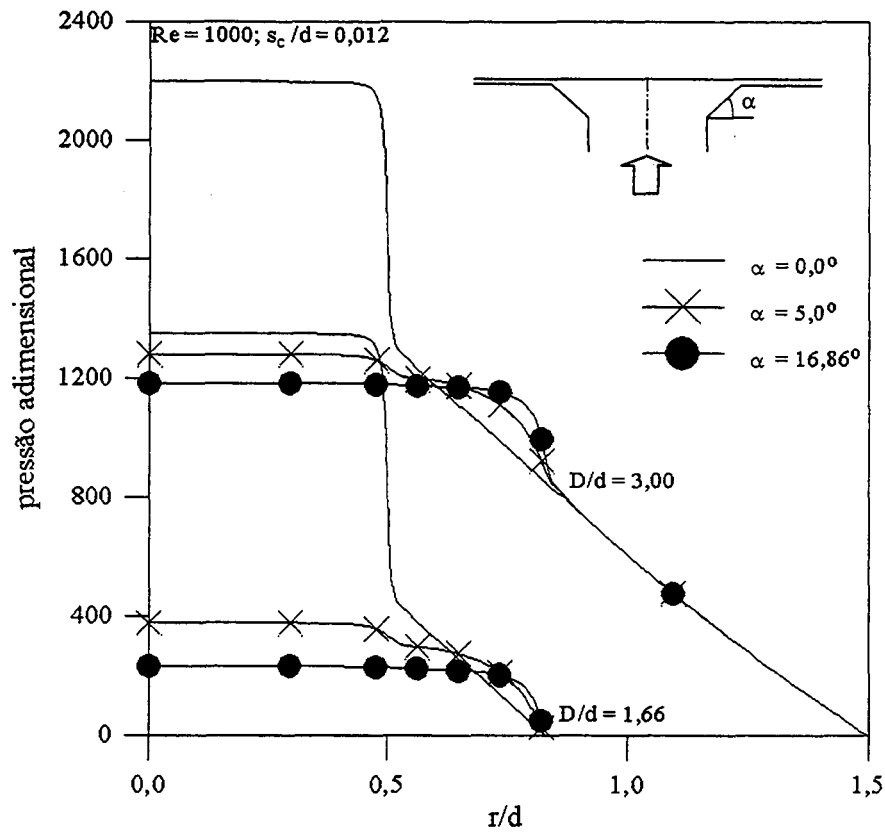


Figura 5.7 – Influência da relação de diâmetros  $D/d$  na distribuição de pressão adimensional sobre a palheta para  $Re = 1000$  e  $s_c/d = 0,012$ .

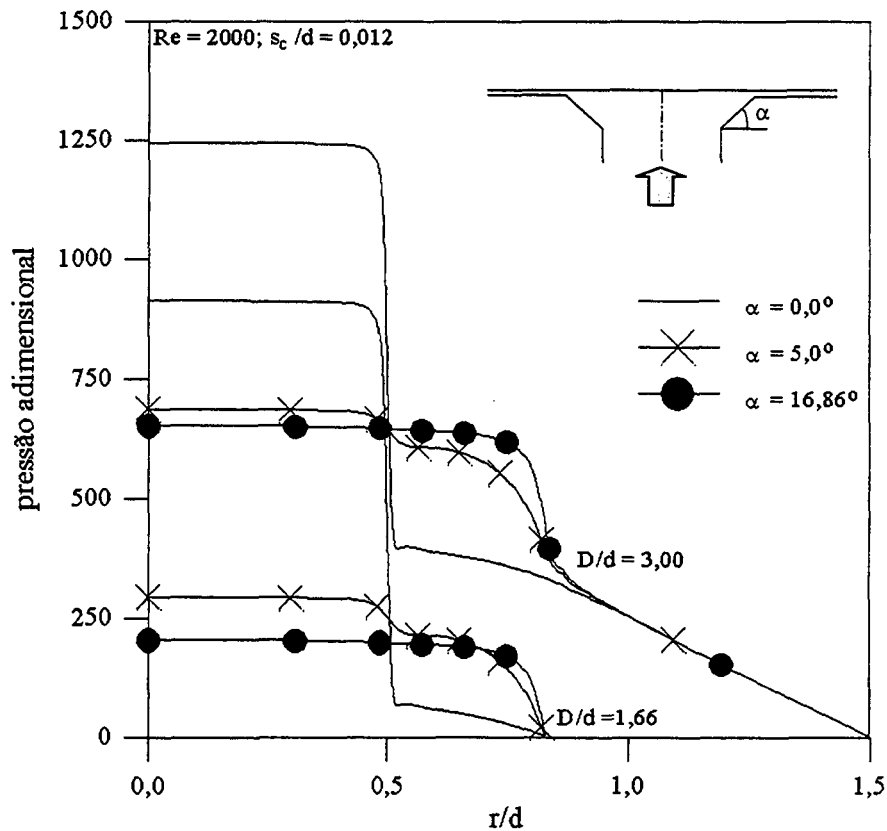


Figura 5.8 – Influência da relação de diâmetros  $D/d$  na distribuição de pressão adimensional sobre a palheta para  $Re = 2000$  e  $s_c/d = 0,012$ .

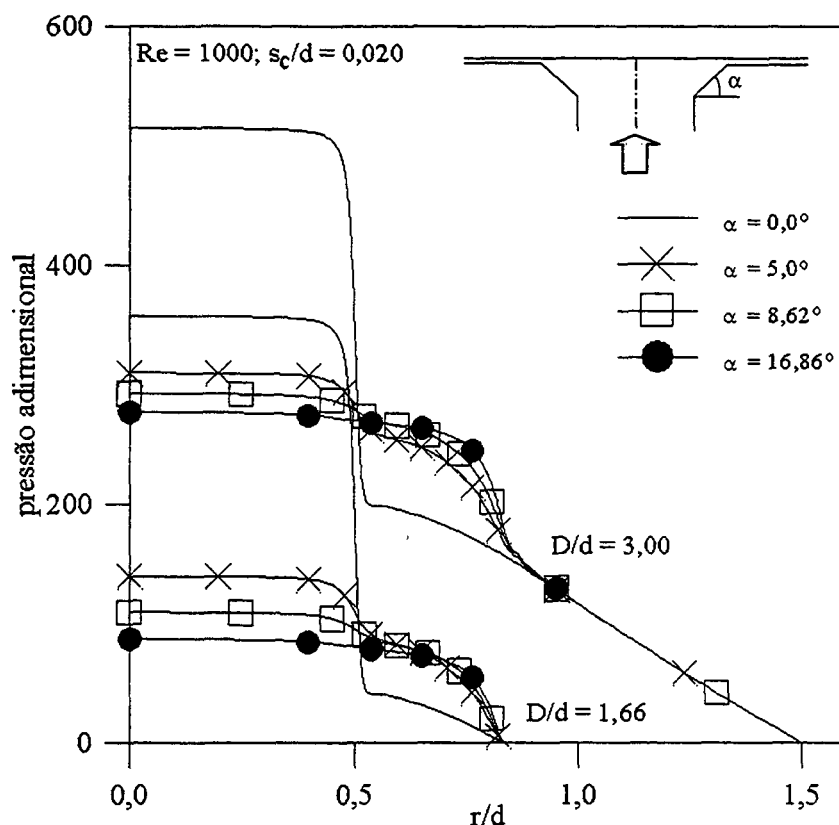
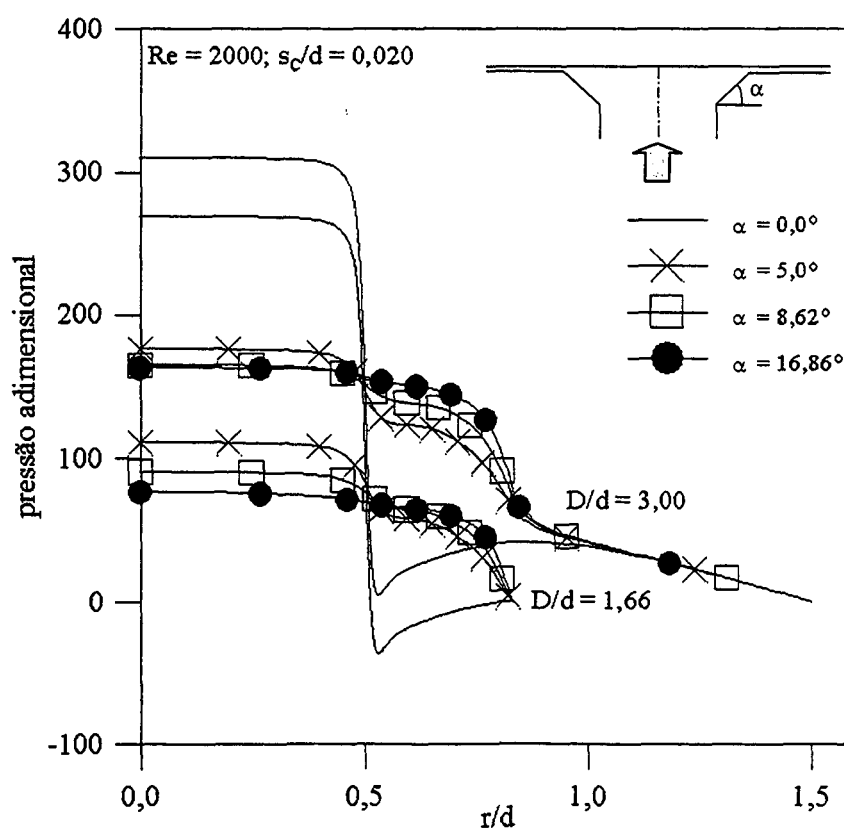


Figura 5.9 – Influência da relação de diâmetros  $D/d$  na distribuição de pressão adimensional sobre a palheta para  $Re = 1000$  e  $s_c/d = 0,020$ .



**Figura 5.10 – Influência da relação de diâmetros  $D/d$  na distribuição de pressão adimensional sobre a palheta para  $Re = 2000$  e  $s_c/d = 0,020$ .**

## 5.4 Perfil Radial de Pressão sobre a Palheta

O cálculo dos perfis de pressão sobre a palheta é de extrema importância, permitindo o entendimento do escoamento nesta região, e também a determinação da força hidrodinâmica sobre a palheta e da perda de carga.

As figuras 5.11 a 5.18 mostram para a relação de diâmetros  $D/d = 3,0$ ; inclinações diferentes no assento, quatro número de Reynolds e dois afastamentos adimensionais entre palheta e assento, como a distribuição de pressão se comporta. Os testes numéricos foram efetuados em 28 casos classificados pelo número de Reynolds e pelos afastamentos adimensionais como:

- (i)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (ii)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1500$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (iii)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 2000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (iv)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 2500$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (v)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 1000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (vi)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 1500$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (vii)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 2000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ, 8,62^\circ, 13,63^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (viii)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 2500$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ, 8,62^\circ, 13,63^\circ$  e  $32^\circ$ .

Os valores quebrados para as inclinações ( $8,62^\circ$  e  $13,63^\circ$ ) foram escolhidos, numa primeira versão do programa computacional, de tal forma que a curva interfacial fosse coincidente com o final de um volume de controle na malha computacional. No decorrer do trabalho o programa computacional foi melhorado e este artifício tornou-se desnecessário.

Nas figuras 5.11 a 5.18, as distribuições adimensionais de pressão sobre a palheta para  $s_c/d = 0,012$  e  $0,020$  apresentam um patamar na região da palheta que recebe frontalmente o impacto do fluido ( $r/d \leq 0,5$ ). Este patamar ocorre devido à criação de uma região central de estagnação do fluido, consequência do pequeno afastamento entre palheta e assento. Logo após a primeira região de estagnação ( $r/d = 0,5$ ) observa-se uma queda pequena da pressão próxima a entrada do difusor.

Uma segunda região de estagnação aproximadamente em ( $0,5 \leq r/d \leq 0,75$ ) aparece devido à inclinação do assento, onde o fluido ainda tenta escoar axialmente, em seguida há uma queda de pressão decorrente da mudança de direção do fluxo. O fluido que tenderia a escoar axialmente é forçado a escoar radialmente, criando uma região de recirculação, com consequente aceleração e queda de pressão. As figuras 5.11 a 5.14 apresentam a distribuição de pressão adimensional para os casos (i) a (iv), onde  $s_c/d = 0,012$ . Para o afastamento maior,  $s_c/d = 0,020$ , a distribuição de pressão sobre a palheta é explorada nas figuras 5.15 a 5.18.

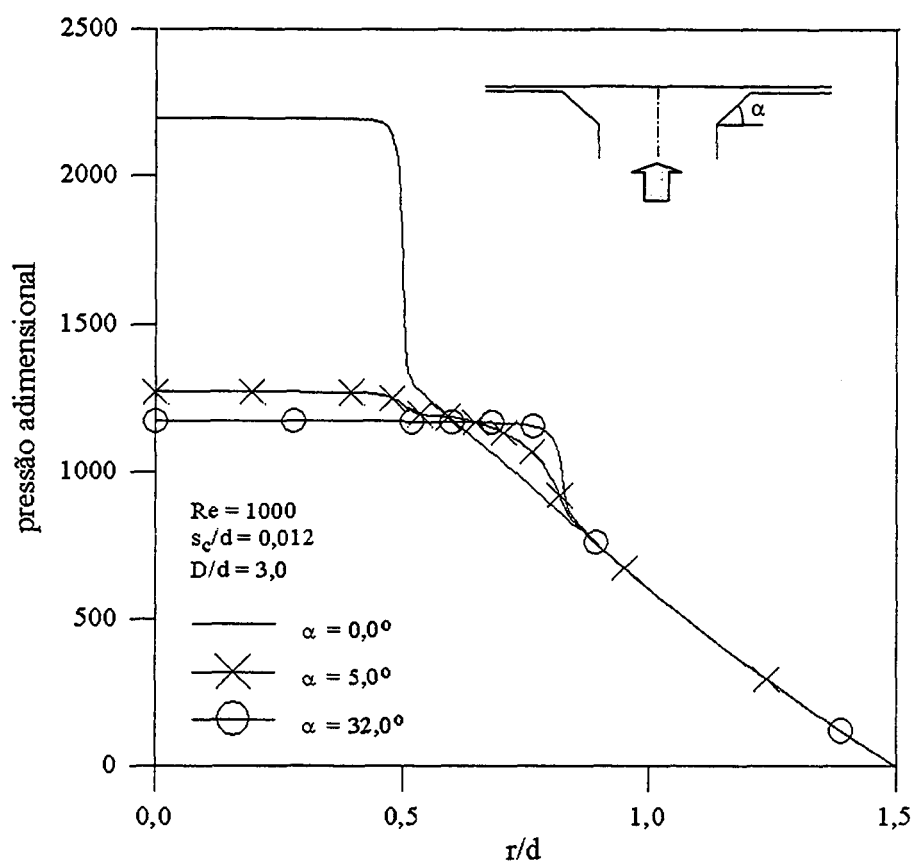


Figura 5.11 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para as diferentes inclinações no assento,  $Re = 1000$  e  $s_c/d = 0,012$ .

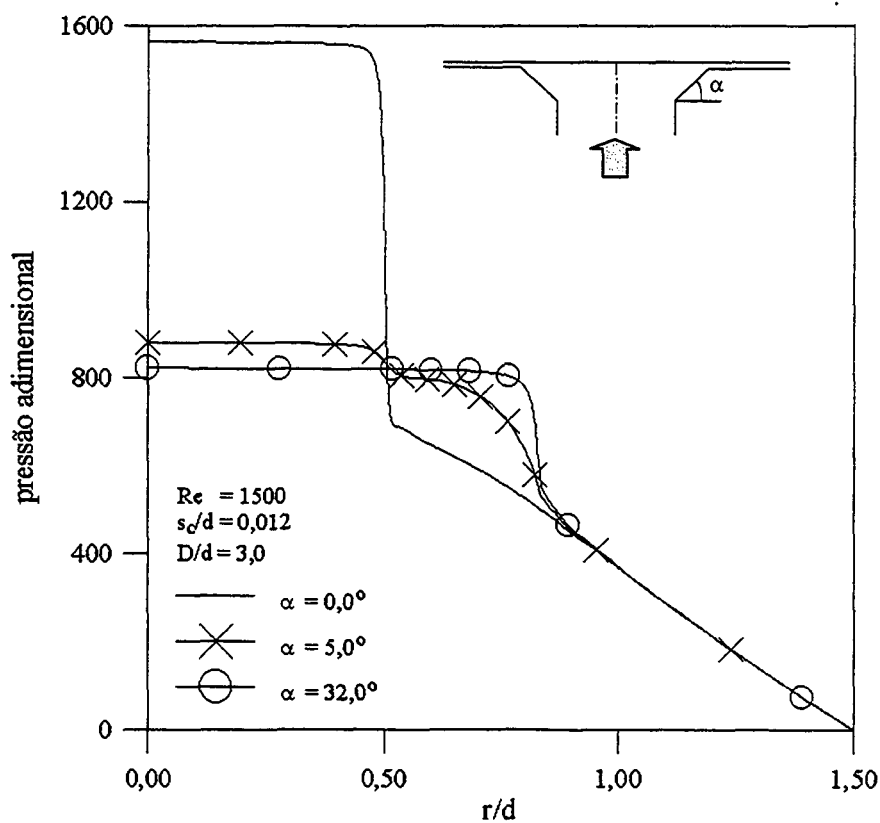


Figura 5.12 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,012$ .



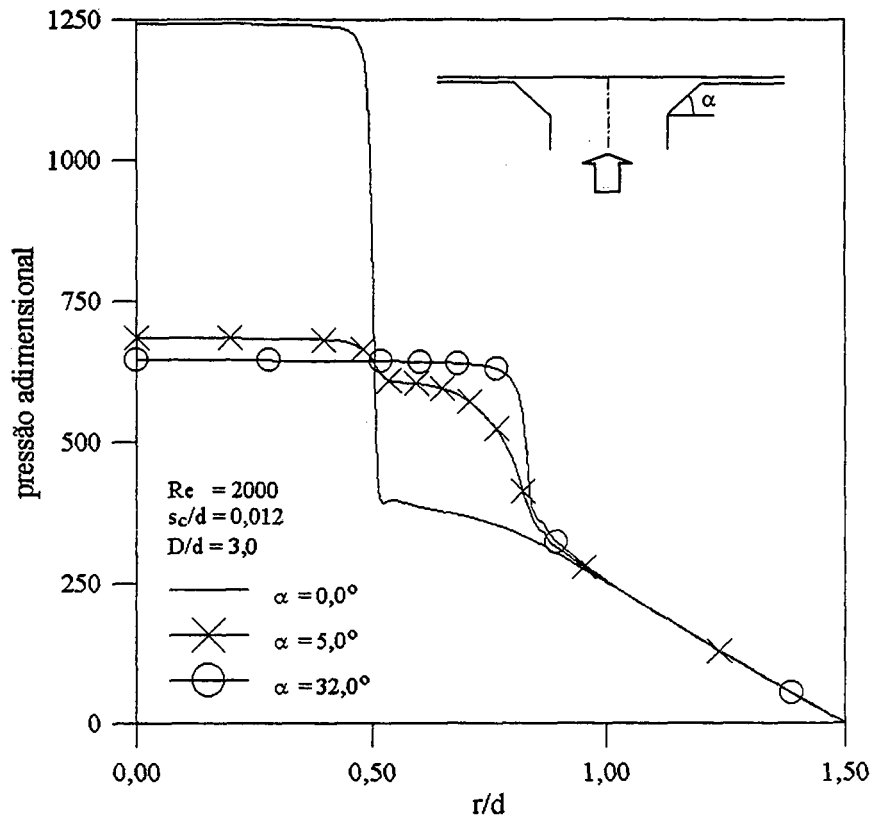


Figura 5.13 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento,  $Re = 2000$  e  $s_c/d = 0,012$ .

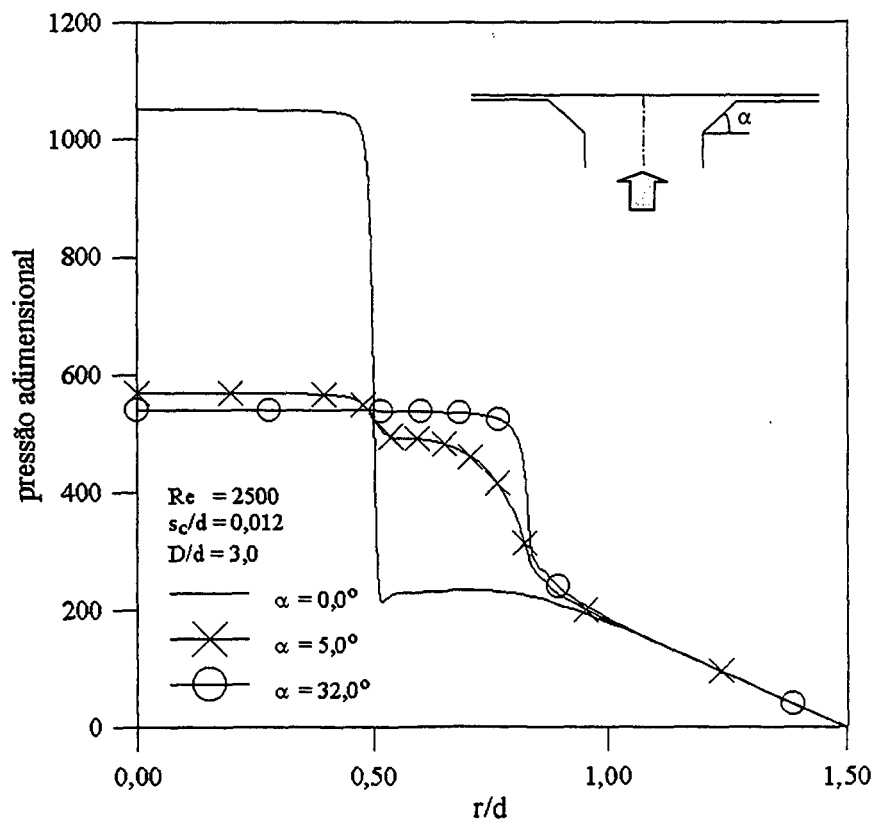


Figura 5.14 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento,  $Re = 2500$  e  $s_c/d = 0,012$ .

O efeito causado na distribuição de pressão sobre a palheta, com a mudança do número de Reynolds pode ser observado tanto nas figuras 5.11 a 5.14 para o afastamento menor, como nas figuras 5.15 a 5.18 para o afastamento maior. O primeiro aspecto a ser observado nestas figuras é que a pressão de estagnação adimensional reduz com o aumento do número de Reynolds. Isto não deve ser visto como uma redução da pressão sobre a palheta. Pelo contrário, a pressão sobre a palheta na região desta, frontal ao orifício de passagem, sempre aumenta com o aumento do número de Reynolds, mantidos os demais parâmetros inalterados.

Observe por exemplo as figuras 5.11 e 5.13 onde a pressão adimensional no patamar da curva varia de aproximadamente 2200 para 1250 (redução de 1,8 vezes) quando o número de Reynolds varia de 1000 para 2000 (aumento de duas vezes). Como a pressão adimensional está dividida pela velocidade ao quadrado (ver equação (4.9)), na verdade ao variar o número de Reynolds de 1000 para 2000 a pressão no patamar aumenta de  $4/1,8 = 2,2$  vezes.

Outro efeito associado ao aumento no número de Reynolds é verificado na queda e recuperação de pressão na entrada da região do difusor, propriamente dito, conforme já explorado na seção 4.3. Para um mesmo número de Reynolds, por exemplo,  $Re = 1000$ , as figuras 5.11 e 5.15 ilustram a sensibilidade da distribuição de pressão sobre a palheta em função dos afastamentos adimensionais. O aumento do afastamento entre palheta e assento reduz a restrição do difusor ao escoamento e isto reduz o patamar de pressão na região frontal ao orifício de passagem além de permitir uma desaceleração do fluido na entrada da região do difusor resultando em pressões maiores nesta região. Este resultado também já havia sido explorado na seção 4.3.

Convém observar que as características gerais da distribuição de pressão na palheta bem como a velocidade e a aceleração do fluido no difusor são resultados já conhecidos e explorados na literatura. Desta forma, no que se segue, serão explorados e enfatizados aqueles resultados associados à variação geométrica na forma do assento e da palheta. Estes, sim, são resultados inéditos e são contribuições advindas da presente tese.

A presença da inclinação no assento altera de forma significativa o perfil de pressão na palheta, conforme observado nas figuras 5.11 a 5.18. Esta alteração ocorre, principalmente, em dois aspectos. Primeiro, a inclinação do assento facilita a entrada do fluido na região do difusor reduzindo a perda de carga localizada nesta região e com isto fazendo com que o valor do patamar de pressão na região frontal ao orifício seja drasticamente reduzido aproximadamente à metade. Segundo, com a presença da inclinação no assento a curva de pressão passa a mostrar uma terceira região, além do patamar e da região de escoamento na parte final do difusor radial onde as paredes do assento e da palheta são paralelas. Esta terceira região reflete o que acontece na parte inclinada do assento. Após a queda de pressão que ocorre em  $r/d \cong 0,5$ , a pressão se

mantém em um segundo patamar ao longo da região que compreende toda a inclinação do assento,  $0,5 < r/d < 0,75$ . À medida em que o ângulo de inclinação do assento aumenta o segundo patamar tende a se aproximar do primeiro, e para ângulos maiores como  $32^\circ$ , há ocorrência de um único patamar de pressão, que compreende a região  $0 \leq r/d \leq 0,75$ .

A inclinação do assento faz com que a forma do perfil de pressão seja menos sensível a variações no número de Reynolds. Note, por exemplo, que para um dado afastamento e o assento sem inclinação, que a queda e recuperação de pressão na entrada da região do difusor é muito afetada pelo aumento do número de Reynolds, chegando, por exemplo, a apresentar valores negativos de pressão ( $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 2500$ ). Havendo inclinação do assento, todas as curvas passam a apresentar o mesmo padrão.

O impacto da inclinação do assento sobre o perfil de pressão, para um dado número de Reynolds e determinado afastamento entre palheta e assento, é maior para menores ângulos de inclinação. Ao se introduzir os primeiros cinco graus de inclinação do assento, há uma grande variação no perfil de pressão. Por outro lado, a mudança de  $5^\circ$  de inclinação para uma inclinação de  $32^\circ$ , não representa variação significativa no perfil de pressão sobre a palheta.

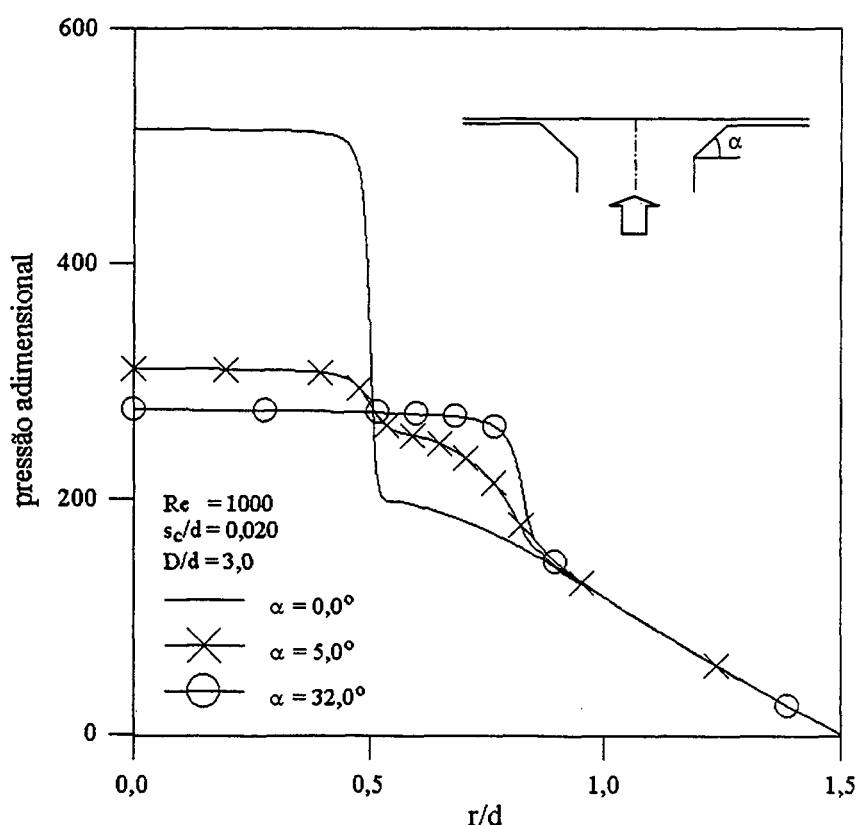


Figura 5.15 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento,  $Re = 1000$  e  $s_c/d = 0,020$ .

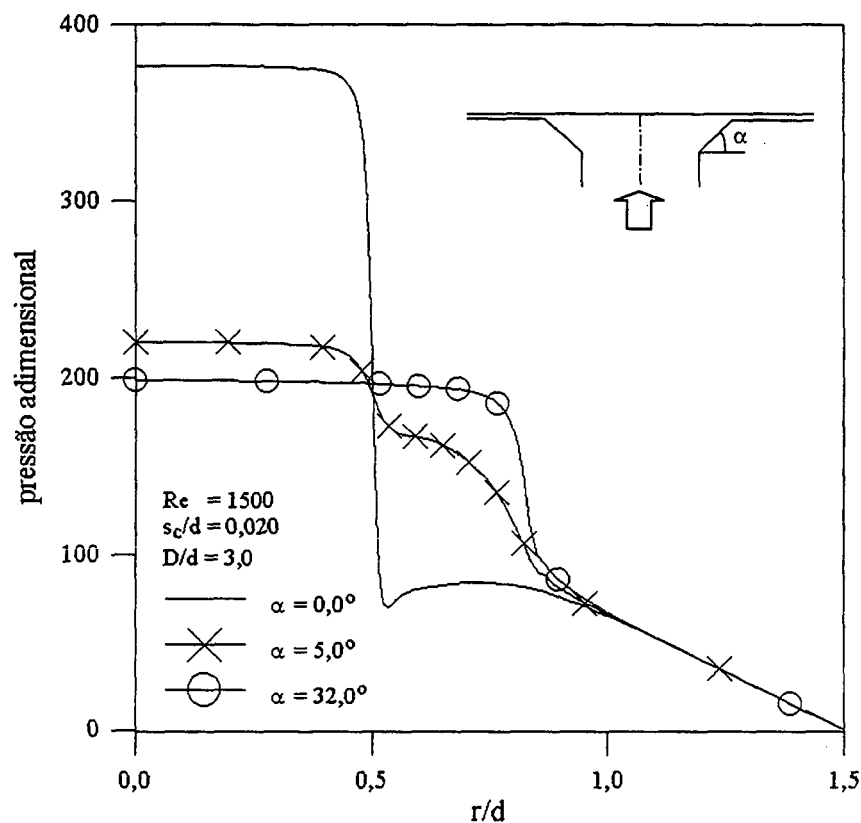


Figura 5.16 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,020$ .

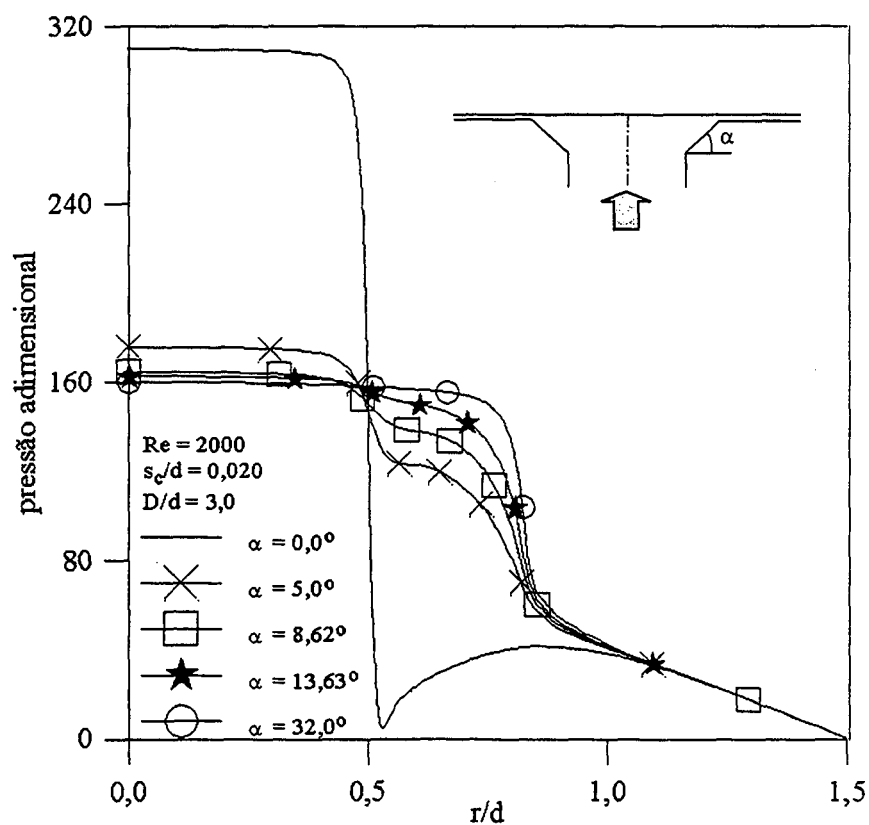


Figura 5.17 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento,  $Re = 2000$  e  $s_c/d = 0,020$ .

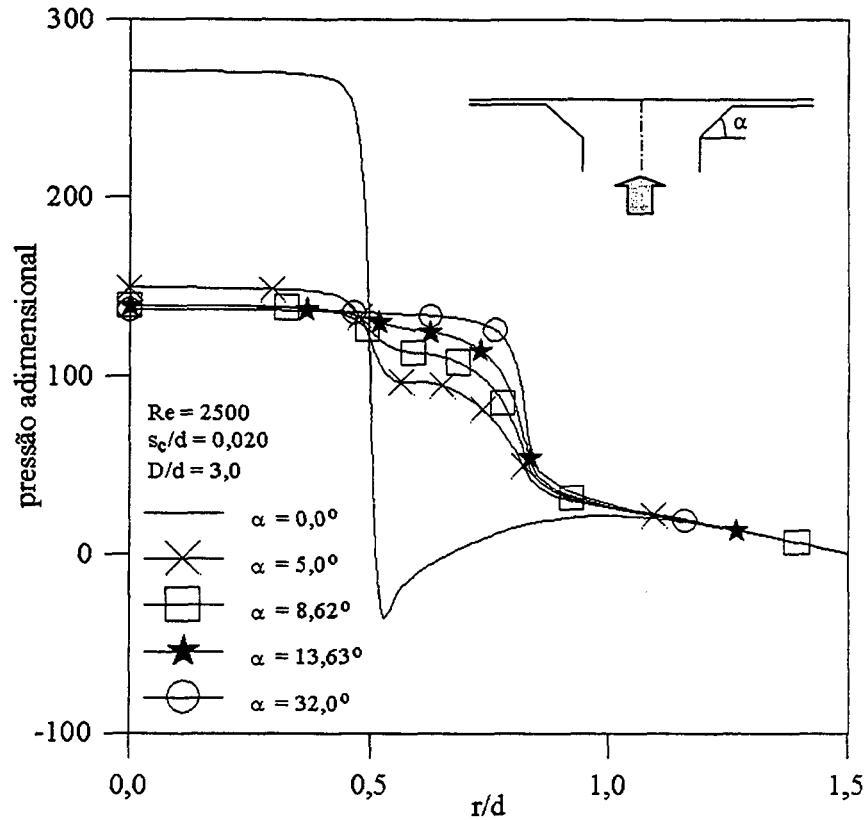


Figura 5.18 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento,  $Re = 2500$  e  $s_c/d = 0,020$ .

### 5.5 Força Adimensional sobre a Palheta

A força resultante associada a distribuição de pressão que atua sobre a palheta, é responsável pela abertura e fechamento da válvula, sendo de grande importância sua análise para o desempenho global dos compressores. Esta força,  $F$ , é obtida através da integração do campo de pressão sobre a palheta, e sua orientação é sempre perpendicular à mesma.

Para a geometria do difusor radial em consideração, a força hidrodinâmica resultante sobre a palheta, devido ao campo de pressão sobre a mesma, é dada por

$$F = \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} p r dr d\theta. \quad (5.1)$$

Em termos adimensionais, a força sobre a palheta pode ser expressa por

$$F_a = \frac{2F}{\rho \bar{U}_{in}^2 d^2}. \quad (5.2)$$

As figuras 5.19 e 5.20 apresentam a variação da força adimensional sobre a palheta em função da inclinação do assento para a relação de diâmetros  $D/d = 3,0$ , e afastamento adimensional  $s_c/d = 0,012$  e  $s_c/d = 0,020$ , respectivamente. Para baixos números de Reynolds e pequenos afastamentos entre palheta e assento, quando é introduzida uma inclinação no assento, há uma tendência de reduzir a força sobre a palheta. À medida que o número de Reynolds e o afastamento adimensional,  $s_c/d$ , são aumentados, esta tendência é revertida conforme observado nas figuras 5.19 e 5.20, para  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 2500$ , onde a força sempre aumenta com o aumento da inclinação do assento. Após a inclinação de  $5^\circ$ , há uma tendência da força sobre a palheta se manter invariável com a inclinação, ou sofrer um pequeno aumento, isto é particularmente verdadeiro para maiores afastamentos entre palheta e assento e para maiores ângulos de inclinação do assento.

Comparando-se as figuras 5.19 e 5.20, observa-se que a força adimensional sobre a palheta é menor para  $s_c/d = 0,020$  do que para  $s_c/d = 0,012$ . Este resultado é devido à maior restrição ao escoamento associada ao menor afastamento entre palheta e assento. Uma vez mantida a vazão constante sobre o difusor radial a maior restrição induz pressões maiores que resultam em uma maior força sobre a palheta.

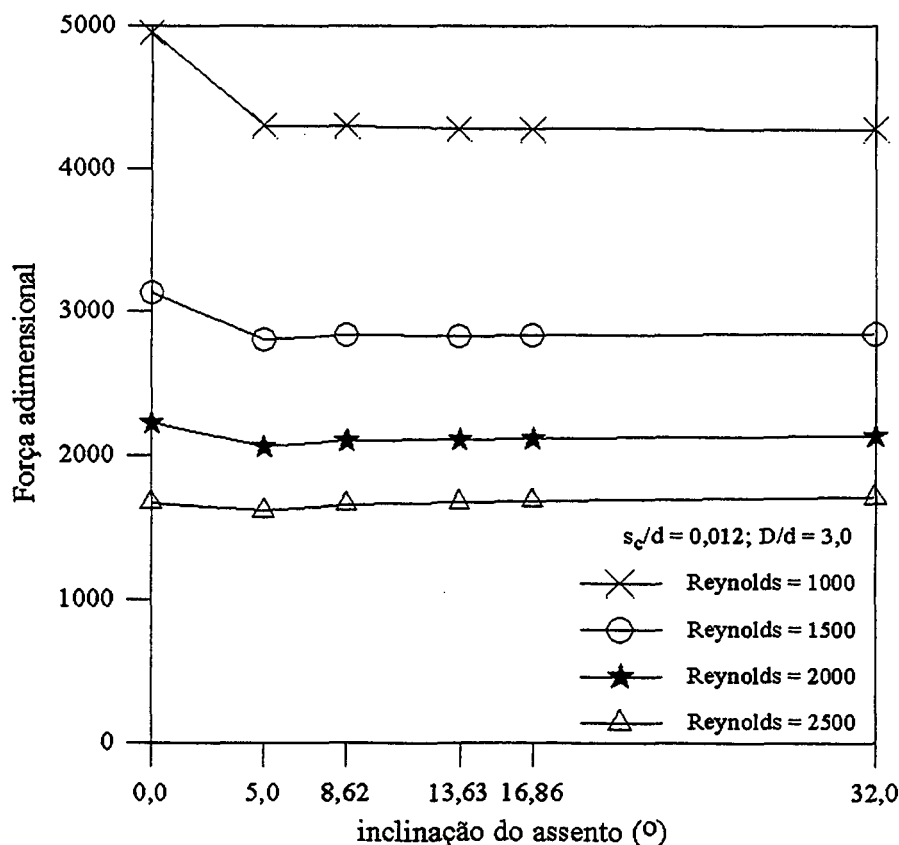


Figura 5.19 – Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes inclinações no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

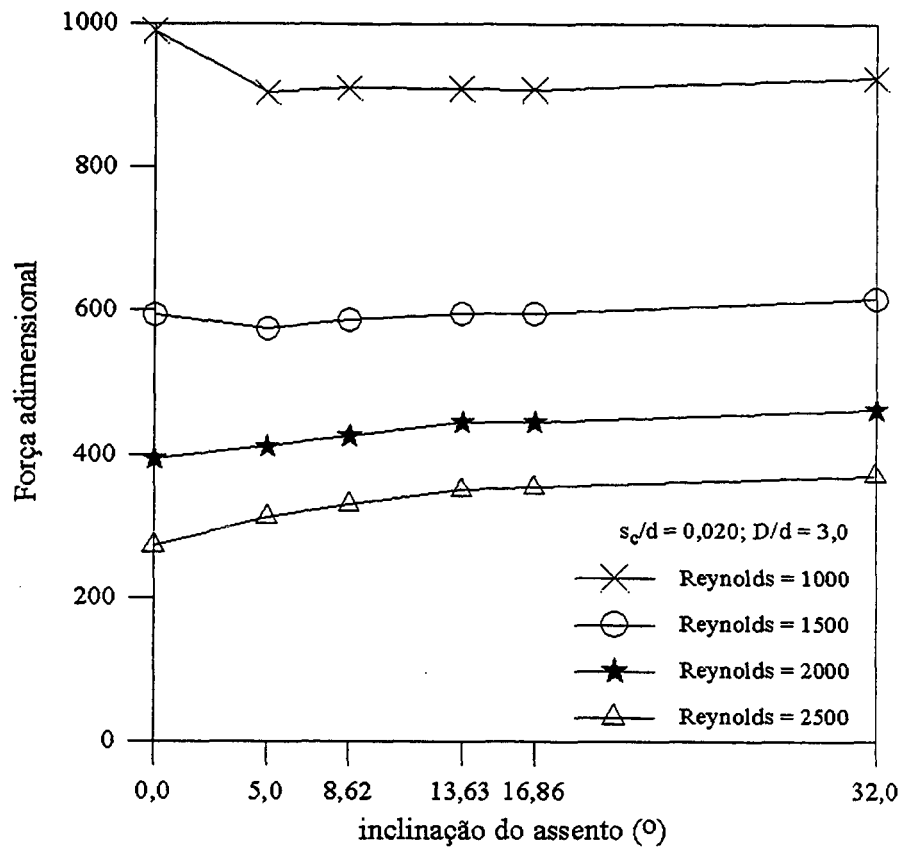


Figura 5.20 – Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes inclinações no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

Outro resultado observado através das figuras 5.19 e 5.20 é que a força sobre a palheta diminui com o aumento do número de Reynolds, conforme esperado. Note-se que para chegar a este resultado deve-se considerar que as forças adimensionais nas figuras 5.19 e 5.20 estão divididas por  $\bar{U}_{in}^2$ .

## 5.6 Perda de Carga

A perda de carga através do difusor é uma medida do atrito total associado ao escoamento, e é calculada pela expressão que segue, para um segmento circunferencial correspondente a um radiano,

$$PC = \underbrace{\int_0^{d/2} \left( \frac{\rho U^2}{2} + p \right) r dr}_{\text{entrada do orifício de passagem}} - \underbrace{\int_0^{s_c} \left( \frac{\rho U^2}{2} + p \right) dx}_{\text{saída do difusor}} r_{M1}, \quad (5.3)$$

onde

$$U^2 = u^2 + v^2 \text{ [m}^2/\text{s}^2\text{]};$$

$u$  - velocidade na direção axial [m/s];

$v$  - velocidade na direção radial [m/s];

$P$  - pressão [Pa];

$\rho$  - densidade [kg/m<sup>3</sup>];

$PC$  - perda de carga [kg m/s<sup>2</sup> = Pa m<sup>2</sup> = N];

$r$  - deslocamento radial [m];

$r_{M1}$  - posição radial fixa na saída do difusor.

A escolha da perda de carga expressa pela equação (5.3) deve-se ao fato de que no decorrer deste trabalho a perda de carga e a força serão utilizadas na mesma função objetivo e para não haver conflito entre ambas utilizou-se a mesma unidade, isto é, Newton. O comportamento da perda de carga é apresentado nas figuras 5.21 e 5.22 para os afastamentos  $s_c/d = 0,012$  e  $0,020$ , respectivamente. Conforme observado nas figuras, para os casos estudados, a perda de carga sempre diminui com o aumento da inclinação do assento. A maior variação na perda de carga ocorre quando se muda da situação sem inclinação para uma inclinação de  $5^\circ$  do assento. Aumentos de inclinação subsequentes à inclinação de  $5^\circ$  não apresentam grande variação na perda de carga.

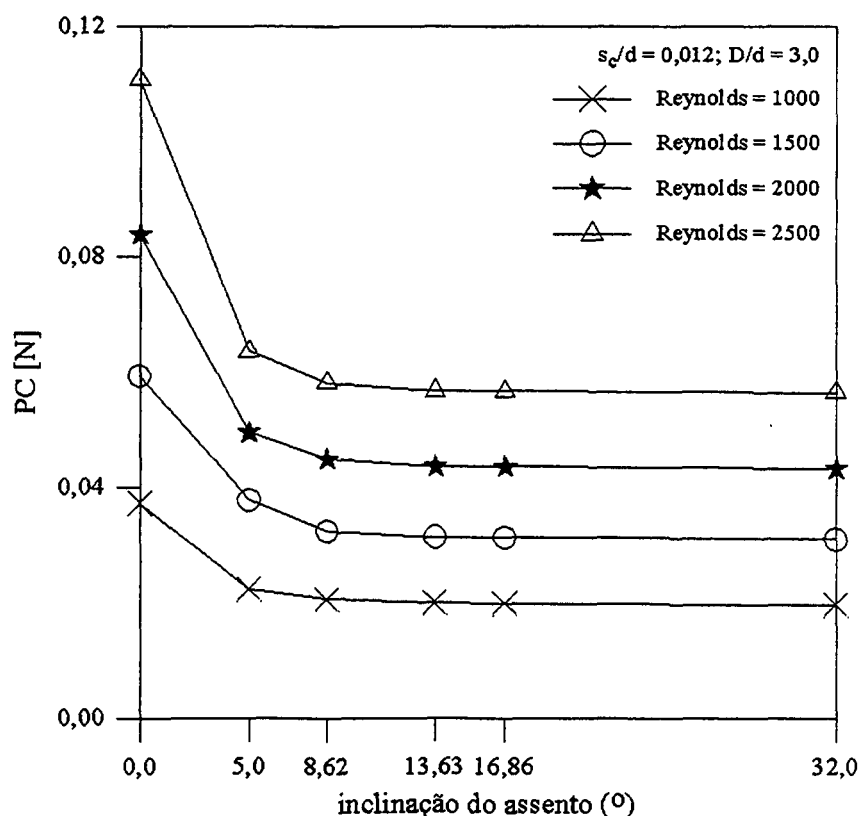


Figura 5.21 – Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes inclinações no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .



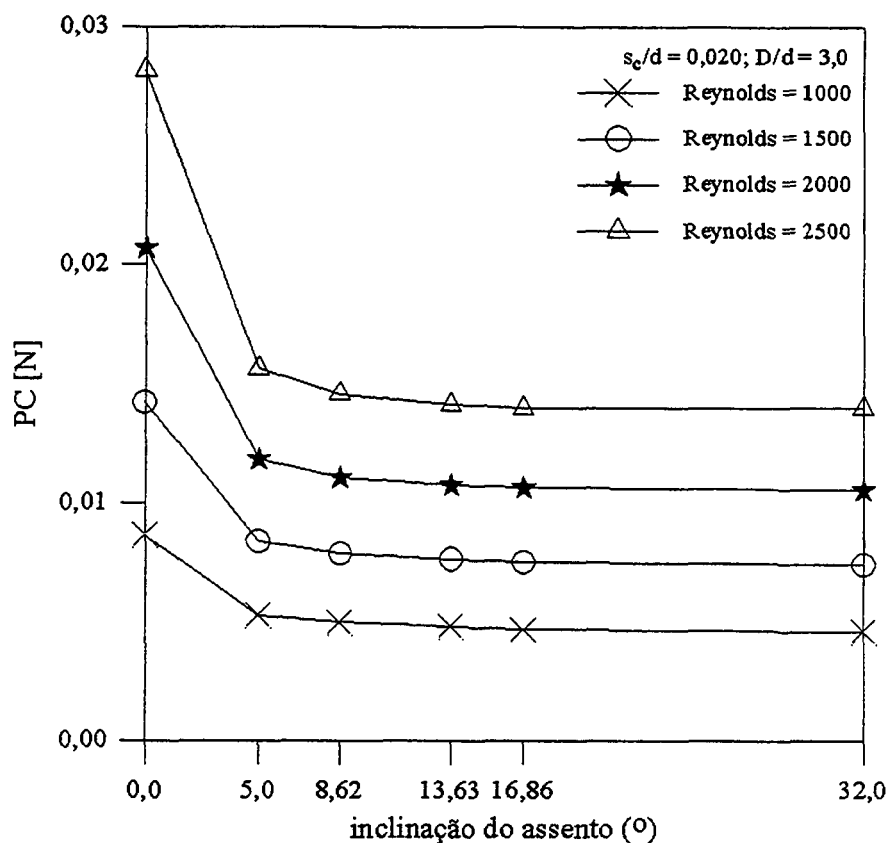


Figura 5.22 – Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes inclinações no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

## 5.7 Parâmetros de Eficiência

As áreas efetivas de escoamento e força são parâmetros utilizados na simulação numérica do funcionamento de compressores e que também servem para avaliar a eficiência do sistema de válvulas. Conforme explorado, na Introdução do presente manuscrito, a área efetiva de escoamento está associada ao enchimento e esvaziamento do cilindro nas válvulas de admissão e descarga, respectivamente; enquanto que a área efetiva de força está associada à movimentação das válvulas. Nesta seção, estes parâmetros serão explorados para o difusor com inclinação do assento.

### 5.7.1 Área Efetiva de Escoamento

A área efetiva de escoamento,  $A_{ee}$ , está diretamente relacionada com a perda de carga na válvula e fornece, para um dado diferencial de pressão, o fluxo de massa através da válvula. Este parâmetro é calculado considerando a válvula como um orifício simples conforme apresentado

no apêndice C do presente trabalho (Schwerzler e Hamilton, 1972; Ussyk, 1984). No cálculo da área efetiva de escoamento, as seguintes simplificações são adotadas,

- (i) escoamento unidimensional e isentrópico;
- (ii) escoamento em regime permanente;
- (iii) condições a montante iguais às de estagnação;
- (iv) comportamento de gás ideal.

Após adotar as simplificações anteriores a área efetiva de escoamento é calculada pela seguinte expressão (apêndice C)

$$A_{ee} = \frac{\dot{m}}{p_u \sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT_u}} \sqrt{r_p^{2/k} - r_p^{(k+1)/k}}}, \quad (5.4)$$

onde

- $\dot{m}$  - fluxo de massa através do orifício de passagem [kg/s];
- $p_u$  - pressão à montante da válvula [Pa];
- $k$  - razão entre calores específicos  $k = c_p/c_v$ , para o ar  $k = 1,4$ ;
- $R$  - constante do gás para o ar = 286,9 [J/kg K];
- $T_u$  - temperatura à montante da válvula = 293 [K];
- $r_p$  -  $p_{atm}/p_u$ ;
- $p_{atm}$  - pressão atmosférica = 101325 [Pa];
- $A_{ee}$  - área efetiva de escoamento [m<sup>2</sup>].

A área efetiva de escoamento é adimensionalizada em relação à área do orifício de passagem do difusor, resultando em

$$A_{eca} = \frac{A_{ee}}{\pi(d/2)^2}. \quad (5.5)$$

As figuras 5.23 e 5.24 apresentam os valores das áreas efetivas de escoamento adimensional obtidos numericamente para o difusor radial com assento inclinado, utilizando diferentes números de Reynolds. A figura 5.23 se refere ao afastamento  $s_c/d = 0,012$ , e a figura 5.24 ao afastamento  $s_c/d = 0,020$ . Em ambos afastamentos adimensionais, 0,012 e 0,020, a área efetiva de escoamento adimensional aumentou com o aumento da inclinação do assento e com o aumento do número de Reynolds. Os menores valores foram obtidos para o assento sem inclinação. A presença da inclinação do assento na saída do orifício de passagem proporciona um

aumento significativo na área efetiva de escoamento, resultando numa restrição menor ao fluido à medida que este entra na região do difusor. Valores altos para a área efetiva de escoamento indicam que o desempenho da válvula é melhor do ponto de vista do escoamento através da mesma.

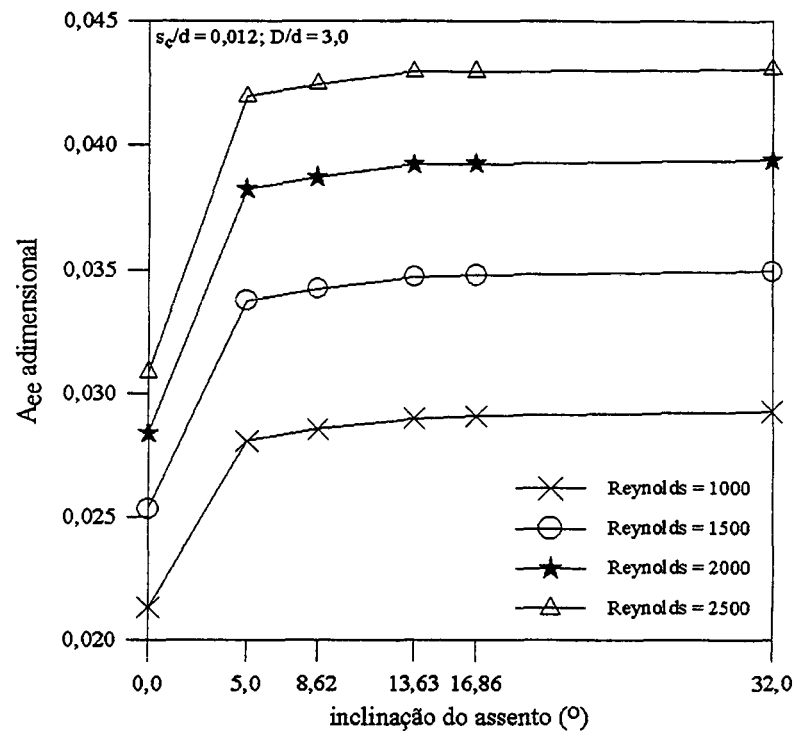


Figura 5.23 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes inclinações no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

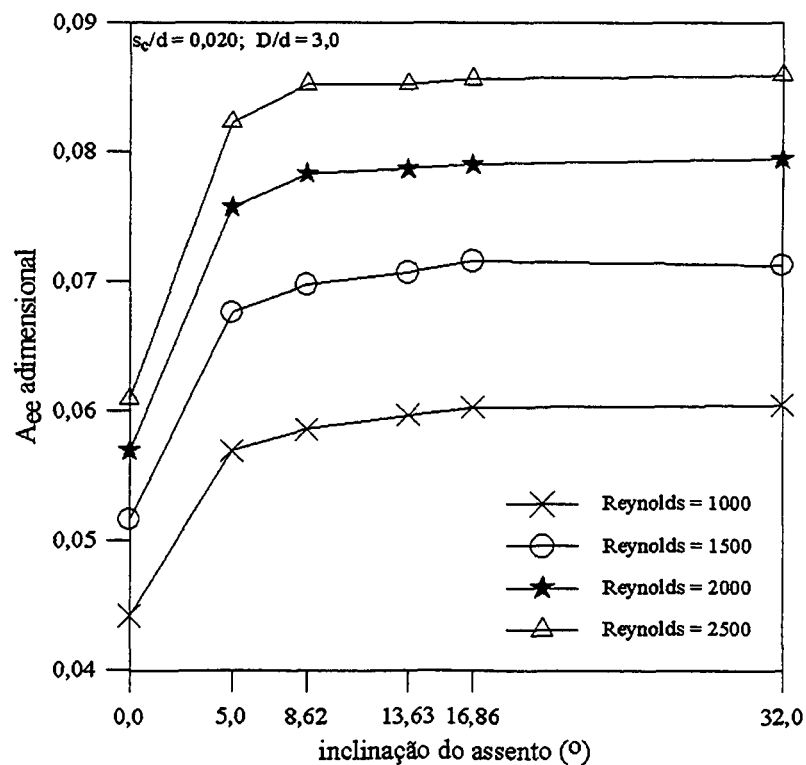


Figura 5.24 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes inclinações no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

### 5.7.2 Área Efetiva de Força

Para o cálculo do movimento de válvulas é necessário conhecer o valor da força atuante sobre a palheta, em cada instante de tempo. Esta força é função do diferencial de pressão através da válvula e depende da vazão e da abertura da palheta (Schwerzler e Hamilton, 1972). Para auxiliar este cálculo é comum fazer uso da área efetiva de força,  $A_{ef}$ , definida a seguir,

$$A_{ef} = \frac{F}{\Delta p_v}, \quad (5.6)$$

onde

- $F$  - força resultante sobre a palheta [N];
- $\Delta p_v$  - diferença entre as pressões médias na entrada do orifício e na saída do difusor [Pa];
- $A_{ef}$  - área efetiva de força [m<sup>2</sup>].

O diferencial de pressão através da válvula é obtido a partir da diferença entre as pressões médias na entrada do orifício de passagem e na saída do difusor. A área efetiva de força é adimensionalizada em relação à área do orifício de passagem do difusor

$$A_{efa} = \frac{A_{ef}}{\pi(d/2)^2}. \quad (5.7)$$

As figuras 5.25 e 5.26 ilustram a variação da área efetiva de força adimensional em função da inclinação do assento, para os diferentes números de Reynolds analisados.

A área efetiva de força adimensional apresentou comportamento sempre crescente com o aumento da inclinação do assento, semelhante ao comportamento obtido para a área efetiva de escoamento. Este comportamento já havia sido observado por Puff *et al.* (1992), para uma dada inclinação. Os resultados da área efetiva de força e de escoamento indicam que do ponto de vista de desempenho da válvula a inclinação do assento é sempre vantajosa.

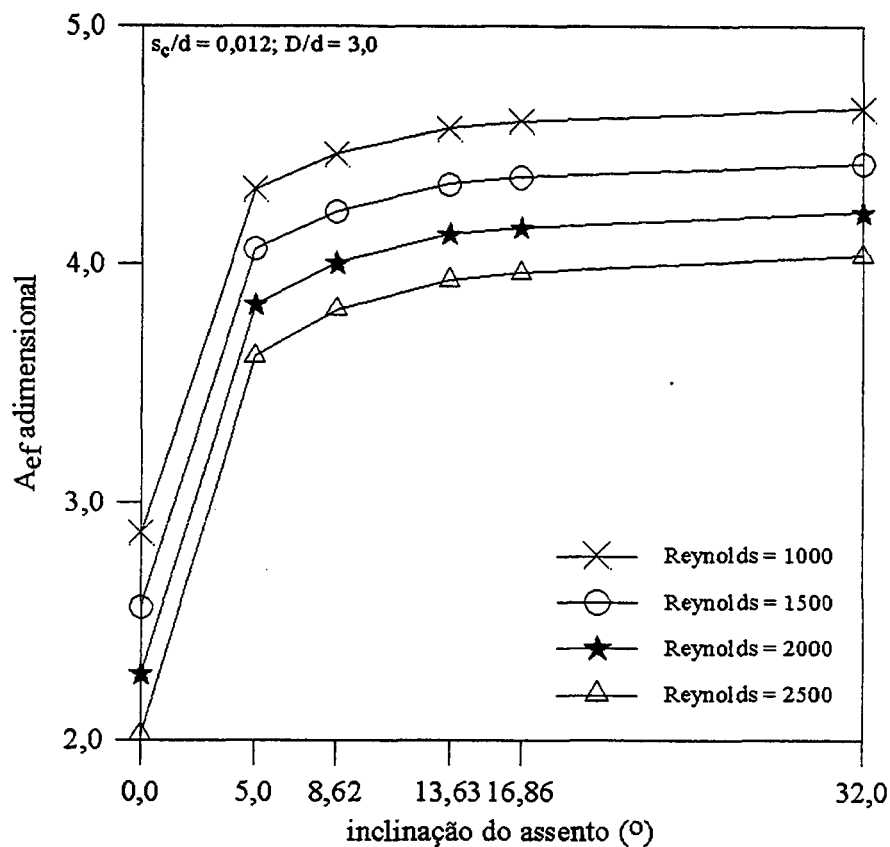


Figura 5.25 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes inclinações no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

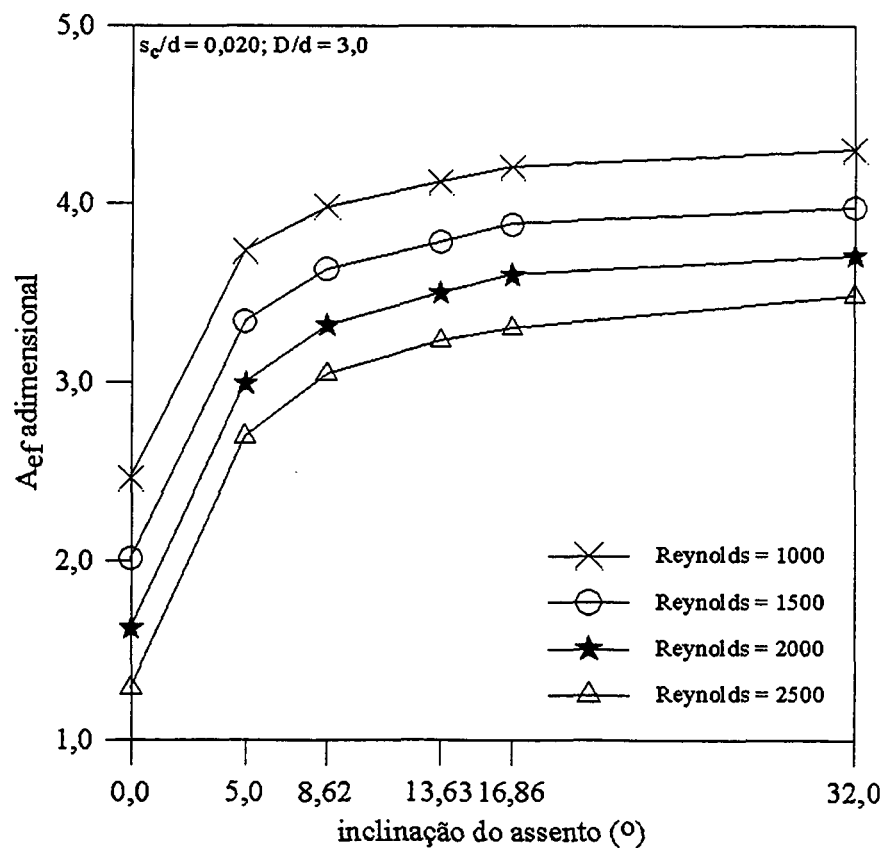


Figura 5.26 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes inclinações no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

## 5.8 Comentários Gerais

Nota-se nas figuras apresentadas anteriormente que uma inclinação de apenas  $5^\circ$  já é capaz de alterar significativamente os padrões de escoamento para a válvula com relação de diâmetros  $D/d = 3,0$ , para a relação de diâmetro menor,  $D/d = 1,66$ , os parâmetros de eficiência, a força e a perda de carga obtidos pelo programa computacional não tiveram sua análise no presente trabalho. Verificou-se que o uso de uma pequena inclinação aumentou as áreas efetivas de escoamento e de força e tornando assim a geometria da válvula mais eficiente.

A seguir, as tabelas 5.1 e 5.2 apresentam os vários parâmetros de eficiência, já comentados anteriormente. As tabelas 5.1 e 5.2 resumem os resultados obtidos através de testes numéricos com diferentes inclinações no assento da válvula. A observação dos valores dispostos na tabela 5.1 para diferentes inclinações no assento da válvula e para o afastamento adimensional 0,012 permite que as seguintes conclusões possam ser destacadas:

- (i) a perda de carga decresce em média<sup>1</sup> aproximadamente 40% quando se introduz uma inclinação de  $5^\circ$  no assento; para inclinações maiores a perda de carga continua decrescendo progressivamente, mas de forma mais gradual;
- (ii) a área efetiva de escoamento adimensional aumenta em média aproximadamente 25% quando se introduz uma inclinação de  $5^\circ$ ; aumentando a inclinação este parâmetro de eficiência continua crescendo, mas de forma gradual;
- (iii) modificando a inclinação de  $0^\circ$  para  $5^\circ$  a área efetiva de força adimensional cresce aproximadamente 33%, 37%, 40% e 44% para os números de Reynolds 1000, 1500, 2000 e 2500, respectivamente. Com o aumento da inclinação a área efetiva de força continua crescendo, mas de forma gradual;
- (iv) a força adimensional é o parâmetro que possui o comportamento mais complexo. Por exemplo, para a inclinação de  $5^\circ$  a força decresce aproximadamente 13%, 10%, 7% e 3% para os números de Reynolds 1000, 1500, 2000 e 2500, respectivamente. Aumentando a inclinação do assento e o número de Reynolds a força tende a crescer. Por exemplo, para o número de Reynolds 2500 e a inclinação de  $13,63^\circ$  no assento da válvula, a força adimensional é superior àquela obtida sem a inclinação.

---

<sup>1</sup> A palavra em média neste capítulo, bem como nos demais capítulos, representa a média aritmética realizada com os vários números de Reynolds, para uma inclinação ou raio de arredondamento em específico.

Tabela 5.1 – Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para  $D/d = 3,0$ ;  $s/d = 0,012$  e inclinações no assento.

Inclinação	Re	PC [N]	$A_{\text{cea}}$	$A_{\text{efa}}$	$F_a$
$\alpha = 0^\circ$	1000	0,037220	0,02133	2,868	4951,989
	1500	0,059294	0,02533	2,558	3130,255
	2000	0,083780	0,02839	2,276	2217,001
	2500	0,110712	0,03086	2,021	1666,898
$\alpha = 5^\circ$	1000	0,022471	0,02807	4,312	4297,729
	1500	0,037869	0,03374	4,062	2801,594
	2000	0,049567	0,03823	3,828	2056,529
	2500	0,063566	0,04196	3,612	1611,389
$\alpha = 8,62^\circ$	1000	0,020717	0,02855	4,459	4295,519
	1500	0,032389	0,03421	4,218	2830,836
	2000	0,044856	0,03871	4,002	2097,754
	2500	0,058111	0,04246	3,807	1658,268
$\alpha = 13,63^\circ$	1000	0,020114	0,02897	4,569	4273,907
	1500	0,031476	0,03469	4,334	2827,154
	2000	0,043674	0,03922	4,123	2104,881
	2500	0,056791	0,04295	3,930	1673,441
$\alpha = 16,86^\circ$	1000	0,019972	0,02907	4,599	4271,842
	1500	0,031356	0,03476	4,361	2834,532
	2000	0,043617	0,03925	4,149	2115,321
	2500	0,056757	0,04296	3,959	1684,903
$\alpha = 32^\circ$	1000	0,019756	0,02925	4,653	4270,855
	1500	0,031069	0,03492	4,420	2846,641
	2000	0,043308	0,03939	4,215	2133,839
	2500	0,056468	0,04307	4,032	1706,964

Na tabela 5.2 resumem-se os resultados obtidos numericamente para as diferentes inclinações utilizadas no assento da válvula para o afastamento adimensional 0,020. A observação dos valores dispostos na tabela 5.2 indicam que:

- (i) a perda de carga decresce em média aproximadamente 42% quando se introduz uma inclinação de  $5^\circ$  no assento. O decréscimo é contínuo para as demais inclinações utilizadas, porém ocorre de forma mais suave;
- (ii) a área efetiva de escoamento adimensional aumenta em média aproximadamente 25% quando se introduz uma inclinação de  $5^\circ$  no assento. Aumentando a inclinação este parâmetro de eficiência continua crescendo progressivamente, mas de forma mais gradual. O aumento do número de Reynolds também resulta em um aumento na área efetiva de escoamento;
- (iii) modificando a inclinação no assento da válvula de  $0^\circ$  para  $5^\circ$  a área efetiva de força adimensional cresce aproximadamente 34%, 40%, 46% e 52% para os números de Reynolds 1000, 1500, 2000 e 2500, respectivamente. Com o aumento

da inclinação na saída do orifício de passagem a área efetiva continua crescendo, mas de forma mais gradual;

- (iv) a força adimensional para a inclinação de  $5^\circ$  no assento da válvula decresce 8% e 3% para os números de Reynolds 1000 e 1500, respectivamente em relação à situação sem inclinação, e para os números de Reynolds 2000 e 2500 a força aumenta 5% e 13%, respectivamente. Utilizando inclinações maiores a força tende a crescer. Apenas para o número de Reynolds 1000 a força permanece inferior àquela obtida sem a inclinação no assento da válvula.

A partir dos valores obtidos com e sem a utilização da inclinação no assento da válvula, observa-se que a inclinação representa uma modificação bastante promissora, podendo tornar o desempenho da válvula mais eficaz.

Tabela 5.2 – Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para  $D/d = 3,0$ ;  $s/d = 0,020$  e inclinações no assento.

Inclinação	Re	PC [N]	$A_{eca}$	$A_{efa}$	$F_a$
$\alpha = 0^\circ$	1000	0,008633	0,04418	2,459	989,231
	1500	0,014201	0,05160	2,012	593,396
	2000	0,020689	0,05693	1,624	393,519
	2500	0,028167	0,06093	1,286	271,958
$\alpha = 5^\circ$	1000	0,005245	0,05693	3,730	903,497
	1500	0,008361	0,06761	3,339	573,460
	2000	0,011811	0,07571	2,995	410,327
	2500	0,015609	0,08231	2,691	311,884
$\alpha = 8,62^\circ$	1000	0,004958	0,05859	3,979	910,051
	1500	0,007861	0,06974	3,628	585,629
	2000	0,011034	0,07828	3,318	425,189
	2500	0,014535	0,08522	3,044	329,196
$\alpha = 13,63^\circ$	1000	0,004783	0,05966	4,121	909,197
	1500	0,007607	0,07070	3,784	594,385
	2000	0,010706	0,07866	3,499	444,057
	2500	0,014093	0,08526	3,232	349,170
$\alpha = 16,86^\circ$	1000	0,004654	0,05997	4,186	913,769
	1500	0,007469	0,07081	3,839	601,179
	2000	0,010597	0,07906	3,563	447,579
	2500	0,013952	0,08591	3,316	352,771
$\alpha = 32^\circ$	1000	0,004581	0,06045	4,301	924,233
	1500	0,007376	0,07125	3,978	615,308
	2000	0,010495	0,07944	3,708	461,454
	2500	0,013944	0,08595	3,481	369,988



## 5.9 Padrão do Escoamento

A fim de melhor explorar o escoamento no difusor para as diferentes inclinações no assento da válvula, foram elaboradas as figuras 5.27 a 5.50. Nestas figuras resultados de linhas de corrente, campos de pressão e perfis de velocidade são apresentados para três inclinações do assento, dois afastamentos adimensionais, quatro números de Reynolds e uma relação de diâmetros  $D/d = 3,0$ . Assim, os 24 casos explorados consideram variações geométricas de afastamento entre os discos,  $s_c/d$ , número de Reynolds,  $Re$ , e inclinação do assento,  $\alpha$ , como indicado a seguir:

- (i)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (ii)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1500$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (iii)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 2000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (iv)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 2500$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (v)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 1000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (vi)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 1500$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (vii)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 2000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (viii)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 2500$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $32^\circ$ .

### 5.9.1 Linhas de Corrente

Analisando as figuras 5.27 a 5.34, que mostram as linhas de corrente obtidas para os casos (i) a (viii) percebe-se que para a inclinação de  $5^\circ$  no assento o escoamento apresenta uma separação na entrada do difusor, formando uma região de recirculação. Esta separação surge da dificuldade do escoamento em contornar a quina na saída do orifício de passagem, em torno da qual o escoamento não consegue avançar devido à sua inércia. A região de recirculação é tanto maior quanto mais elevado for o número de Reynolds.

Para o assento sem inclinação, o afastamento menor ( $s_c/d = 0,012$ ) só apresenta a região de separação com  $Re = 2500$ ; aumentando o afastamento a região de separação já começa a surgir para  $Re = 1500$ . A ausência de separação para  $\alpha = 0^\circ$  e presença de separação para  $\alpha \neq 0^\circ$  principalmente no afastamento adimensional menor ( $s_c/d = 0,012$ ) parece inconsistente, porém isto acontece devido ao pequeno afastamento entre o assento e a palheta, onde há uma competição entre o estrangulamento e a quina na entrada da região do difusor, por exemplo, na figura 5.31 o afastamento maior estrangula menos a região do escoamento.

Para uma inclinação do assento de  $32^\circ$ , a mudança de direção no fluido que deixa o orifício de passagem e entra no difusor se torna mais suave o que evita a formação de zonas de

separação do escoamento que não são observadas para afastamento e número de Reynolds alguns.

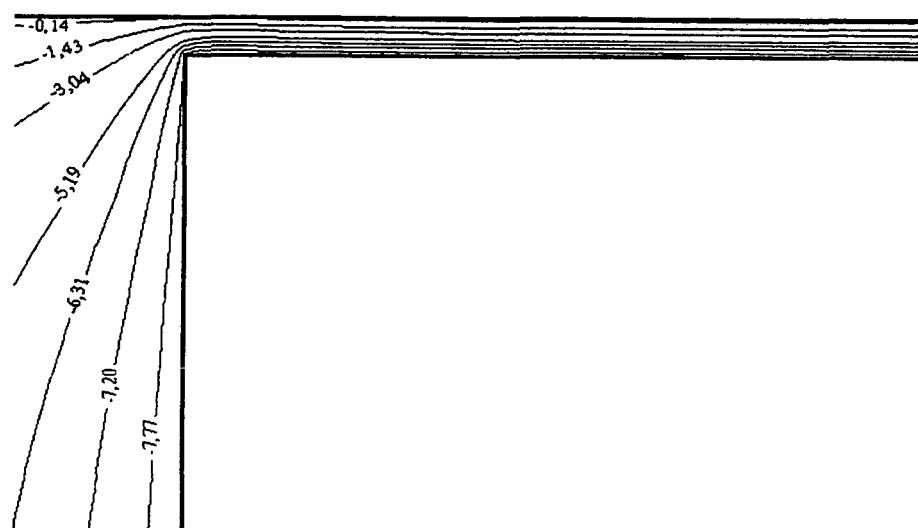
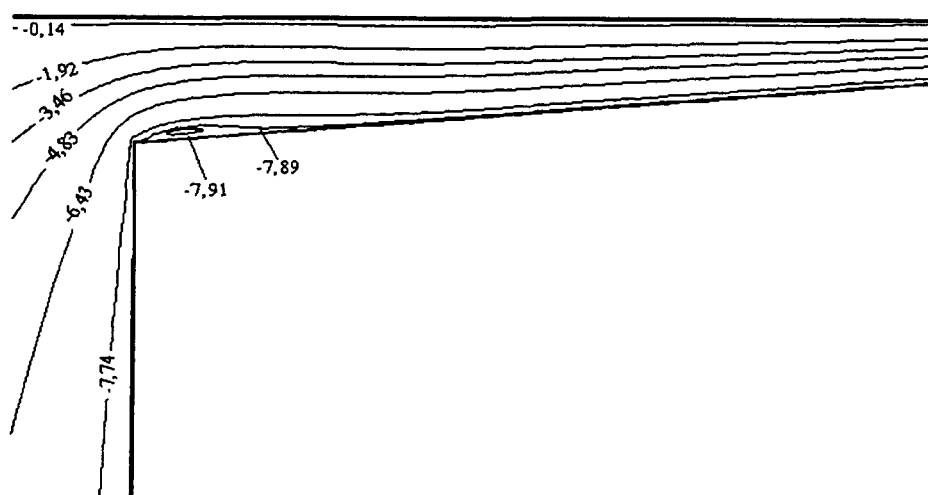
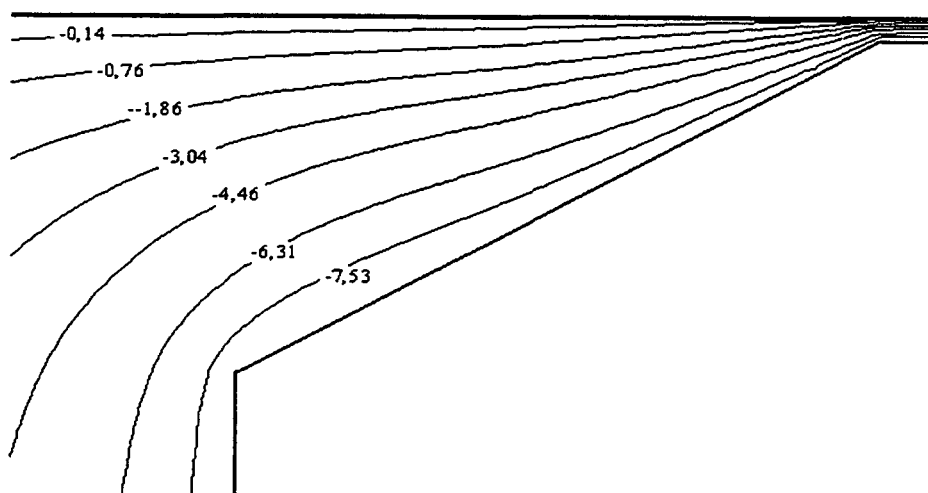
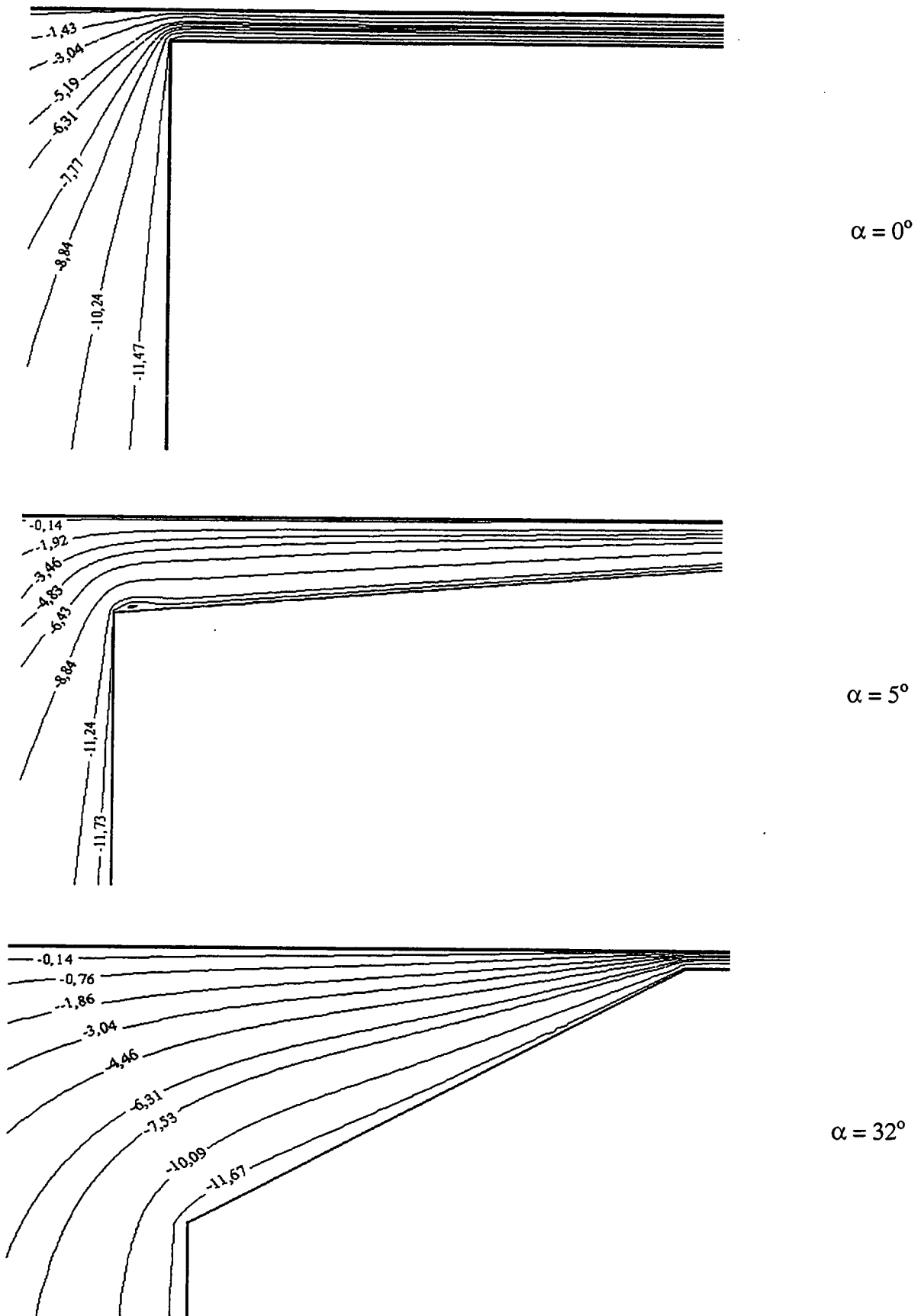
 $\alpha = 0^\circ$  $\alpha = 5^\circ$  $\alpha = 32^\circ$ 

Figura 5.27 – Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );  
 $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ .

Figura 5.28 – Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ .

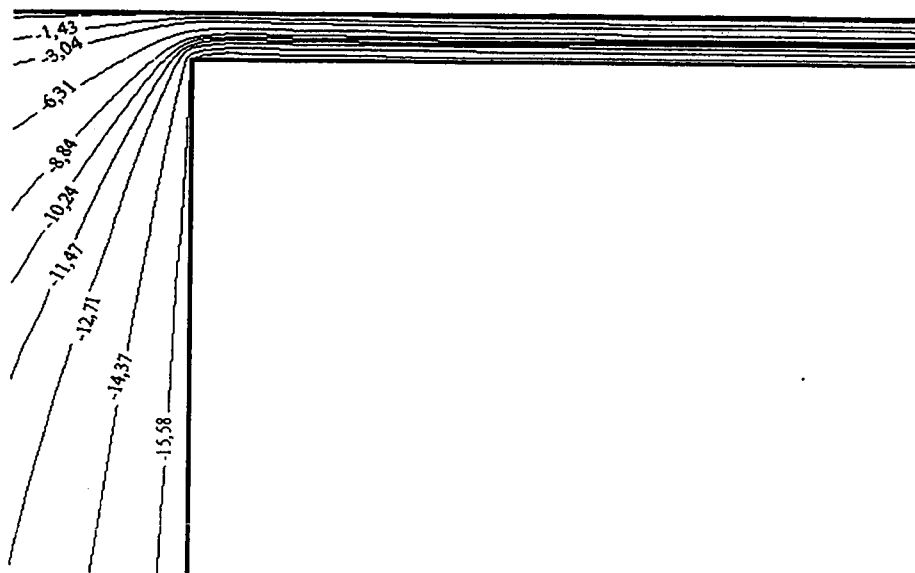
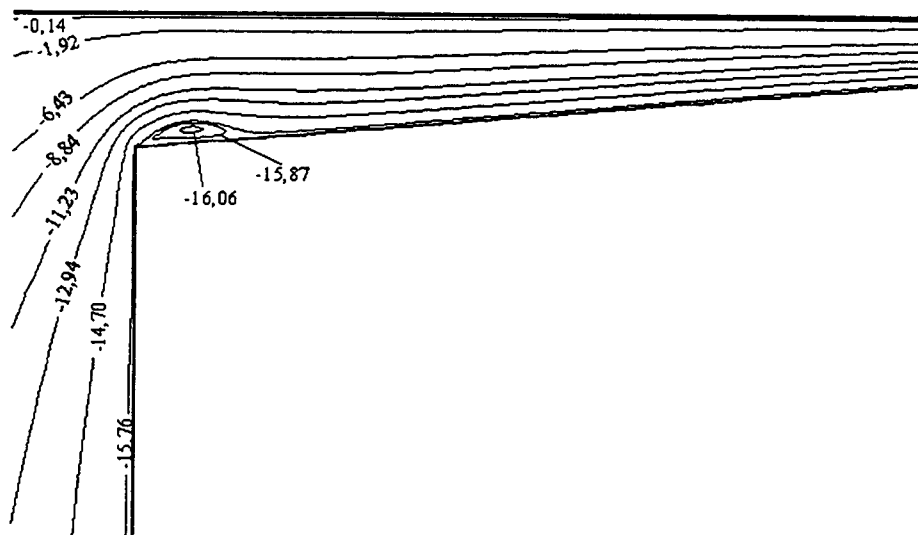
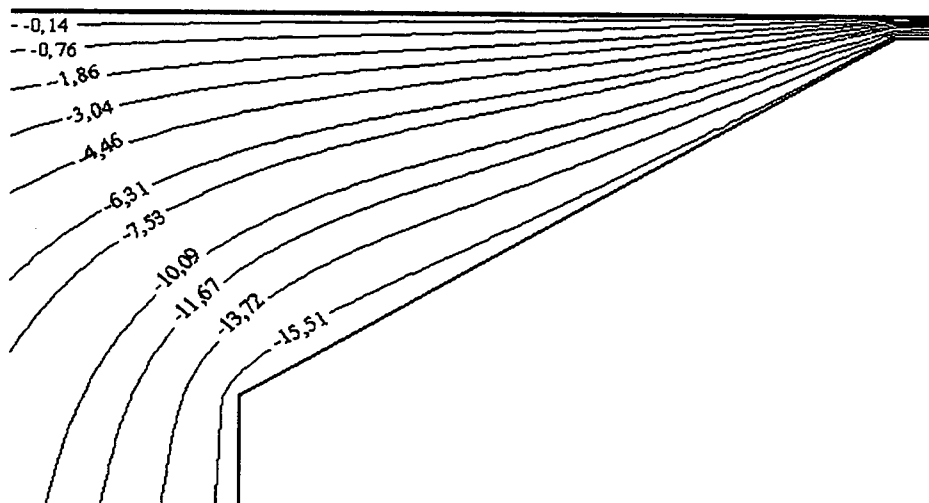
 $\alpha = 0^\circ$  $\alpha = 5^\circ$  $\alpha = 32^\circ$ 

Figura 5.29 – Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );  
 $D/d = 3,0$ ;  $s_e/d = 0,012$  e  $Re = 2000$ .

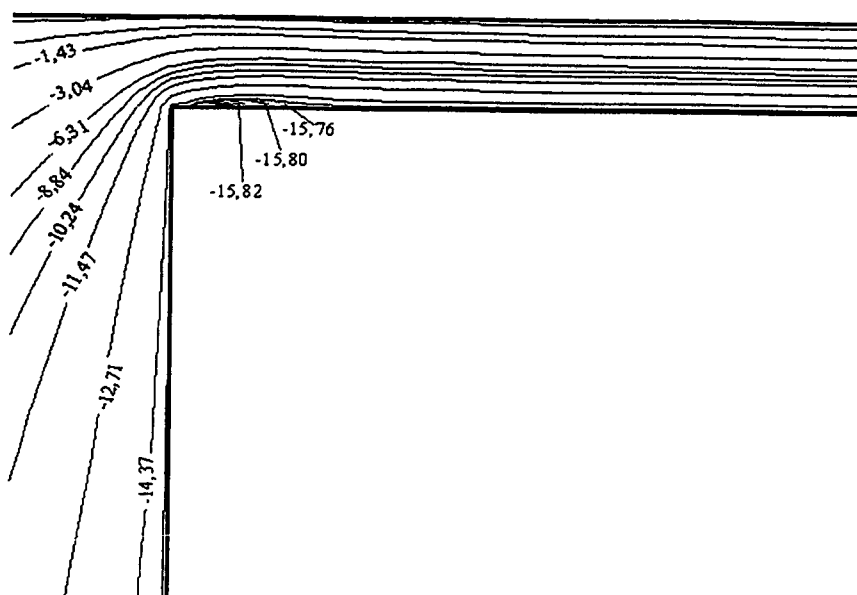
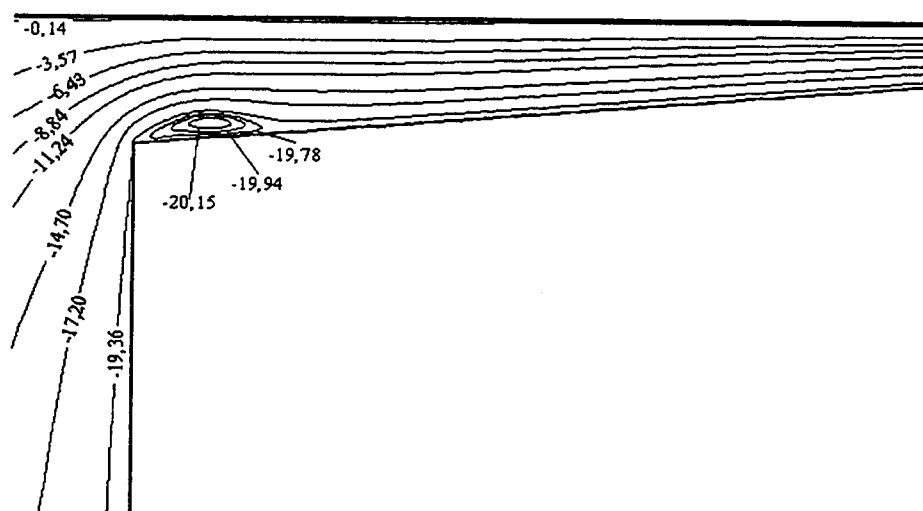
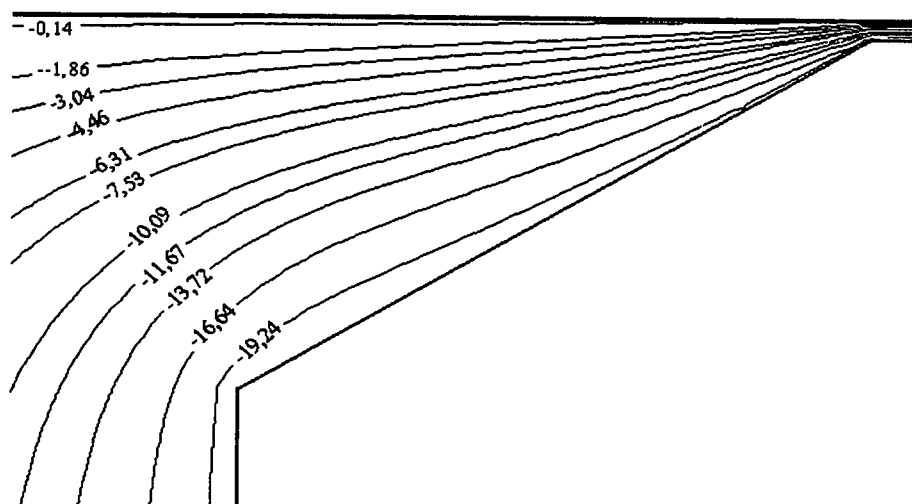
 $\alpha = 0^\circ$  $\alpha = 5^\circ$  $\alpha = 32^\circ$ 

Figura 5.30 – Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );

$D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 2500$ .

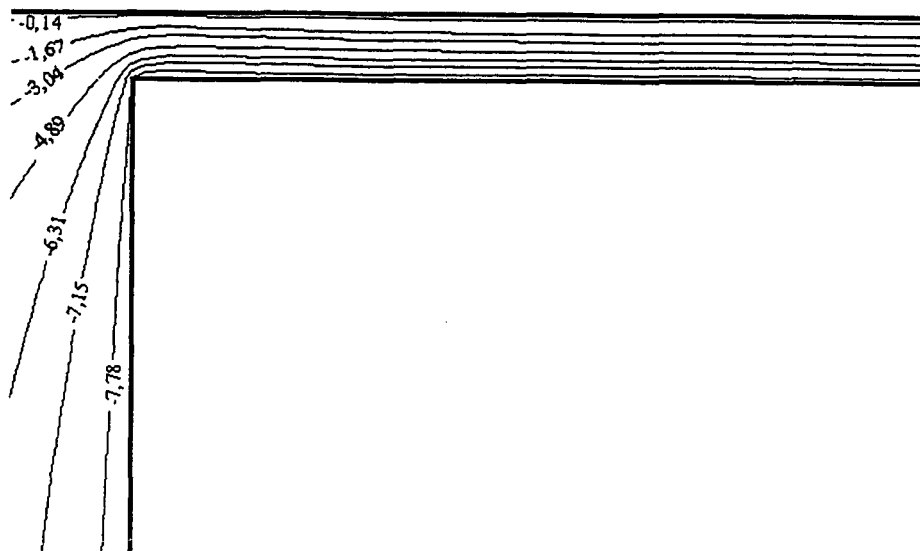
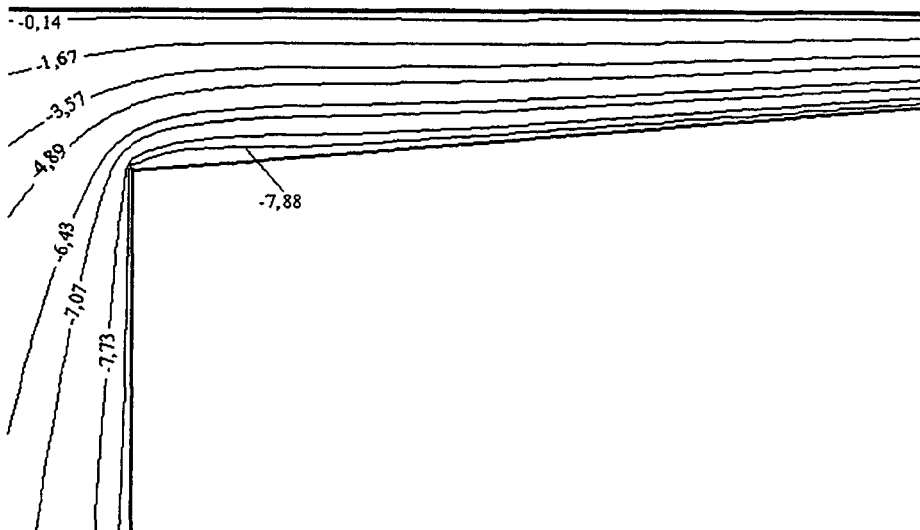
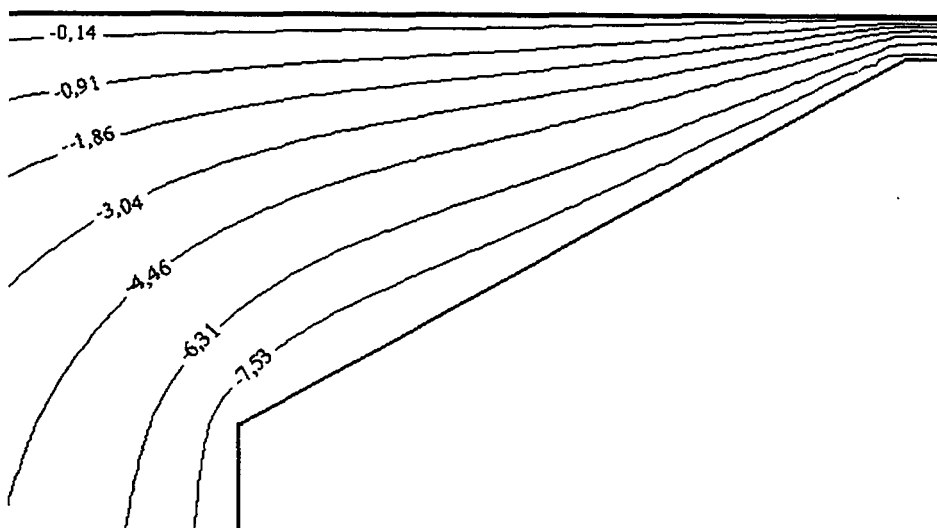
 $\alpha = 0^\circ$  $\alpha = 5^\circ$  $\alpha = 32^\circ$ 

Figura 5.31 – Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );

$D/d = 3,0$ ;  $s_0/d = 0,020$  e  $Re = 1000$ .

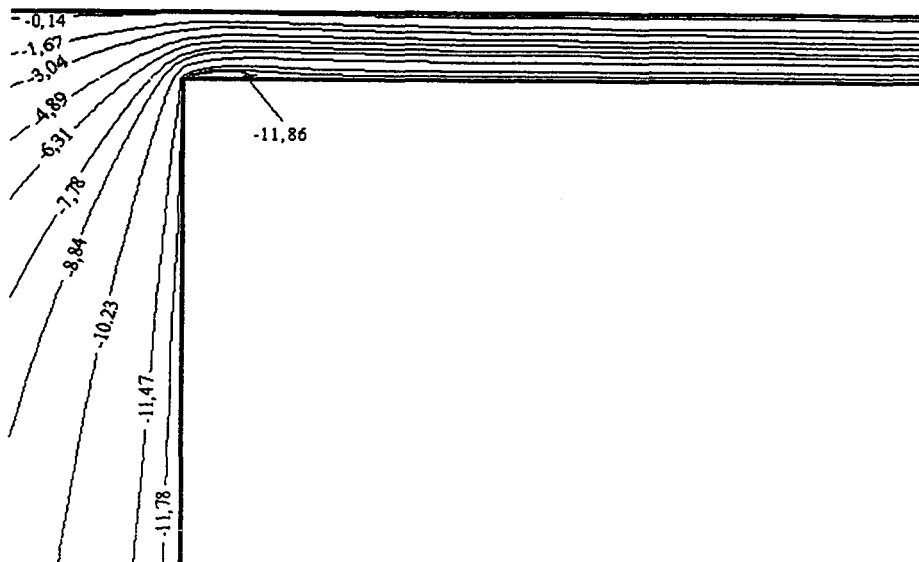
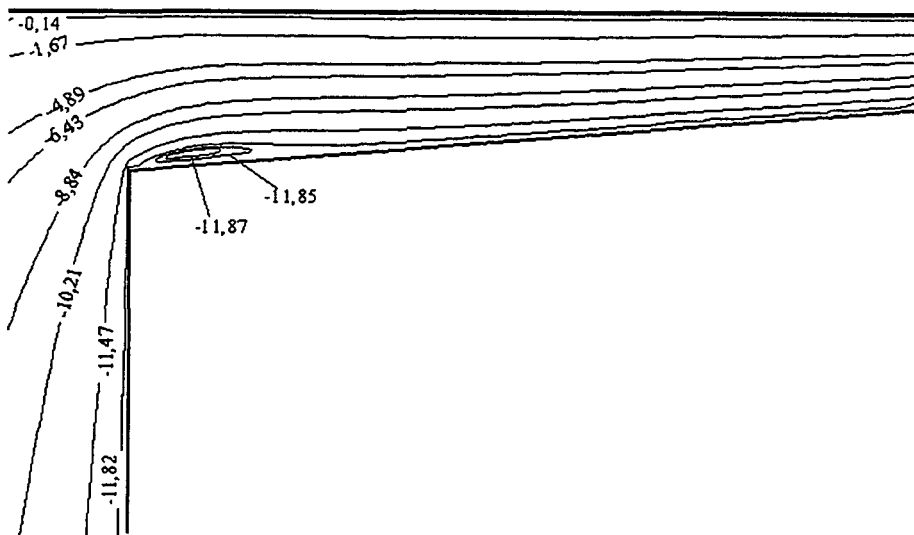
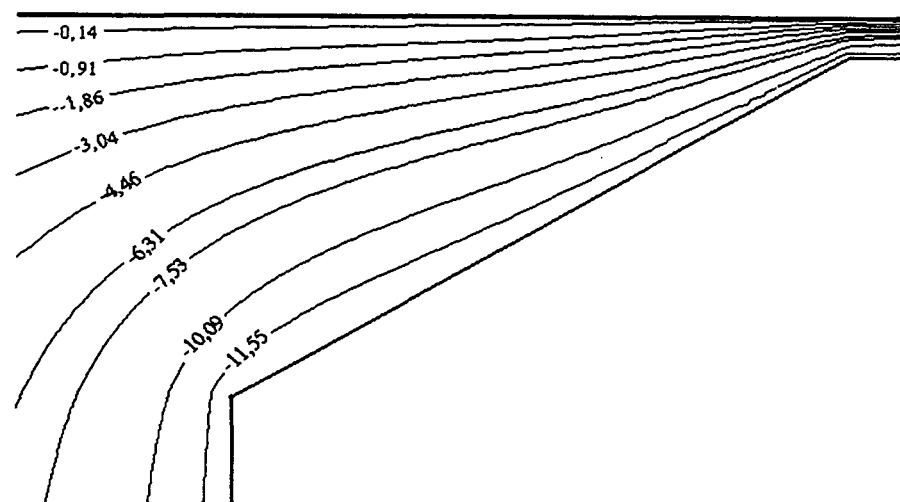
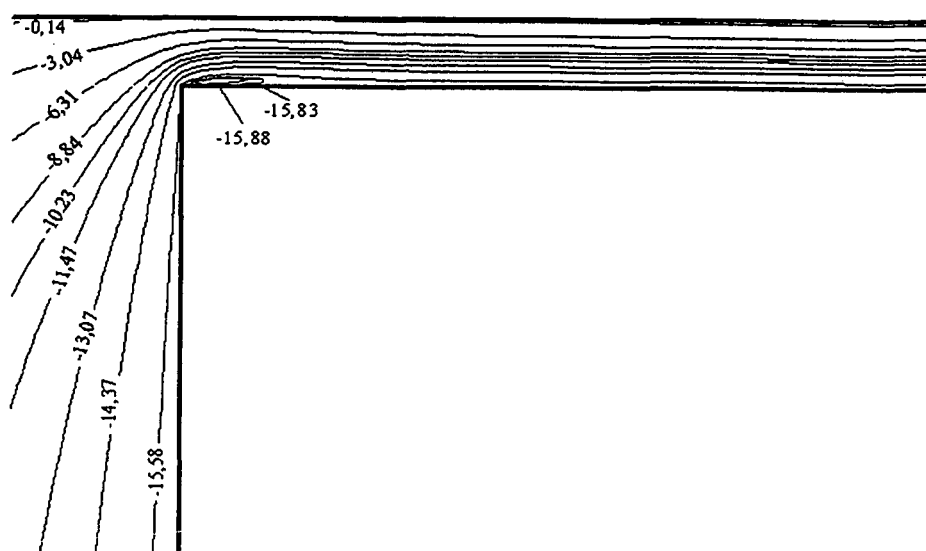
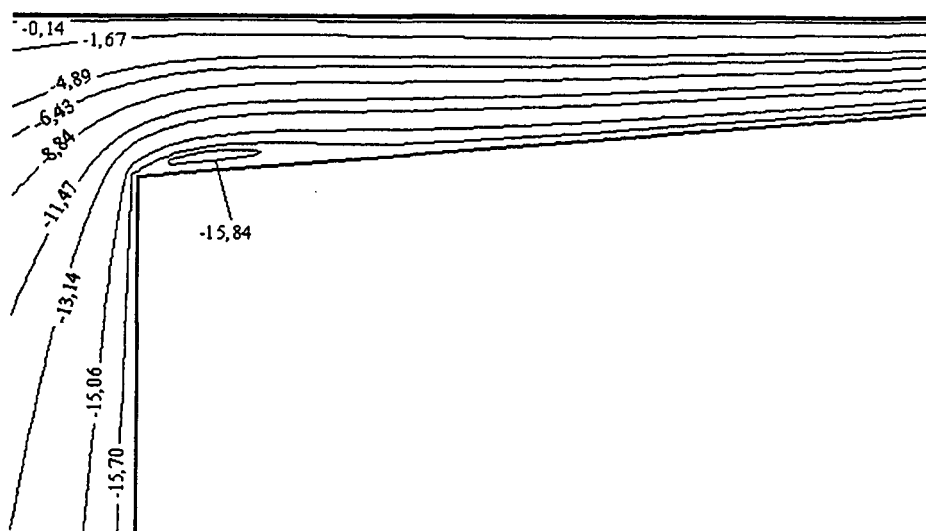
 $\alpha = 0^\circ$  $\alpha = 5^\circ$  $\alpha = 32^\circ$ 

Figura 5.32 – Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );

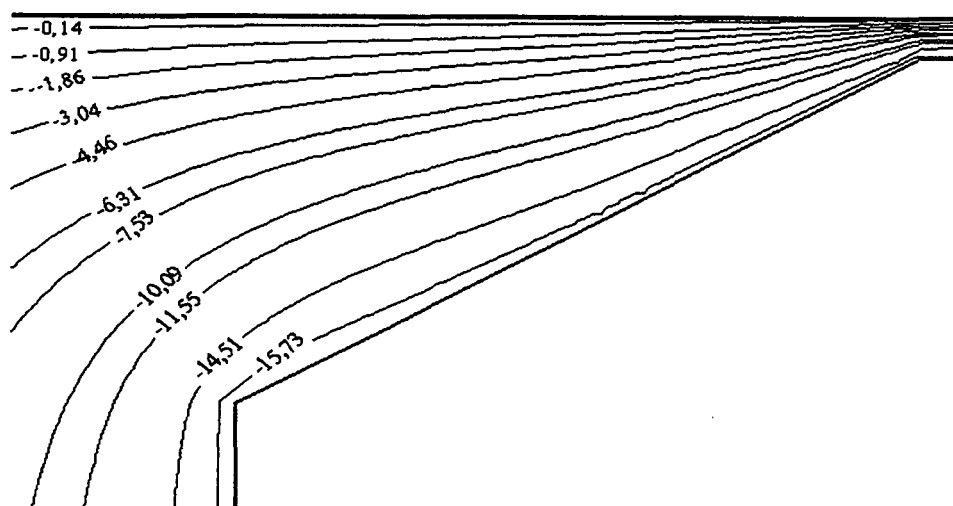
$D/d = 3,0$ ;  $s/d = 0,020$  e  $Re = 1500$ .



$\alpha = 0^\circ$



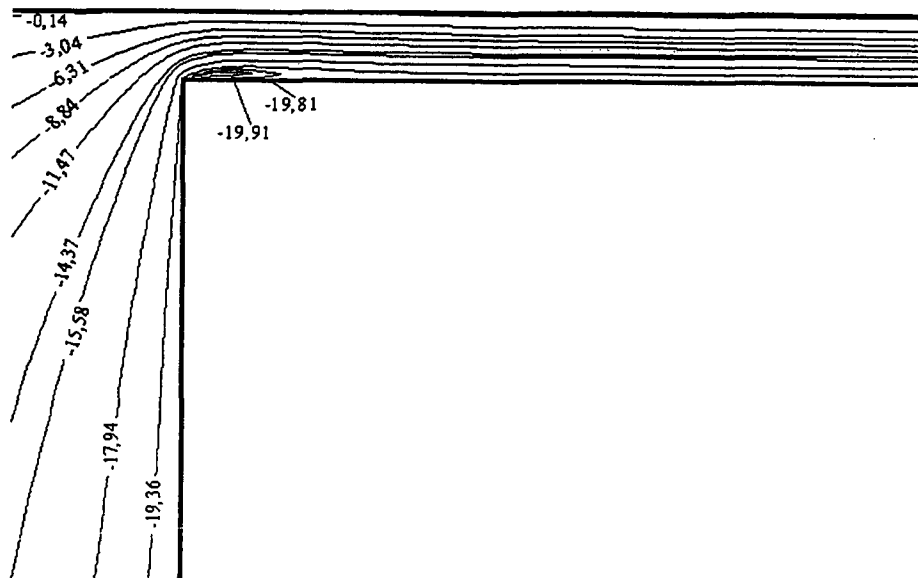
$\alpha = 5^\circ$



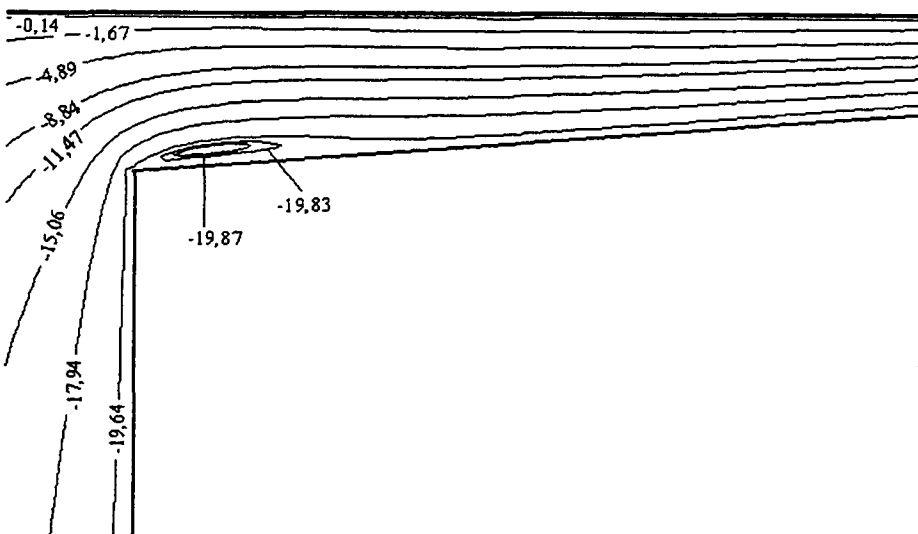
$\alpha = 32^\circ$

Figura 5.33 – Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );  
 $D/d = 3,0$ ;  $s_0/d = 0,020$  e  $Re = 2000$ .

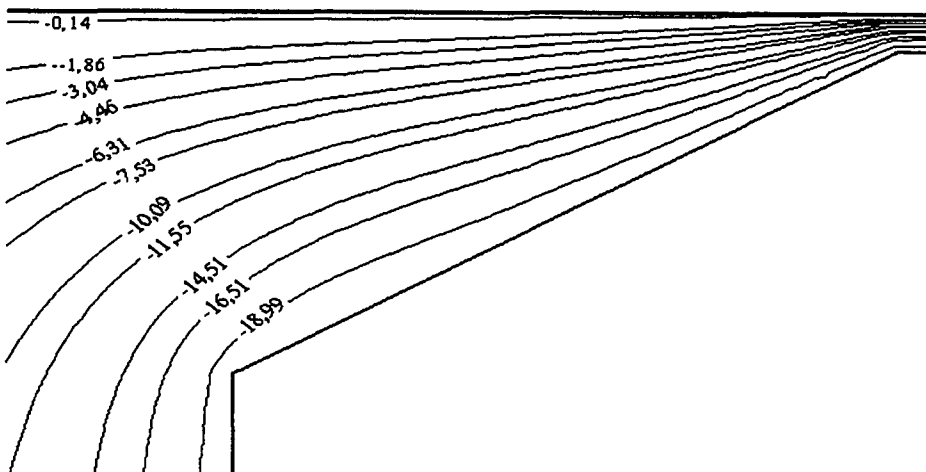




$\alpha = 0^\circ$



$\alpha = 5^\circ$



$\alpha = 32^\circ$

Figura 5.34 – Influência da inclinação do assento sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );

$D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 2500$ .

### 5.9.2 Campos de Pressão e Perfis de Velocidade

Nas figuras 5.35 a 5.42 são mostrados os campos de pressão para os casos (i) a (viii), citados previamente. Analisando os campos de pressão observa-se que na região do orifício de passagem a pressão mantém-se aproximadamente constante registrando apenas uma pequena queda do centro do orifício para a entrada do difusor.

Na entrada do difusor, logo após a região de estagnação, observa-se uma queda nos valores do campo de pressão, decorrente da mudança de direção do escoamento. O fluido que escoava axialmente é forçado a escoar radialmente, criando então uma região de recirculação se a inclinação do assento é pequena, com conseqüente aceleração e queda de pressão. A inclinação do assento diminui a aceleração e faz com que haja outra região de pressão aproximadamente constante.

Comparando-se as isobáricas com as linhas de corrente, apresentadas na seção anterior, verifica-se que para a região de escoamento com linhas de corrente paralelas, as isobáricas tendem a ser perpendiculares às linhas de corrente.

Outro aspecto a ser destacado é a concentração de isobáricas próximo a  $r/d = 0,5$ , local onde se inicia a região do difusor. Este padrão de isobáricas caracteriza as variações de pressão e velocidade associadas à dificuldade do escoamento em contornar a superfície sólida e adentrar a região do difusor.

As isobáricas apresentadas neste capítulo assim como nos demais capítulos deste documento estão na forma adimensional, conforme equação (4.9).

A influência da inclinação do assento sobre os perfis de velocidade na entrada do difusor é mostrada nas figuras 5.43 a 5.46, para o afastamento adimensional  $s_c/d = 0,012$ . Nestas figuras são destacadas as regiões do escoamento próximas do assento, e apenas as inclinações de  $5^\circ$  são exploradas. Mesmo quando a inclinação do assento é nula observa-se uma região de recirculação para alguns dos casos estudados, conforme já explorado pelas linhas de corrente. Com a inclinação do assento em  $5^\circ$ , a recirculação torna-se maior na região onde há maior espaço entre palheta e assento, permitindo que os efeitos de aceleração se manifestem de forma mais intensa.

Dos resultados analisados pode-se concluir que a influência da inclinação do assento nos campos de pressão e velocidade é bastante significativa. Uma inclinação de apenas  $5^\circ$  já é capaz de alterar substancialmente os padrões de escoamento, aumentando as áreas efetivas de escoamento e de força, diminuindo a perda de carga, e tornando assim a geometria da válvula mais eficiente.

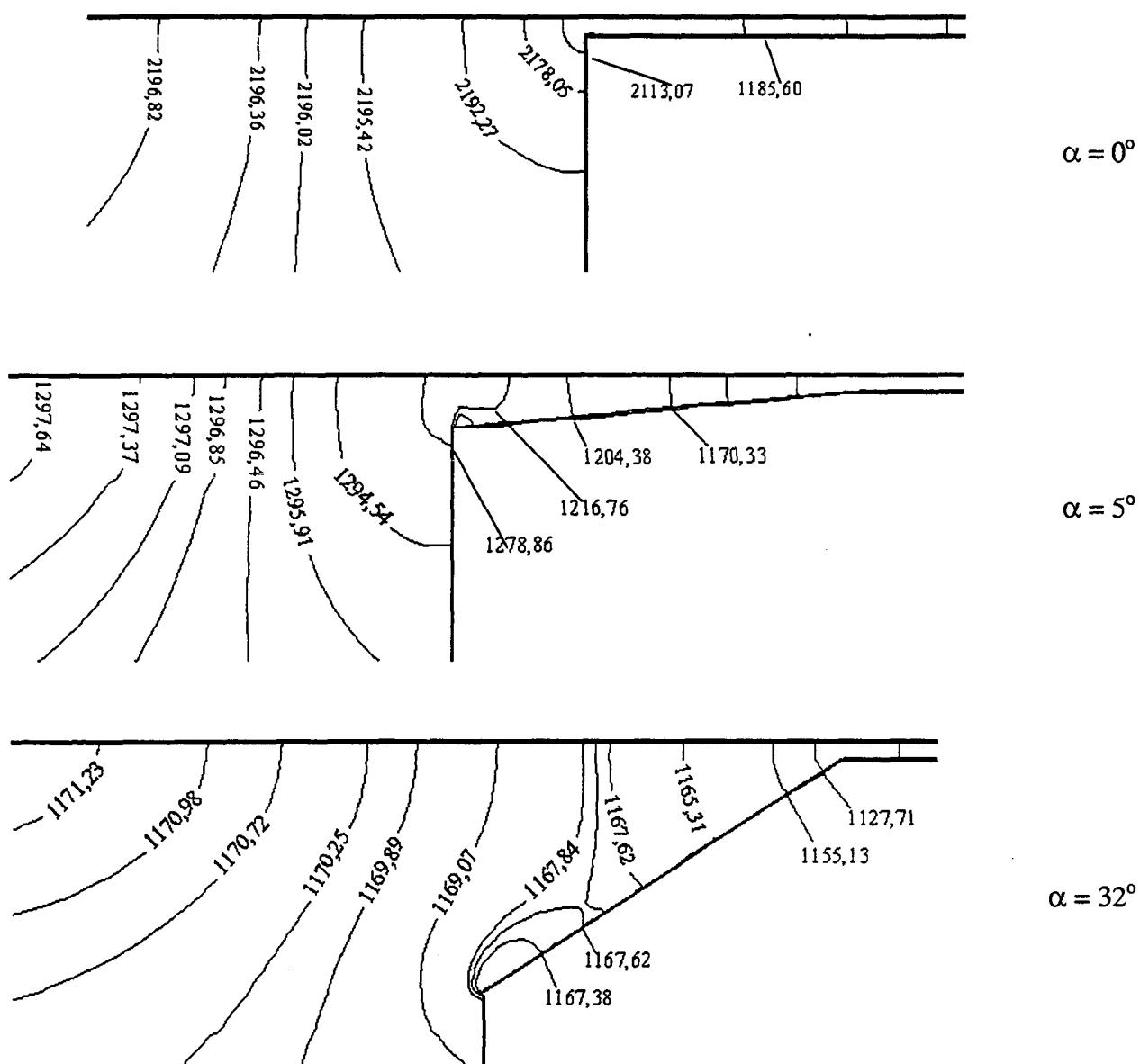


Figura 5.35 – Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional;

$D/d = 3,0$ ;  $s_0/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ .

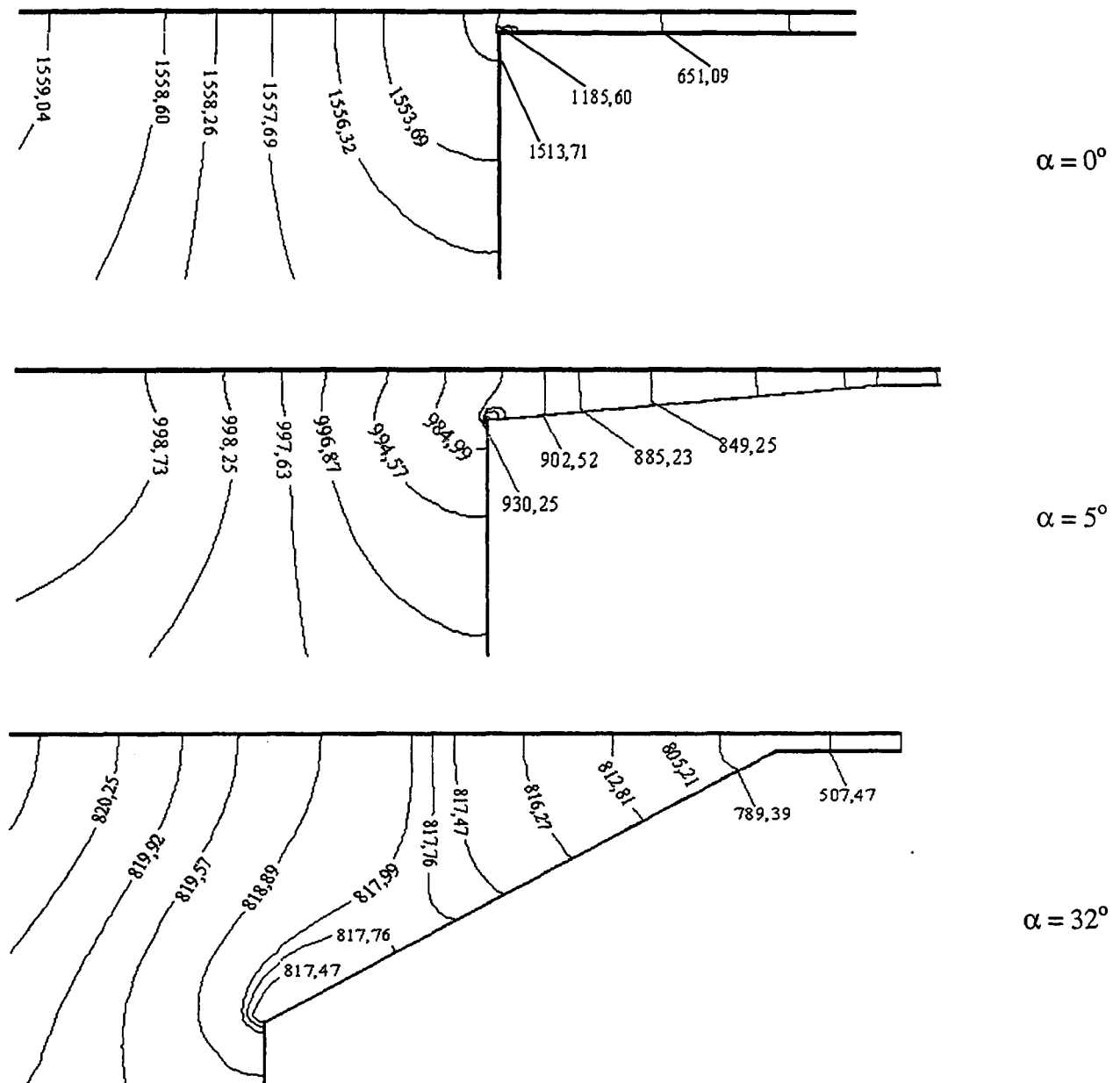


Figura 5.36 – Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional;  
 $D/d = 3,0$ ;  $s_0/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ .

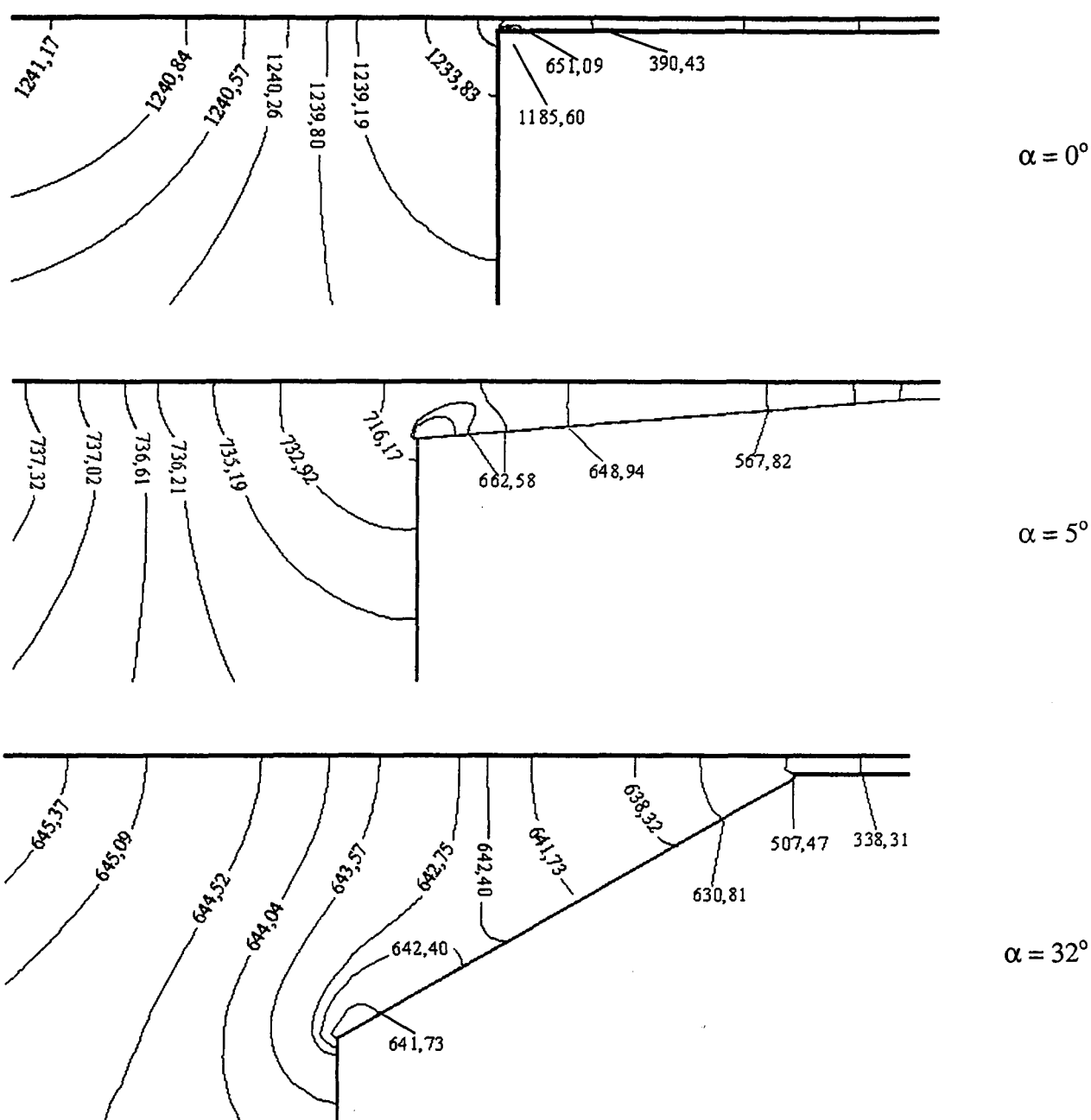


Figura 5.37 – Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional;

$D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 2000$ .

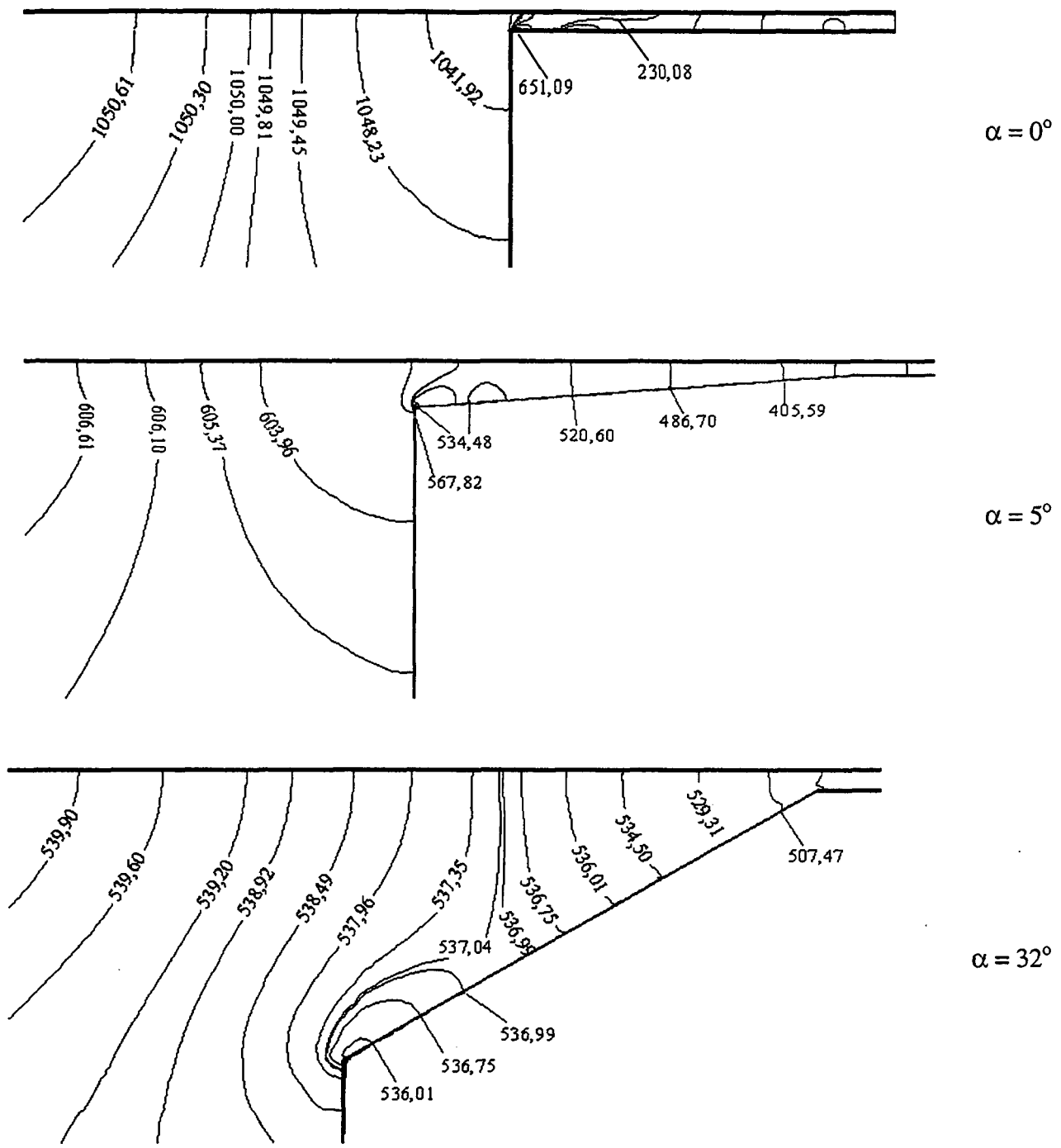


Figura 5.38 – Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional;

$D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 2500$ .

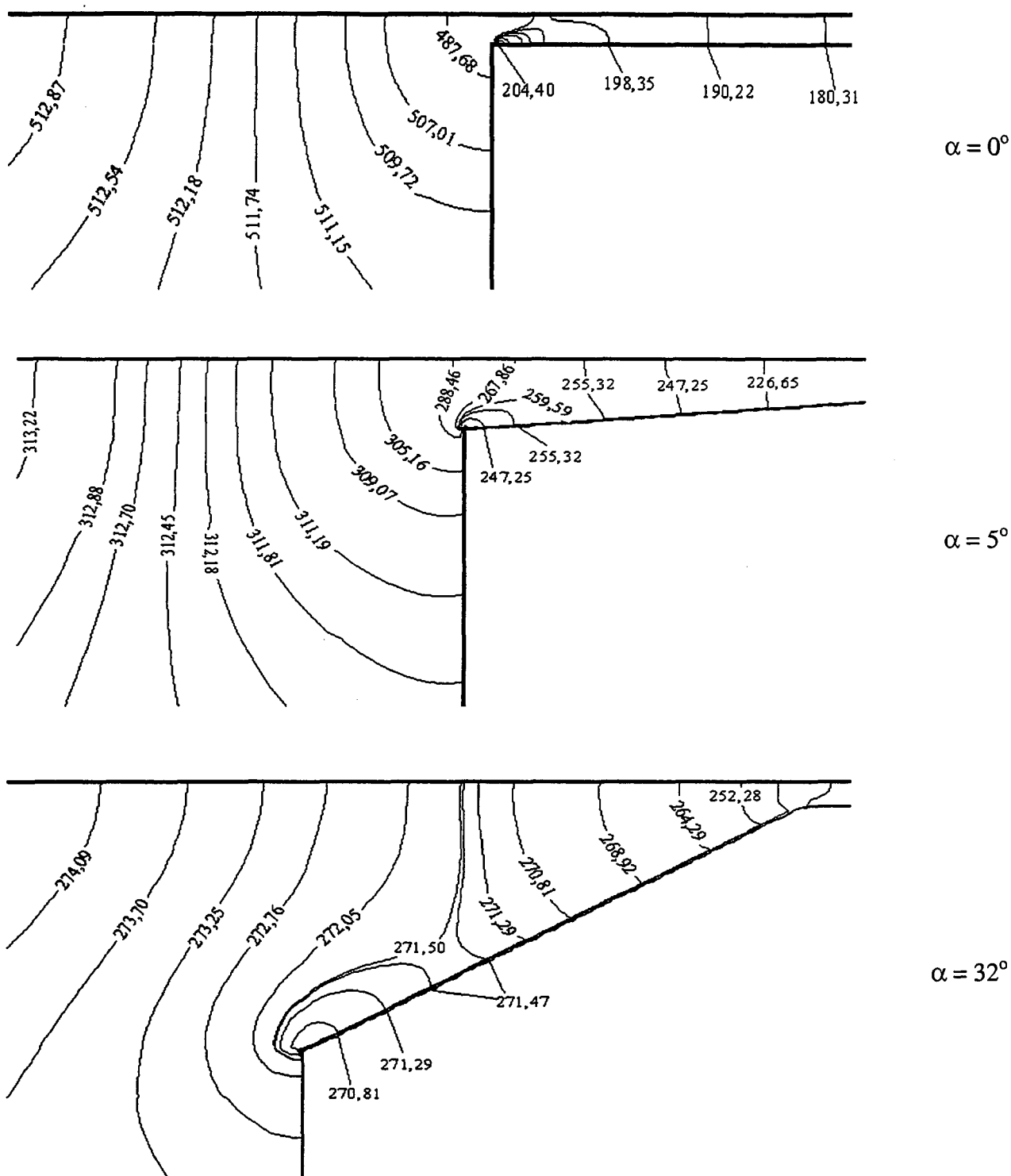


Figura 5.39 – Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional;  
 $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 1000$ .

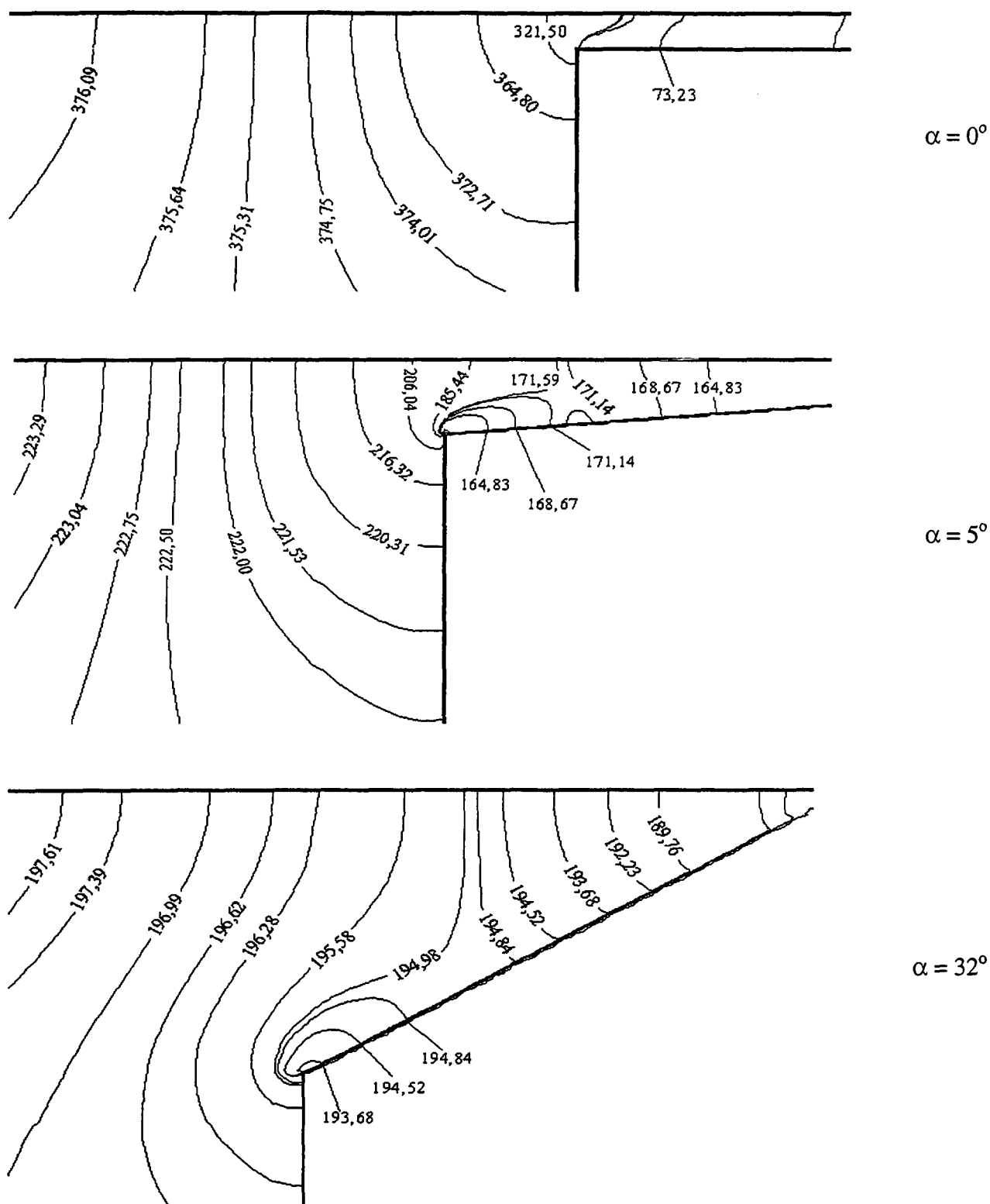


Figura 5.40 – Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional;  
 $D/d = 3,0$ ;  $s/d = 0,020$  e  $Re = 1500$ .



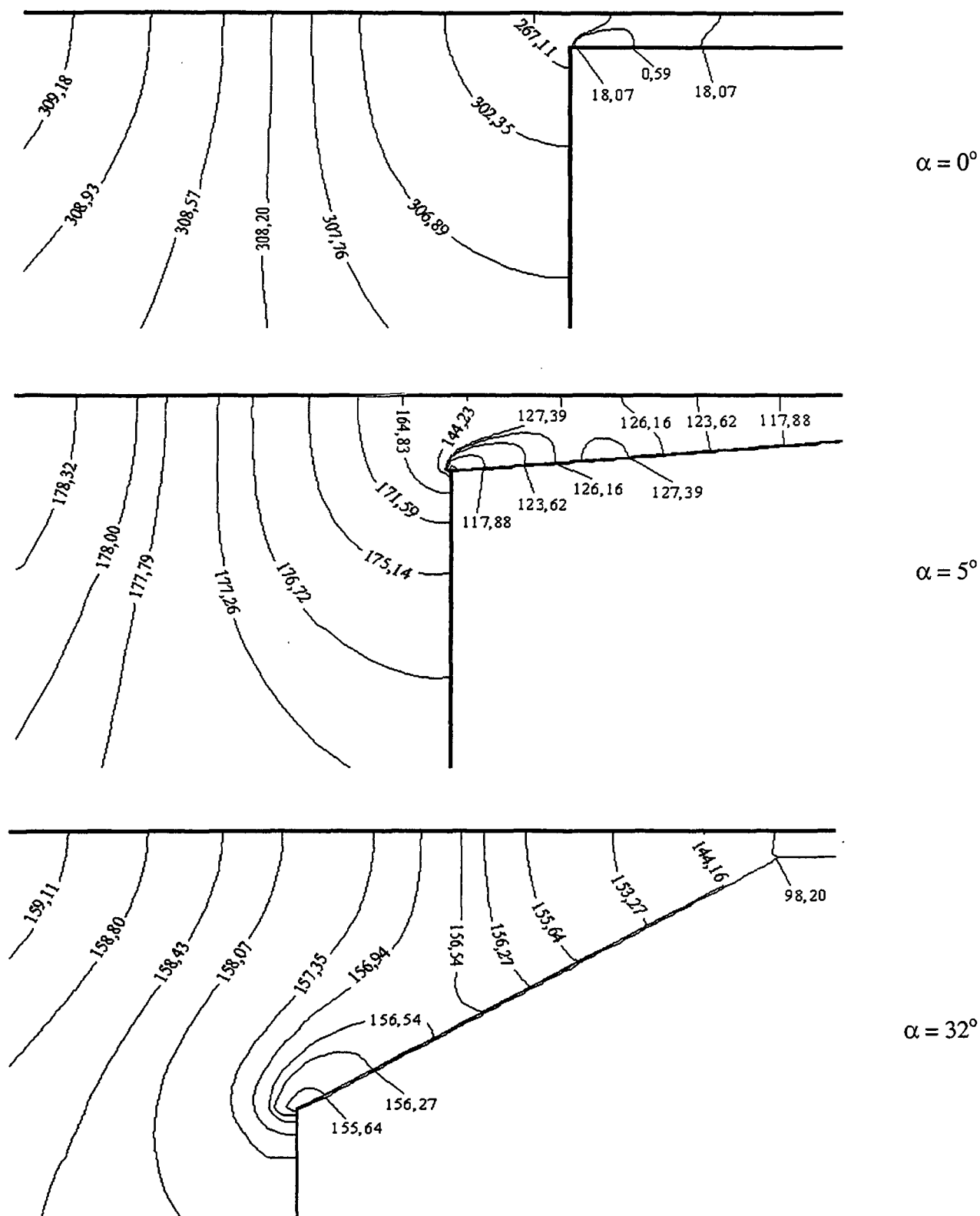


Figura 5.41 – Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional;

$D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 2000$ .

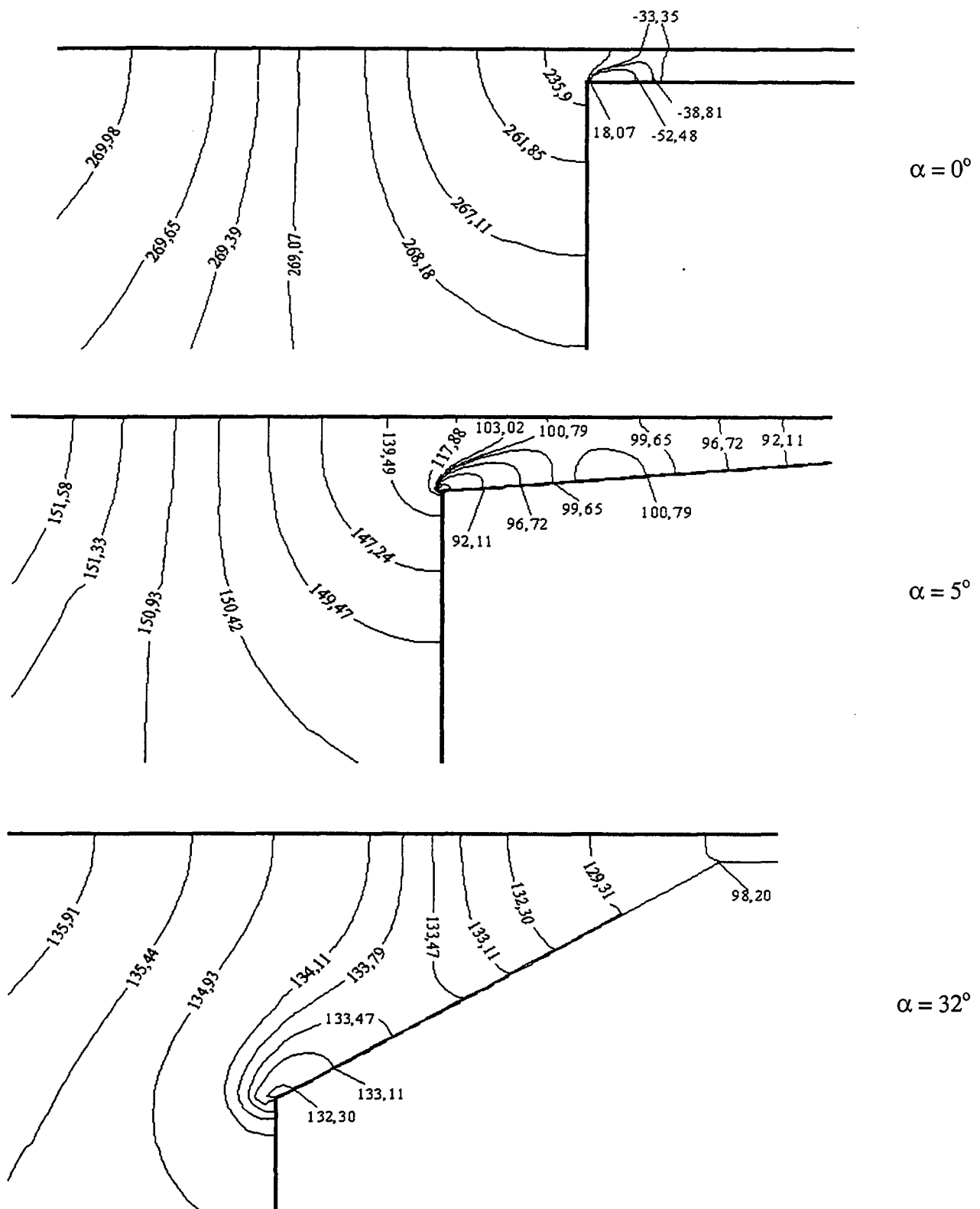


Figura 5.42 – Influência da inclinação do assento sobre o campo de pressão adimensional;

$D/d = 3,0$ ;  $s_0/d = 0,020$  e  $Re = 2500$ .

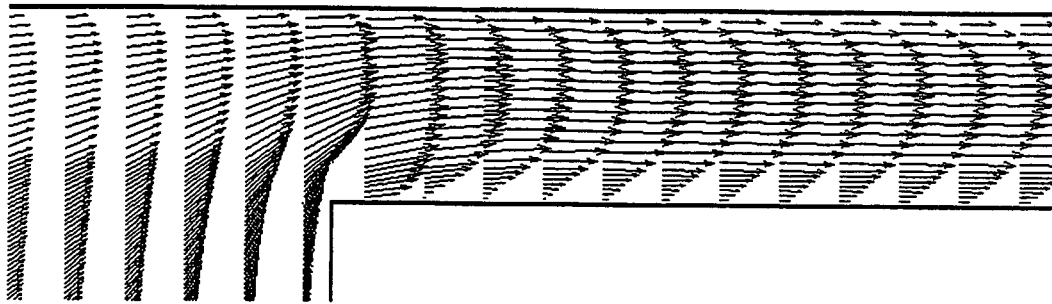
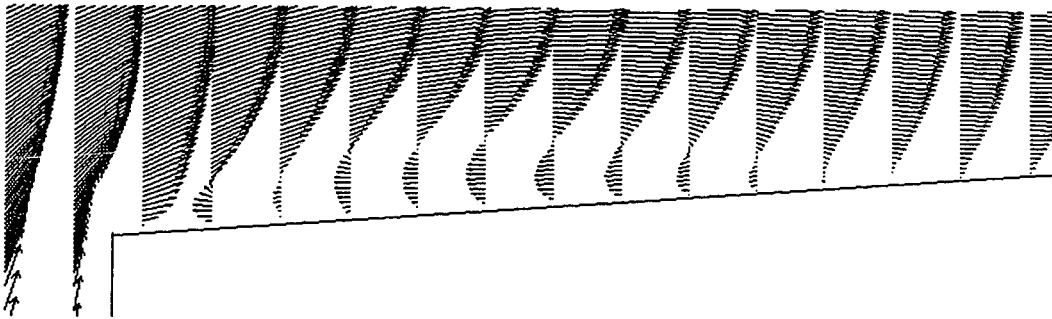
 $\alpha = 0^\circ$  $\alpha = 5^\circ$ 

Figura 5.43 – Influência da inclinação do assento sobre as velocidades;  
 $D/d = 3,0$ ;  $s_e/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ .

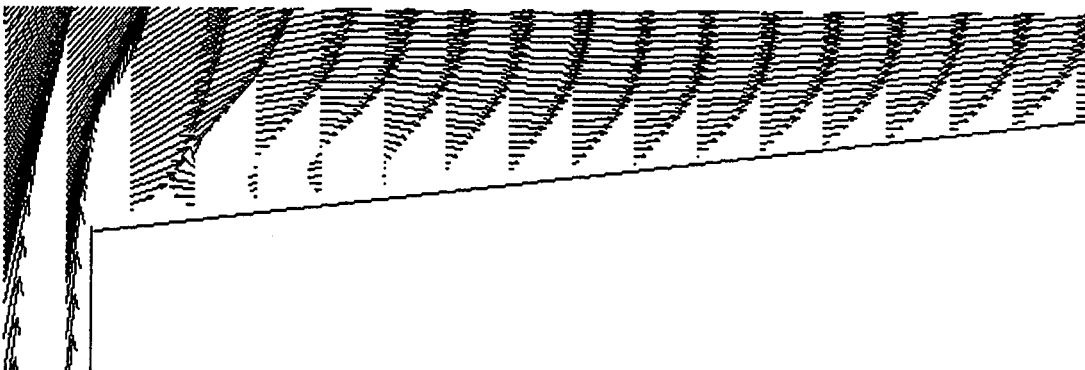
 $\alpha = 5^\circ$ 

Figura 5.44 – Influência da inclinação do assento sobre as velocidades;  
 $D/d = 3,0$ ;  $s_e/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ .

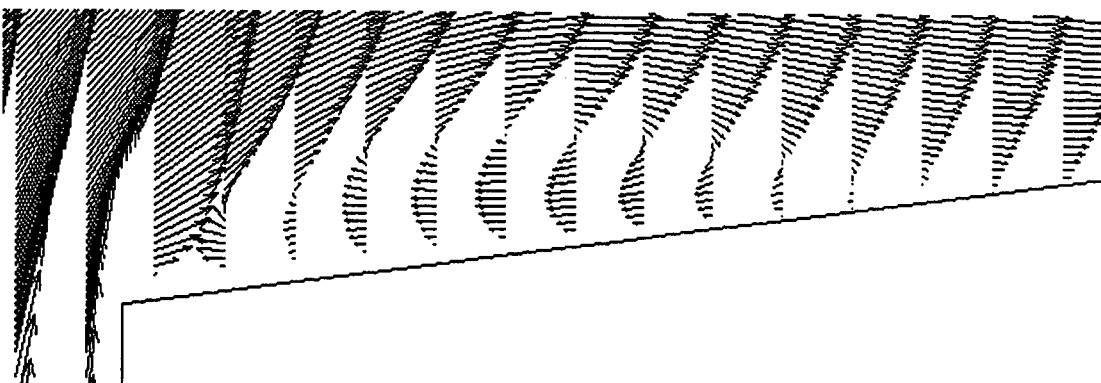
 $\alpha = 5^\circ$ 

Figura 5.45 – Influência da inclinação do assento sobre as velocidades;  
 $D/d = 3,0$ ;  $s_e/d = 0,012$  e  $Re = 2000$ .

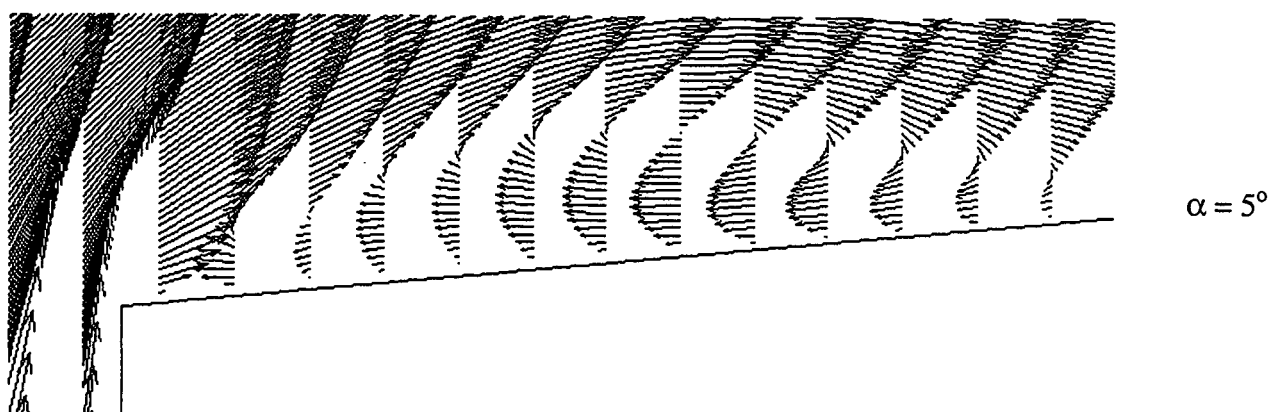


Figura 5.46 – Influência da inclinação do assento sobre as velocidades;

$D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 2500$ .

### Escoamento através do Difusor com Raio de Arredondamento no Assento

#### 6.1 Introdução

Inserido no contexto da busca do aprimoramento no projeto de válvulas, neste capítulo investiga-se os efeitos do raio de arredondamento do assento na saída do orifício de passagem, sobre as áreas efetivas de escoamento e de força, perda de carga, e força. Como no capítulo anterior, será utilizada uma palheta circular paralela e fixa.

Em cada situação investigada são apresentados resultados numéricos da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta, das linhas de corrente e dos campos de pressão. Estas propriedades são ilustradas na região de entrada do difusor, devido à sua importância no padrão do escoamento. Os estudos numéricos são realizados com raio de arredondamento entre 5 e 9 mm, afastamentos adimensionais 0,012 e 0,020 e números de Reynolds,  $Re$ , entre 1000 e 2500.

Na figura 6.1 é apresentada a geometria da válvula formada por um assento com raio de arredondamento na saída do orifício de passagem, denominado  $r$ . O escoamento em regime laminar, através desta geometria com palheta paralela em relação ao assento, é resolvido numericamente no presente capítulo.

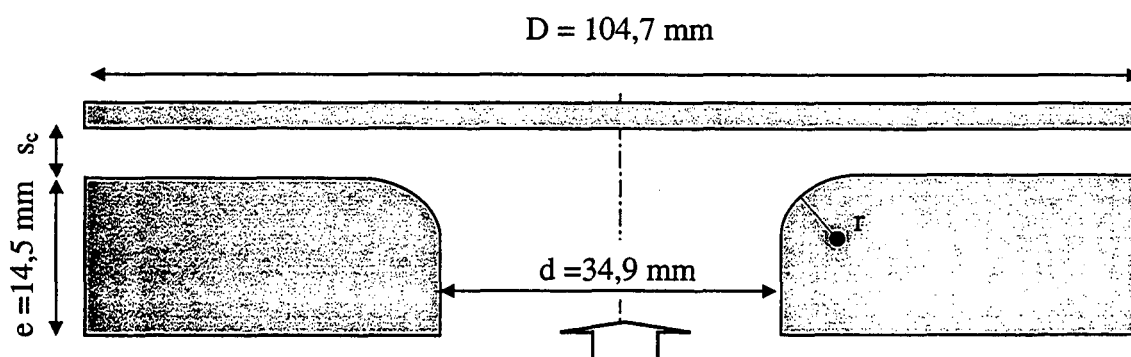


Figura 6.1 – Geometria da válvula com raio de arredondamento no assento.

São testados quatro raios de arredondamento na saída do orifício de passagem da válvula, conforme ilustrado na figura 6.2.

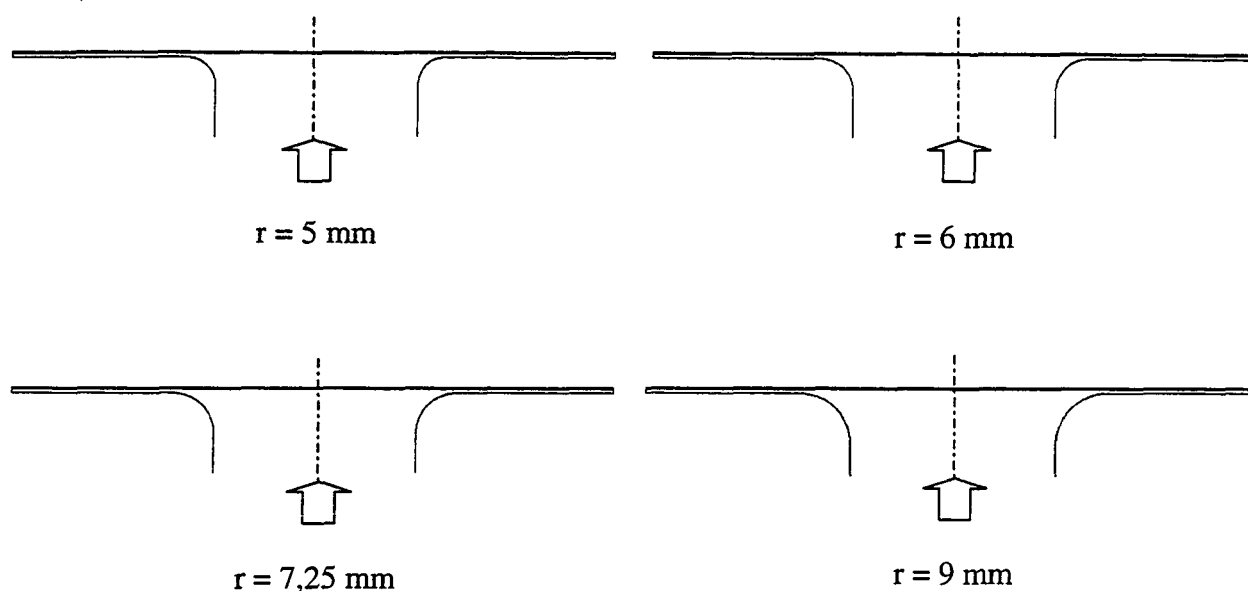
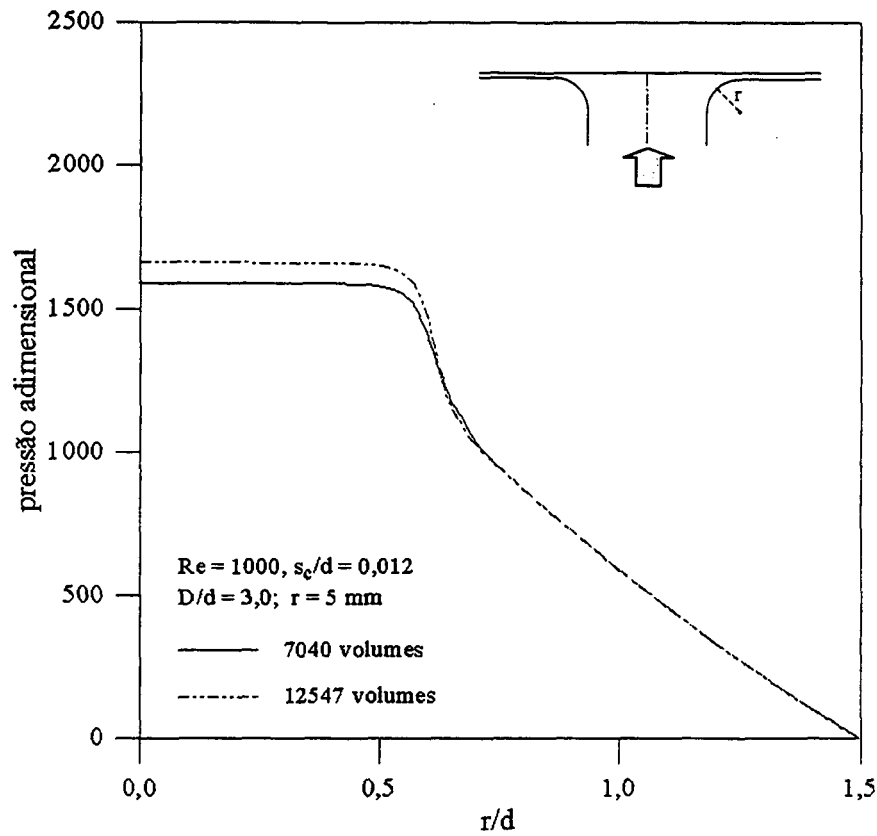
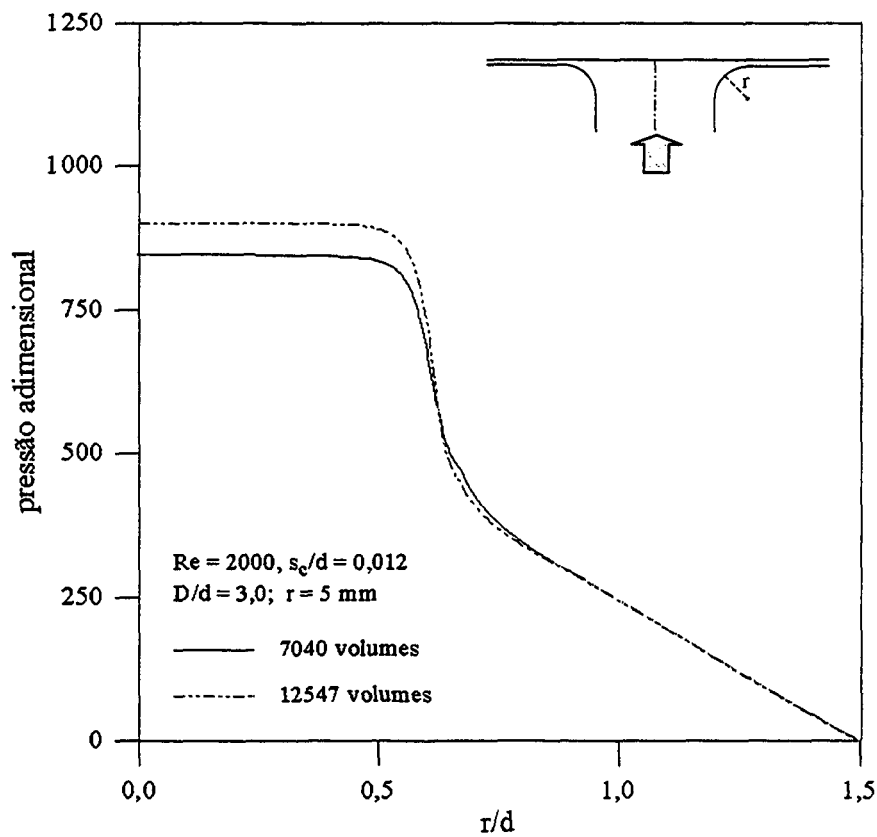


Figura 6.2 – Geometria do difusor para os diferentes raios de arredondamento no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s/d = 0,012$ .

## 6.2 Perfil Radial de Pressão sobre a Palheta

Nesta seção o refino de malha é explorado brevemente em duas malhas computacionais diferentes. Nota-se nas figuras 6.3 e 6.4 que independente do número de Reynolds utilizado os resultados obtidos por ambas as malhas são diferentes indicando que um refino maior deve ser feito até a malha computacional não interferir na solução numérica, ou seja, não alterá-la. Quando este refino de malha foi feito os dados deste capítulo já haviam sido coletados e os mesmos são apresentados para a malha mais grosseira assim, para próximos estudos aconselha-se utilizar uma malha mais refinada para analisar a influência do raio de arredondamento na região da válvula nas variáveis do escoamento.

Figura 6.3 – Análise do refino de malha para  $Re = 1000$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $r = 5$  mm.Figura 6.4 – Análise do refino de malha para  $Re = 2000$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $r = 5$  mm.

Os resultados numéricos foram explorados para 40 casos classificados pelo número de Reynolds e os seguintes afastamentos adimensionais:

- (i)  $s/d = 0,012$ ;  $Re = 1000$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (ii)  $s/d = 0,012$ ;  $Re = 1500$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (iii)  $s/d = 0,012$ ;  $Re = 2000$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (iv)  $s/d = 0,012$ ;  $Re = 2500$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (v)  $s/d = 0,020$ ;  $Re = 1000$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (vi)  $s/d = 0,020$ ;  $Re = 1500$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (vii)  $s/d = 0,020$ ;  $Re = 2000$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (viii)  $s/d = 0,020$ ;  $Re = 2500$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm.

A distribuição do perfil de pressão ao longo da palheta, considerando os 40 casos citados anteriormente, pode ser visualizada nas figuras 6.5 a 6.12. Observa-se nas figuras 6.5 a 6.12 que o raio de arredondamento na saída do orifício de passagem suaviza os gradientes de pressão na saída do orifício e entrada da região do difusor, onde o escoamento muda de direção. Semelhante aos resultados obtidos na geometria com inclinação do assento, não se observa a presença de pressões adimensionais negativas na palheta. As razões associadas a esta transição mais suave do escoamento axial para o escoamento radial, são as mesmas daquelas apontadas no capítulo anterior onde, em vez do arredondamento, colocou-se um chanfro no assento.

Nota-se também que o perfil de pressão com raio de arredondamento no assento não apresenta uma segunda região de estagnação, como ocorreu com a presença da inclinação no assento (figuras 5.11 a 5.18). Tanto o arredondamento como a inclinação do assento fazem com que o fluido entre no difusor de uma forma mais fácil. Observa-se, no entanto, que o arredondamento atua de uma forma mais efetiva suavizando o gradiente de pressão.

O raio de arredondamento do assento na saída do orifício de passagem influencia drasticamente o perfil de pressão. Quanto maior o raio de arredondamento menor os valores obtidos para a pressão, bem como mais suave é o decréscimo da pressão.



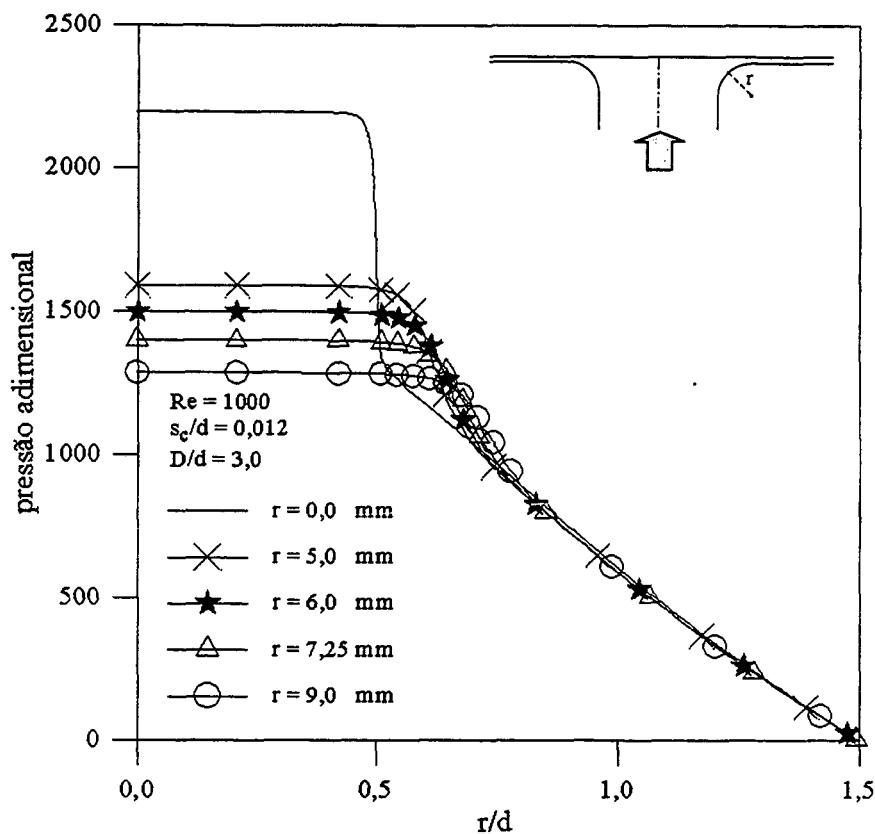


Figura 6.5 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes raios de arredondamento no assento,  $Re = 1000$  e  $s_c/d = 0,012$ .

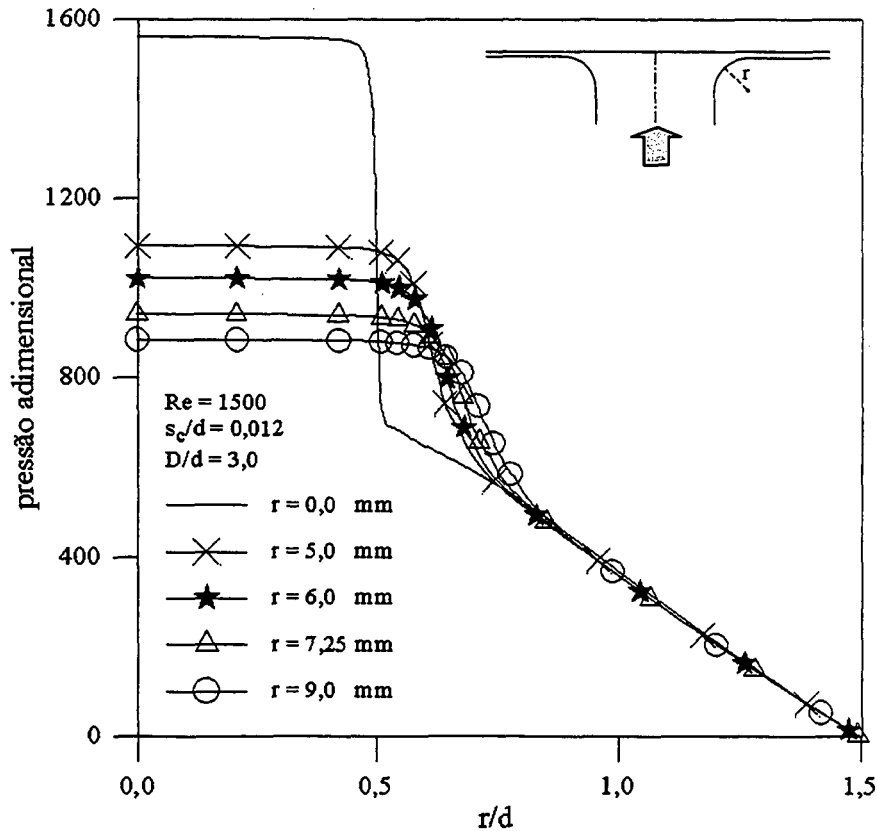


Figura 6.6 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes raios de arredondamento no assento,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,012$ .

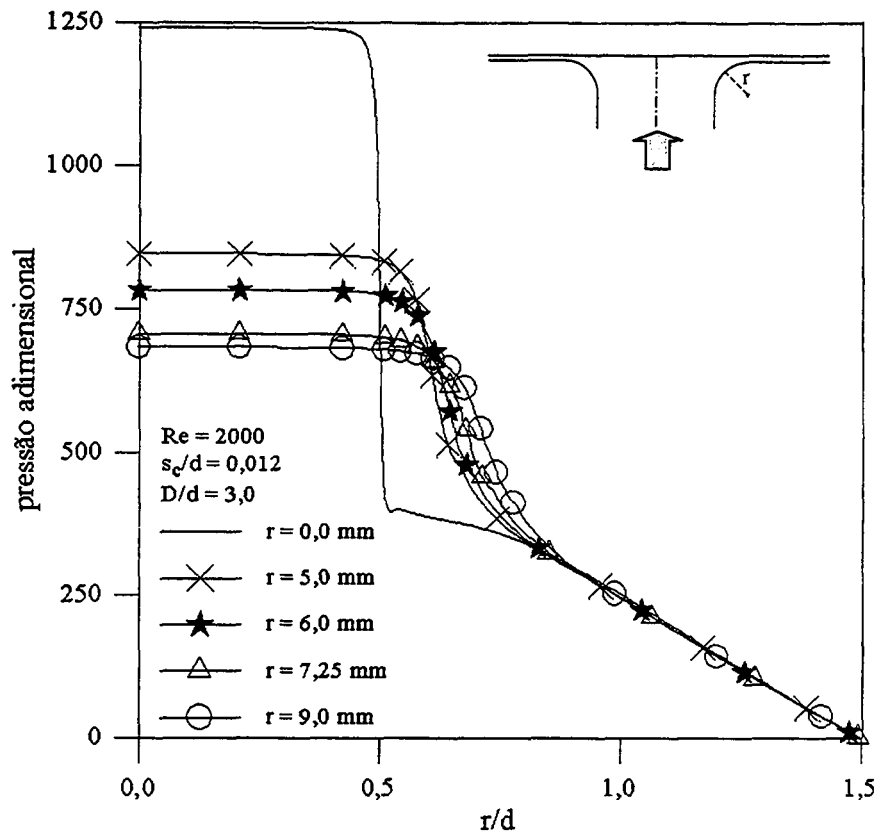


Figura 6.7 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes raios de arredondamento no assento,  $Re = 2000$  e  $s_c/d = 0,012$ .

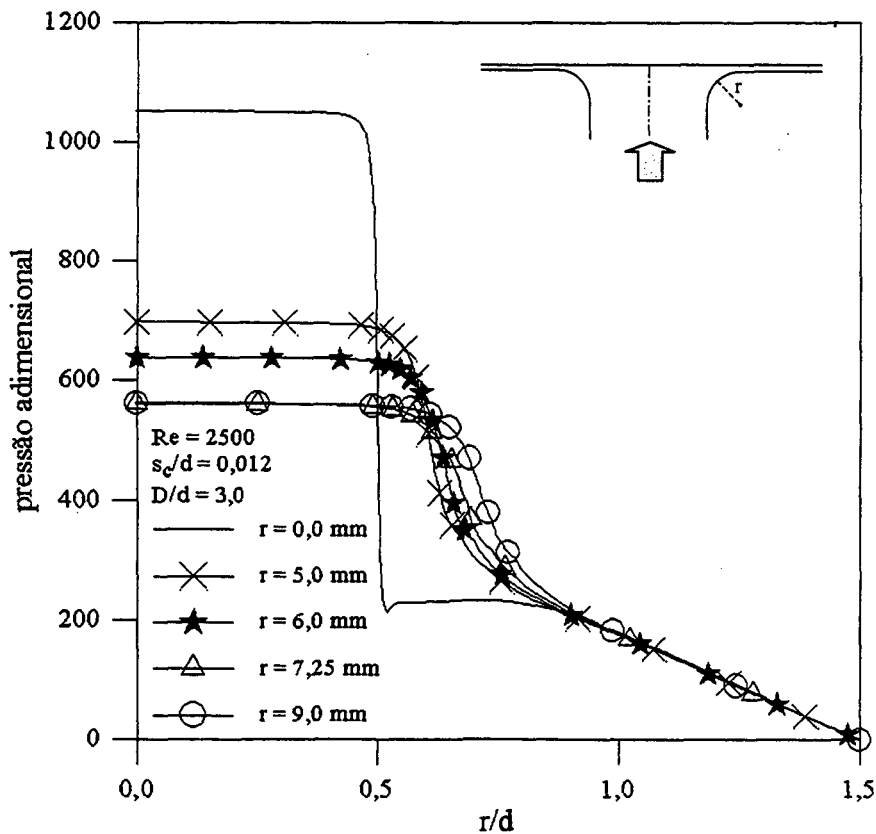


Figura 6.8 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes raios de arredondamento no assento,  $Re = 2500$  e  $s_c/d = 0,012$ .

### Escoamento através do Difusor com Raio de Arredondamento no Assento

#### 6.1 Introdução

Inserido no contexto da busca do aprimoramento no projeto de válvulas, neste capítulo investiga-se os efeitos do raio de arredondamento do assento na saída do orifício de passagem, sobre as áreas efetivas de escoamento e de força, perda de carga, e força. Como no capítulo anterior, será utilizada uma palheta circular paralela e fixa.

Em cada situação investigada são apresentados resultados numéricos da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta, das linhas de corrente e dos campos de pressão. Estas propriedades são ilustradas na região de entrada do difusor, devido à sua importância no padrão do escoamento. Os estudos numéricos são realizados com raio de arredondamento entre 5 e 9 mm, afastamentos adimensionais 0,012 e 0,020 e números de Reynolds,  $Re$ , entre 1000 e 2500.

Na figura 6.1 é apresentada a geometria da válvula formada por um assento com raio de arredondamento na saída do orifício de passagem, denominado  $r$ . O escoamento em regime laminar, através desta geometria com palheta paralela em relação ao assento, é resolvido numericamente no presente capítulo.

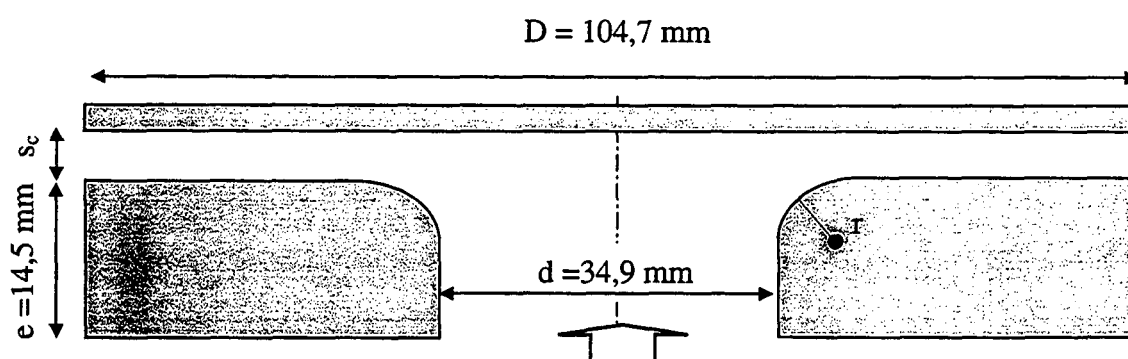


Figura 6.1 – Geometria da válvula com raio de arredondamento no assento.

São testados quatro raios de arredondamento na saída do orifício de passagem da válvula, conforme ilustrado na figura 6.2.

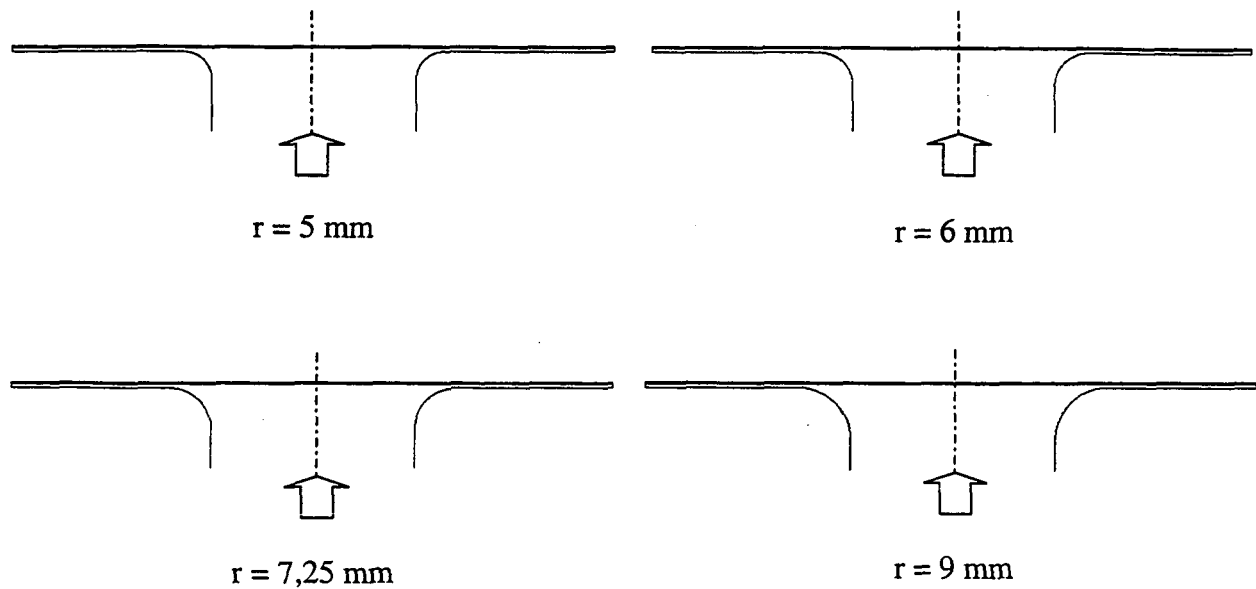
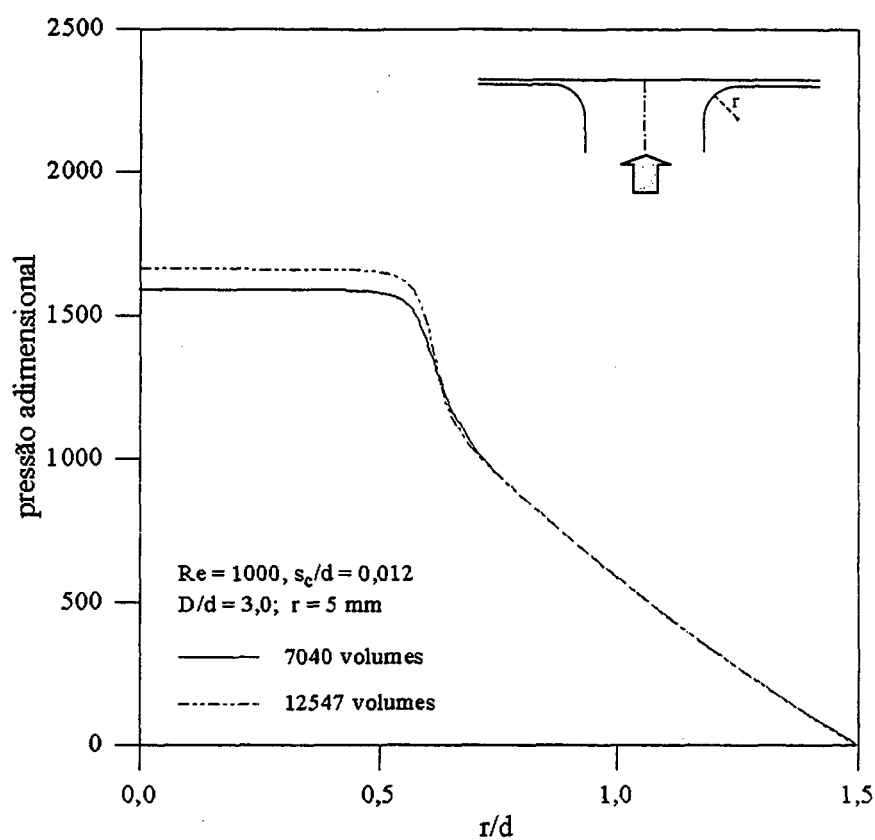
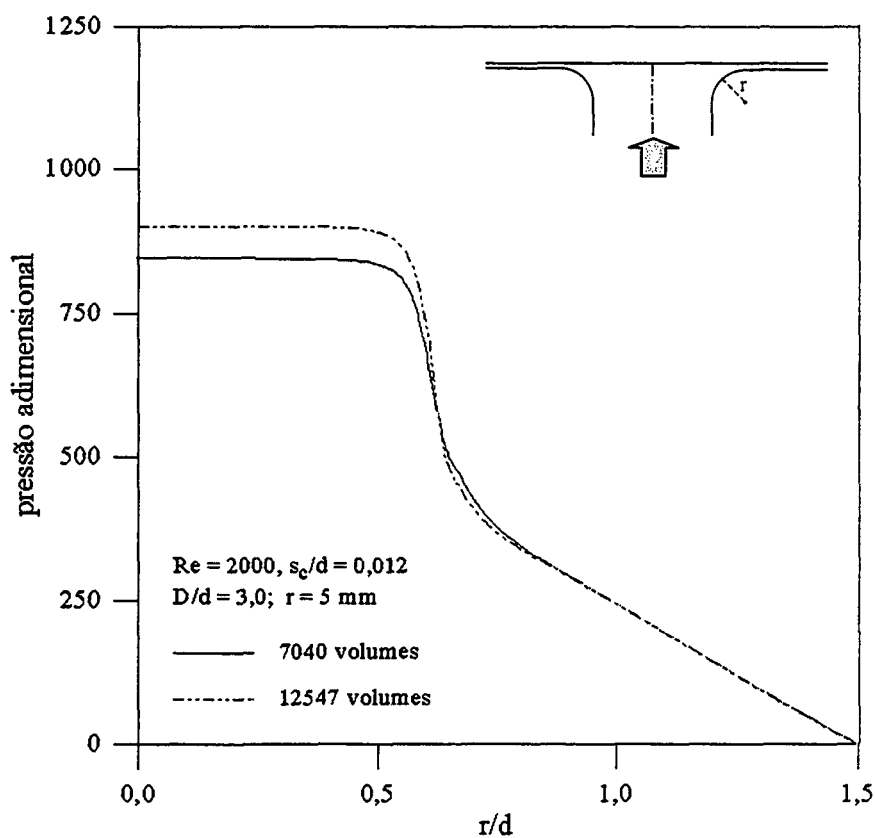


Figura 6.2 – Geometria do difusor para os diferentes raios de arredondamento no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

## 6.2 Perfil Radial de Pressão sobre a Palheta

Nesta seção o refino de malha é explorado brevemente em duas malhas computacionais diferentes. Nota-se nas figuras 6.3 e 6.4 que independente do número de Reynolds utilizado os resultados obtidos por ambas as malhas são diferentes indicando que um refino maior deve ser feito até a malha computacional não interferir na solução numérica, ou seja, não alterá-la. Quando este refino de malha foi feito os dados deste capítulo já haviam sido coletados e os mesmos são apresentados para a malha mais grosseira assim, para próximos estudos aconselha-se utilizar uma malha mais refinada para analisar a influência do raio de arredondamento na região da válvula nas variáveis do escoamento.

Figura 6.3 – Análise do refino de malha para  $Re = 1000$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $r = 5$  mm.Figura 6.4 – Análise do refino de malha para  $Re = 2000$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $r = 5$  mm.

Os resultados numéricos foram explorados para 40 casos classificados pelo número de Reynolds e os seguintes afastamentos adimensionais:

- (i)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1000$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (ii)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1500$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (iii)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 2000$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (iv)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 2500$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (v)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 1000$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (vi)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 1500$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (vii)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 2000$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm;
- (viii)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 2500$ ;  $r = 0, 5, 6, 7,25$  e  $9$  mm.

A distribuição do perfil de pressão ao longo da palheta, considerando os 40 casos citados anteriormente, pode ser visualizada nas figuras 6.5 a 6.12. Observa-se nas figuras 6.5 a 6.12 que o raio de arredondamento na saída do orifício de passagem suaviza os gradientes de pressão na saída do orifício e entrada da região do difusor, onde o escoamento muda de direção. Semelhante aos resultados obtidos na geometria com inclinação do assento, não se observa a presença de pressões adimensionais negativas na palheta. As razões associadas a esta transição mais suave do escoamento axial para o escoamento radial, são as mesmas daquelas apontadas no capítulo anterior onde, em vez do arredondamento, colocou-se um chanfro no assento.

Nota-se também que o perfil de pressão com raio de arredondamento no assento não apresenta uma segunda região de estagnação, como ocorreu com a presença da inclinação no assento (figuras 5.11 a 5.18). Tanto o arredondamento como a inclinação do assento fazem com que o fluido entre no difusor de uma forma mais fácil. Observa-se, no entanto, que o arredondamento atua de uma forma mais efetiva suavizando o gradiente de pressão.

O raio de arredondamento do assento na saída do orifício de passagem influencia drasticamente o perfil de pressão. Quanto maior o raio de arredondamento menor os valores obtidos para a pressão, bem como mais suave é o decréscimo da pressão.

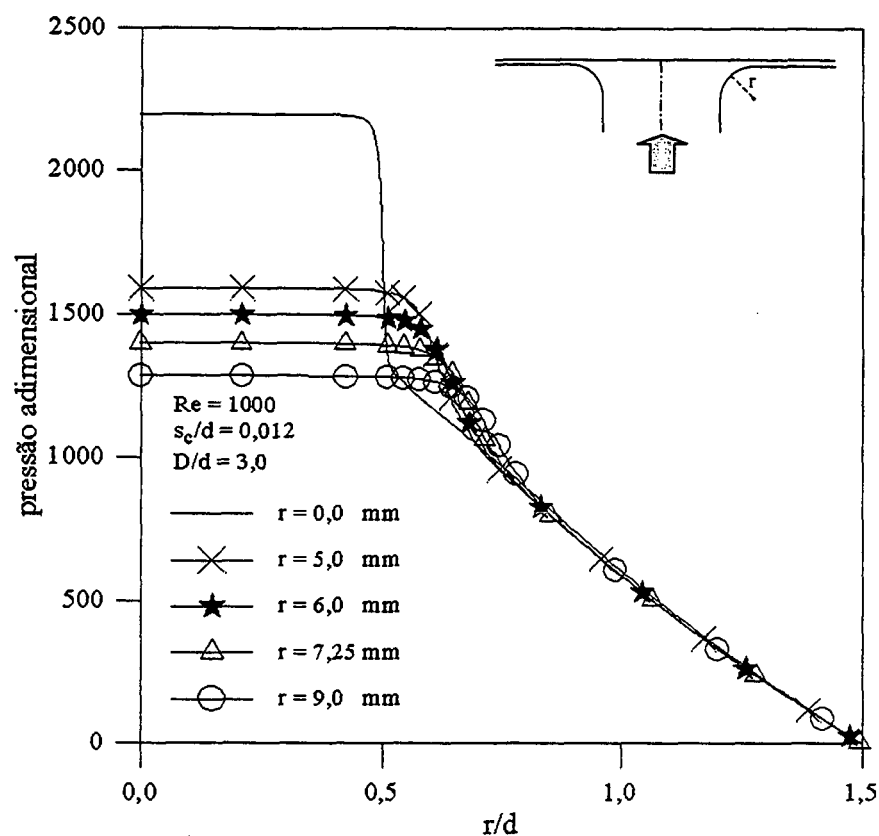


Figura 6.5 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes raios de arredondamento no assento,  $Re = 1000$  e  $s_c/d = 0,012$ .

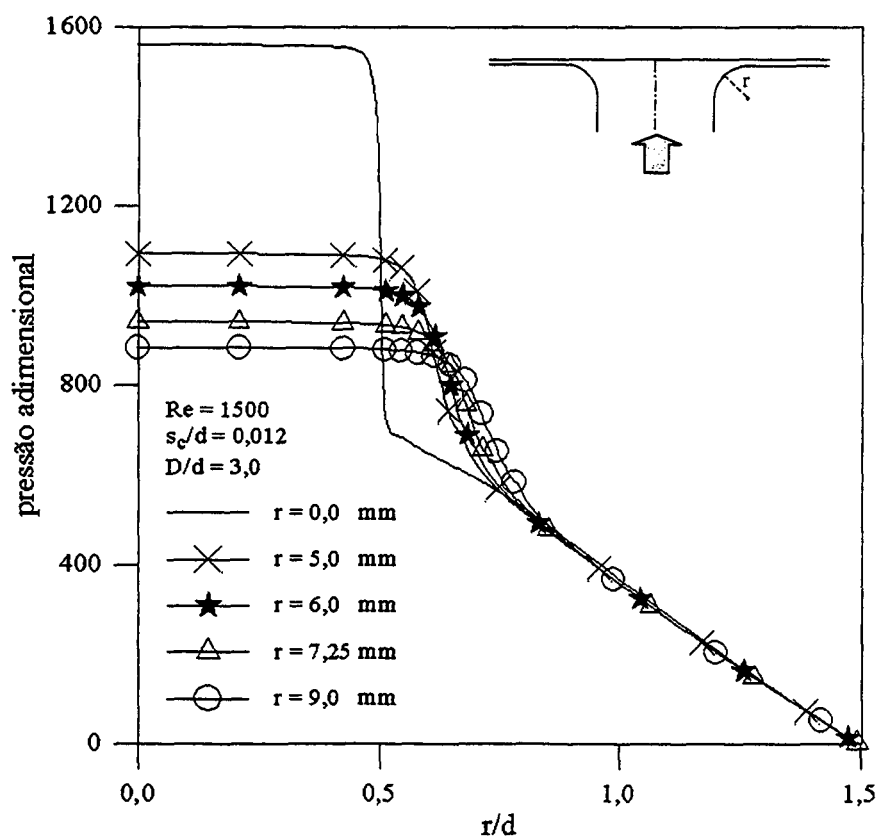


Figura 6.6 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes raios de arredondamento no assento,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,012$ .

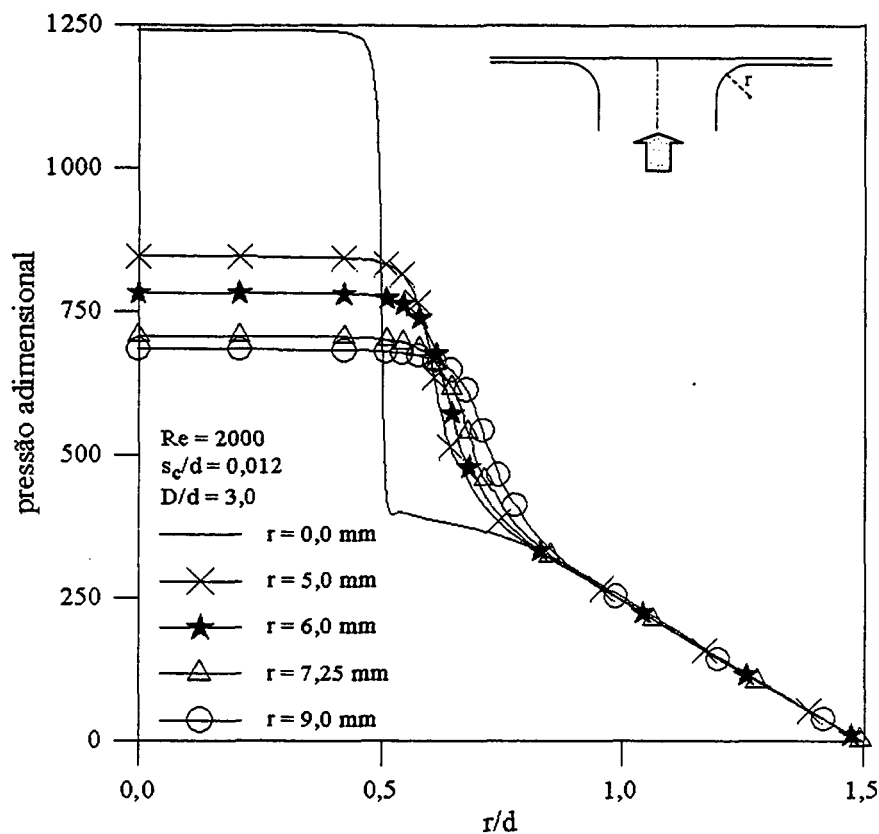


Figura 6.7 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes raios de arredondamento no assento,  $Re = 2000$  e  $s_c/d = 0,012$ .

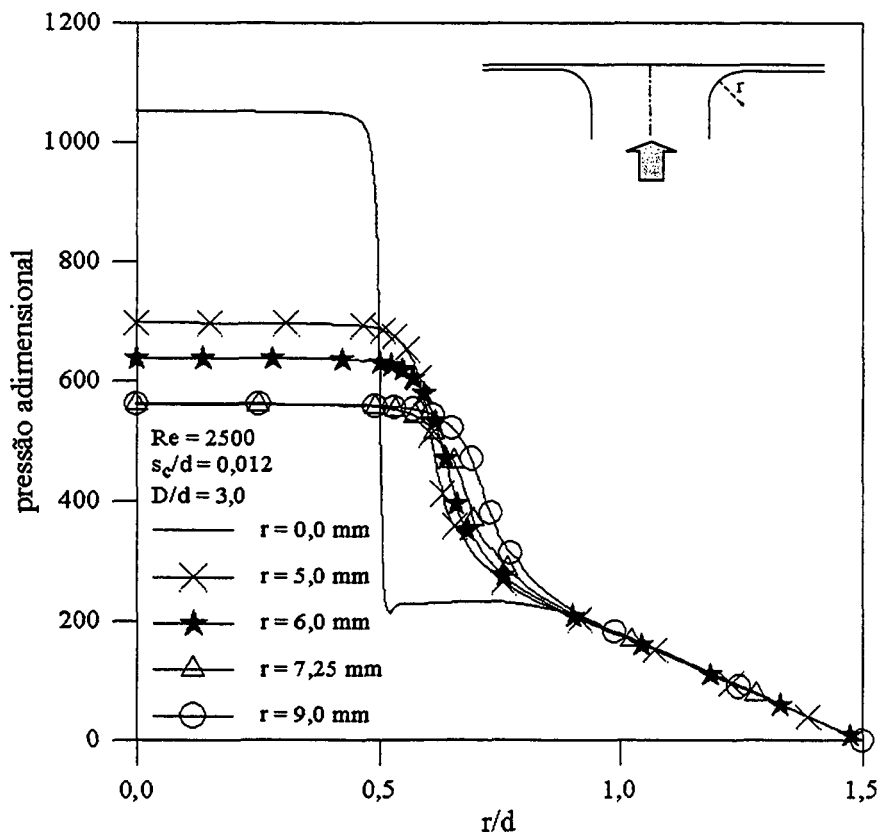


Figura 6.8 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes raios de arredondamento no assento,  $Re = 2500$  e  $s_c/d = 0,012$ .



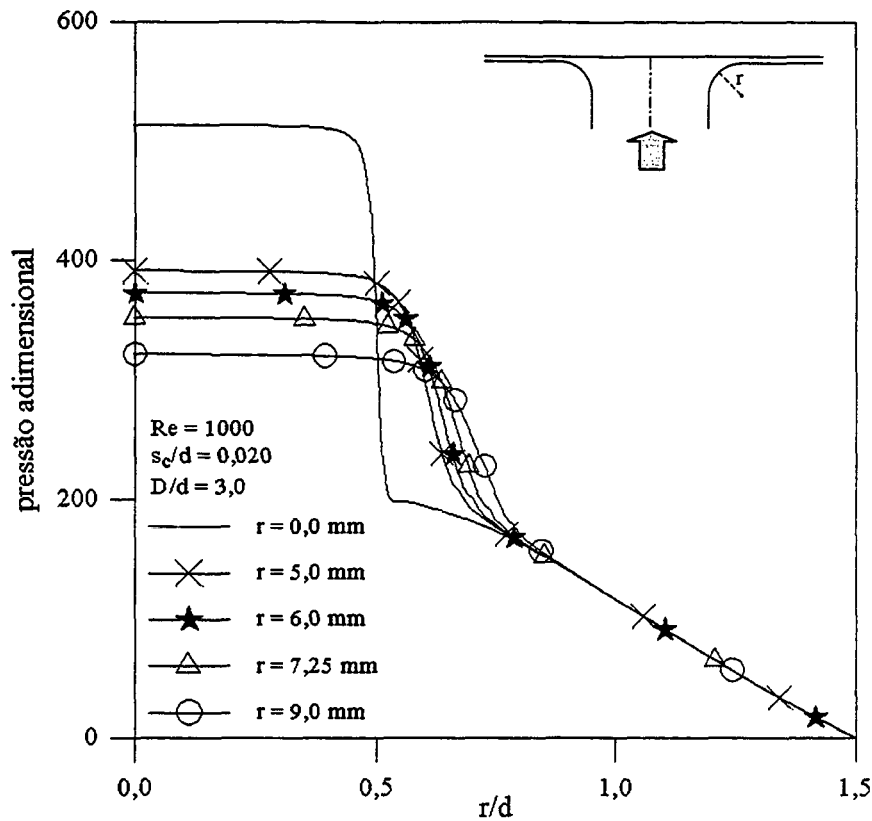


Figura 6.9 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes raios de arredondamento no assento,  $Re = 1000$  e  $s_c/d = 0,020$ .

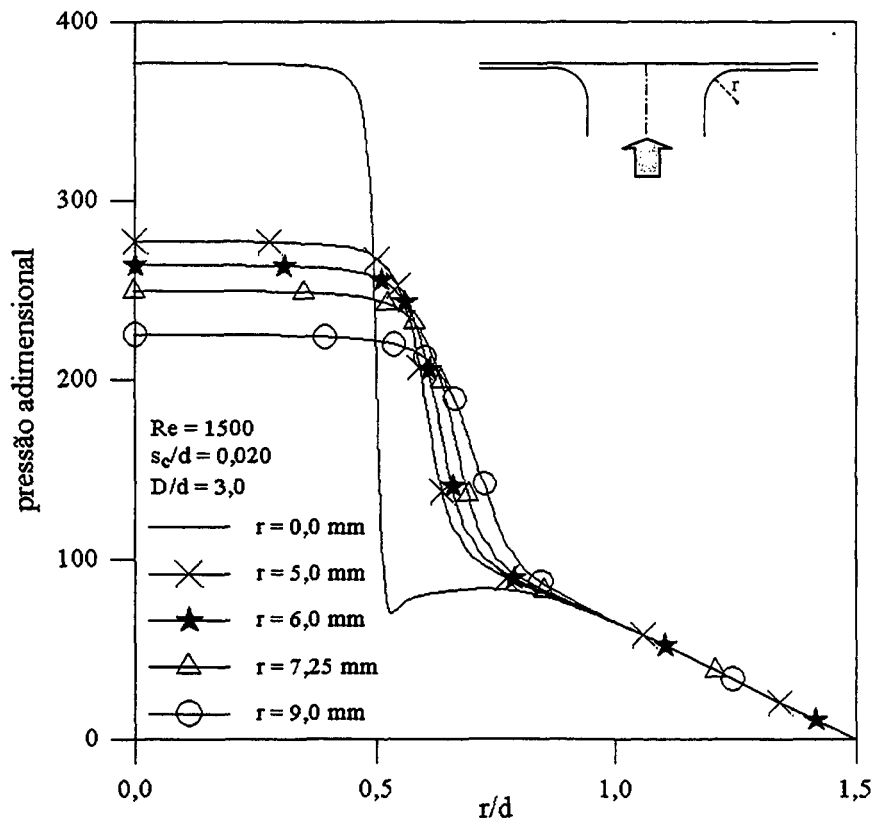


Figura 6.10 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes raios de arredondamento no assento,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,020$ .

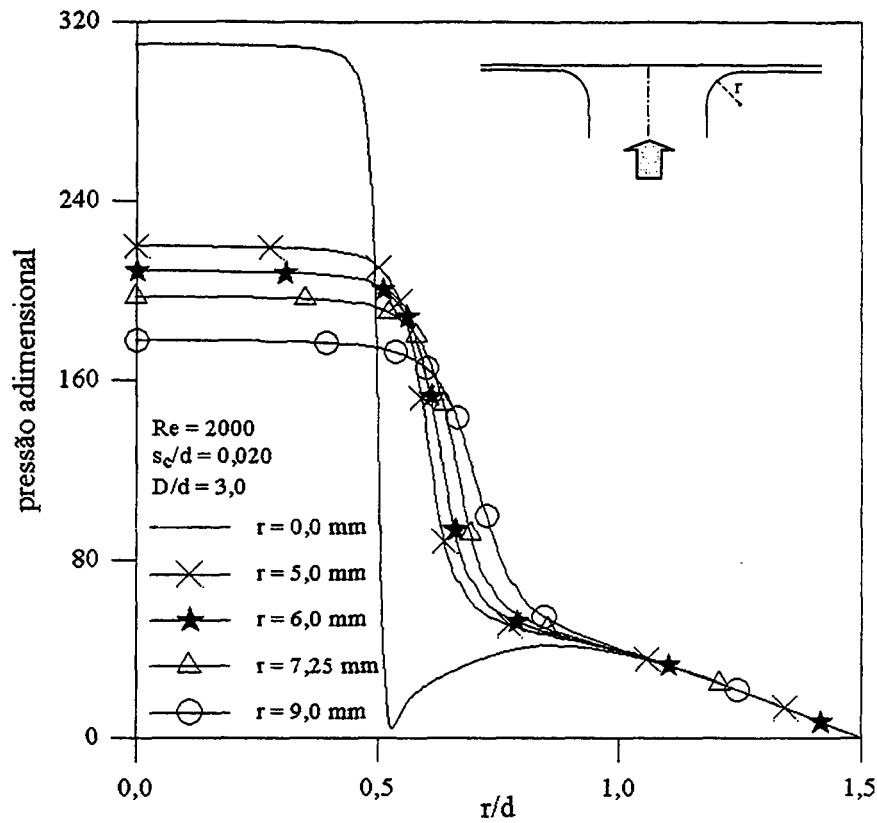


Figura 6.11 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes raios de arredondamento no assento,  $Re = 2000$  e  $s_c/d = 0,020$ .

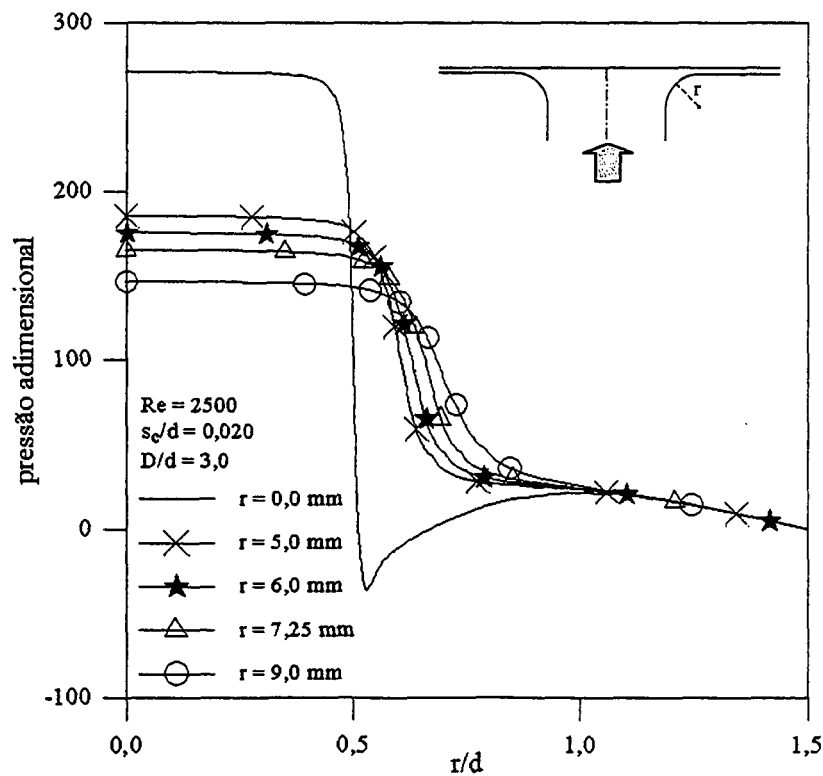


Figura 6.12 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes raios de arredondamento no assento,  $Re = 2500$  e  $s_c/d = 0,020$ .

### 6.3 Força Adimensional sobre a Palheta e Perda de Carga

Nas figuras 6.13 e 6.14 ilustra-se o comportamento da força adimensional ao longo da palheta. A perda de carga é explorada nas figuras 6.15 e 6.16. A figura 6.13 mostra que a força adimensional, exercida sobre a palheta para abri-la, reduz com a utilização do raio de arredondamento na saída do orifício de passagem para o afastamento adimensional,  $s_c/d = 0,012$ . Observa-se nesta mesma figura que para números de Reynolds menores a força adimensional é maior; isto ocorre porque as pressões adimensionais são maiores e a força adimensional é diretamente proporcional ao valor das pressões na palheta. Pelas razões já comentadas no capítulo anterior embora a força adimensional reduza com o aumento do número de Reynolds, a força dimensional aumenta.

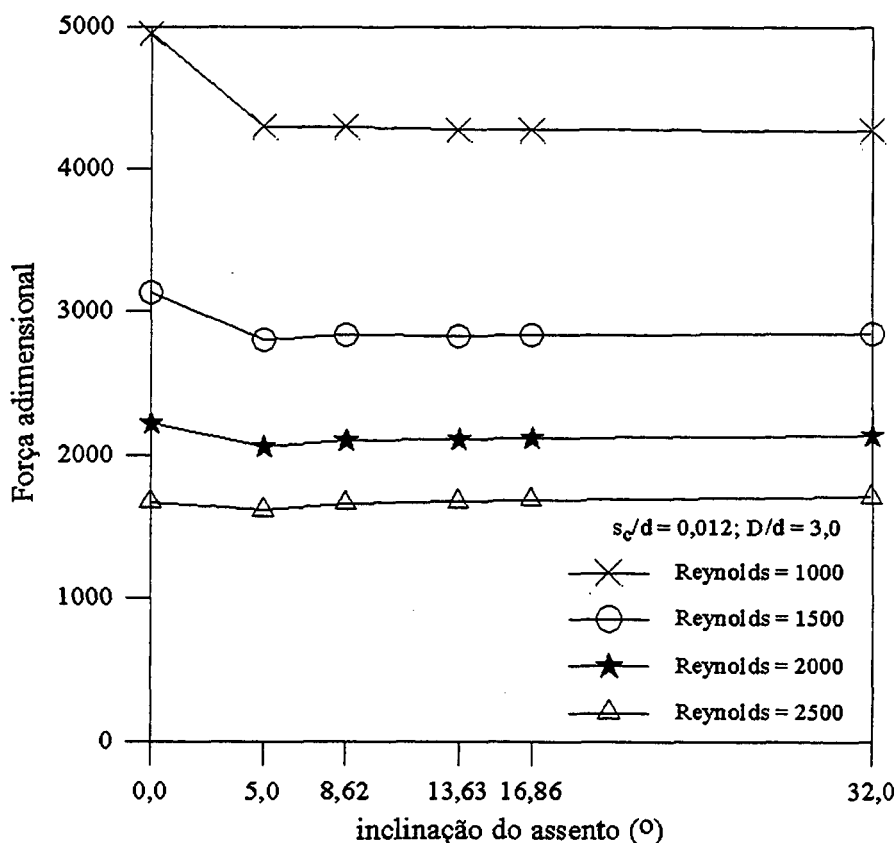


Figura 6.13 – Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

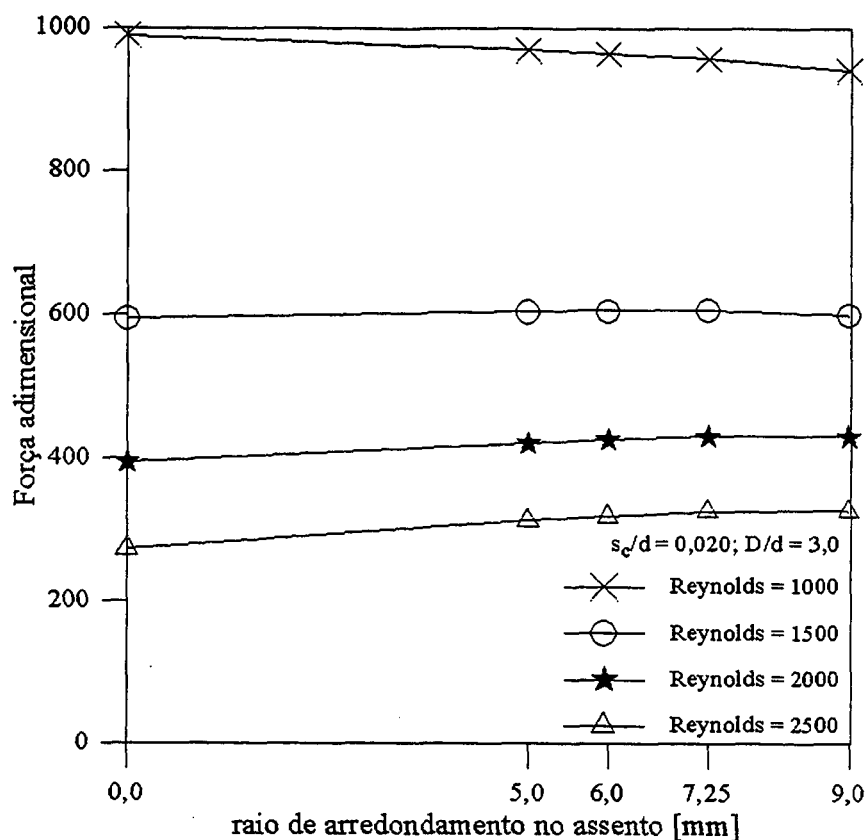


Figura 6.14 – Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

Na figura 6.14 apresenta-se o comportamento da força adimensional para o afastamento adimensional maior,  $s_c/d = 0,020$ . Para este afastamento o raio de arredondamento na saída do orifício de passagem fez a força adimensional aumentar para números de Reynolds superiores ou iguais a 1500, isto ocorre devido às maiores pressões na região de desaceleração do fluido, compensarem as menores pressões na região do platô. Observa-se que para o afastamento maior a força adimensional é menor, já que as pressões também são menores. As figuras 6.15 e 6.16 ilustram o comportamento da perda de carga. Nota-se que com o aumento do raio de arredondamento no assento a perda de carga diminui, bem como números de Reynolds menores produzem menor perda de carga. Ambos os resultados podem ser racionalizados à luz dos argumentos já apresentados.

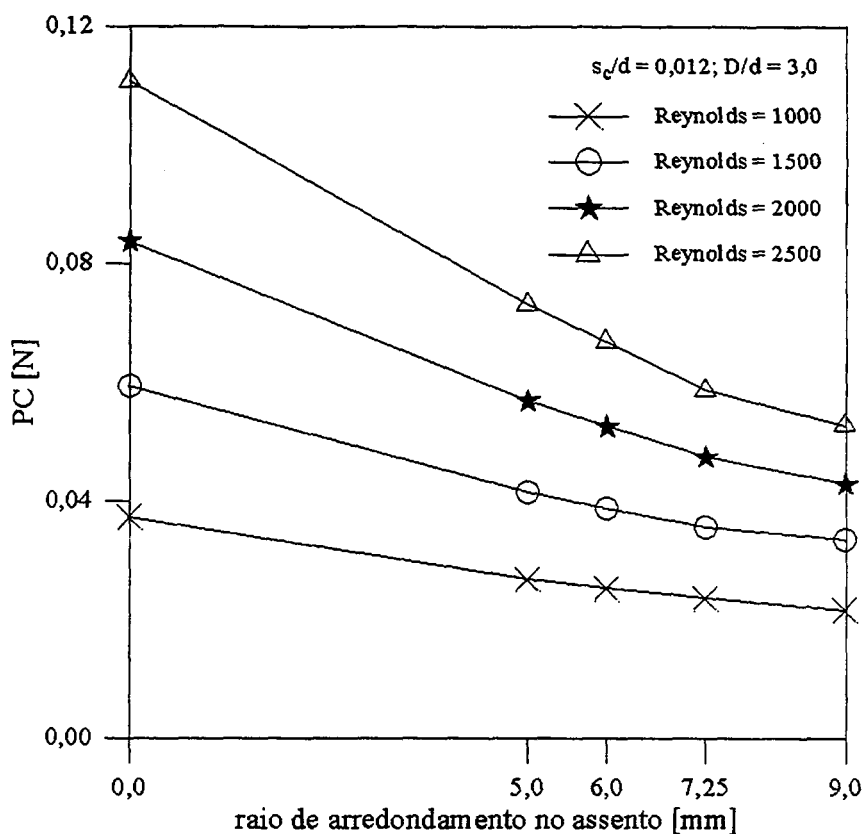


Figura 6.15 – Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes raios de arredondamento no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

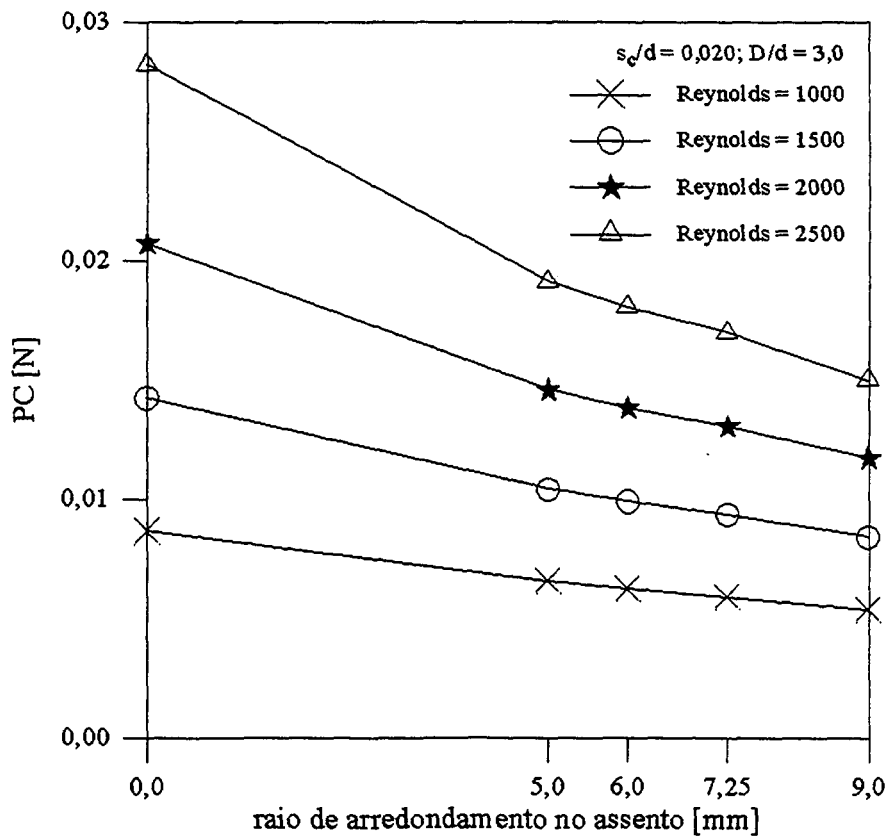


Figura 6.16 – Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes raios de arredondamento no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

## 6.4 Parâmetros de Eficiência

Nas figuras 6.17 a 6.20 são apresentados os resultados numéricos para as áreas efetivas de escoamento e de força, nos 40 casos citados na Introdução deste capítulo.

Em ambos os afastamentos adimensionais 0,012 e 0,020 a área efetiva de escoamento adimensional cresce tanto com o aumento do raio de arredondamento na saída do orifício de passagem como com o aumento do número de Reynolds. A presença do raio de arredondamento na saída do orifício de passagem proporciona um aumento significativo na área efetiva de escoamento adimensional, devido às pressões menores na região do orifício de passagem. Conforme já explorado, valores altos para a área efetiva de escoamento indicam que o desempenho das válvulas é superior quanto ao enchimento (válvula de admissão) e esvaziamento (válvula de descarga) do cilindro.

O comportamento da área efetiva de força é crescente com o aumento do raio de arredondamento do assento na saída do orifício de passagem. Este é um resultado particularmente interessante uma vez que os perfis adimensionais de pressão indicam que quanto maior o raio de arredondamento, menor a pressão de estagnação na palheta. Assim, reduzindo a pressão na parte da palheta na área frontal ao orifício de passagem, como pode aumentar a área efetiva de força?

Ao racionalizar tal resultado deve-se lembrar que a área efetiva de força é dividida pela diferença de pressão entre a entrada e a saída da válvula. Aumentando o raio de arredondamento a pressão na entrada do orifício é reduzida, reduzindo o denominador da equação (5.6) e com isto aumentando a área efetiva de força. Certamente que a redução do denominador da equação (5.6) é mais significativa do que a redução do numerador e, assim a área efetiva de força aumenta com o aumento do raio de arredondamento. Na região da entrada do difusor a pressão tem uma região de patamar maior e a queda da mesma é mais suave para raios de arredondamento maiores, contribuindo favoravelmente para um acréscimo de força sobre a palheta.

Com o aumento do número de Reynolds a área efetiva de força tende a decrescer para um raio de arredondamento fixo. Em um primeiro momento este é um resultado que pode parecer estranho porque, a área efetiva de força é diretamente proporcional a força e esta aumenta com o aumento do número de Reynolds. Acontece que conforme indicado na equação (5.6) não basta que a força sobre a palheta aumente para que haja um aumento sobre a área efetiva de força. É preciso que a diferença de pressão através da válvula também seja considerada. Com o aumento do número de Reynolds o aumento da diferença de pressão através da válvula é mais significativo do que o aumento da força resultante sobre a palheta, fornecendo uma redução na área efetiva de força. Observe que esta tendência já foi encontrada no capítulo anterior quando a

área efetiva de força apresentou valores menores para números de Reynolds mais elevados. Nota-se que o comportamento de ambas áreas efetivas de força e escoamento mostrou-se bastante promissor com o arredondamento do assento na saída do orifício de passagem.

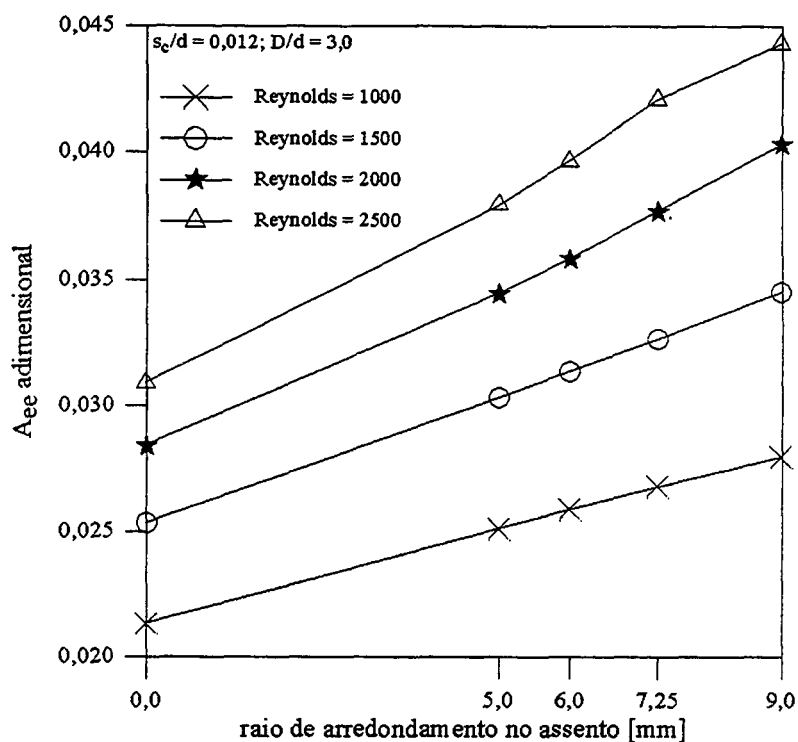


Figura 6.17 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

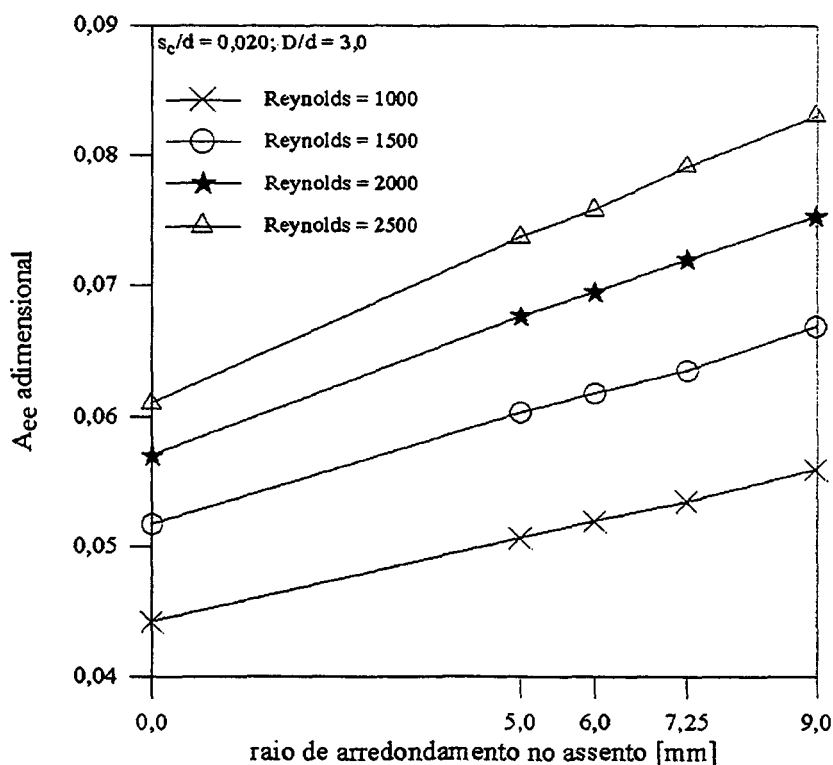


Figura 6.18 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

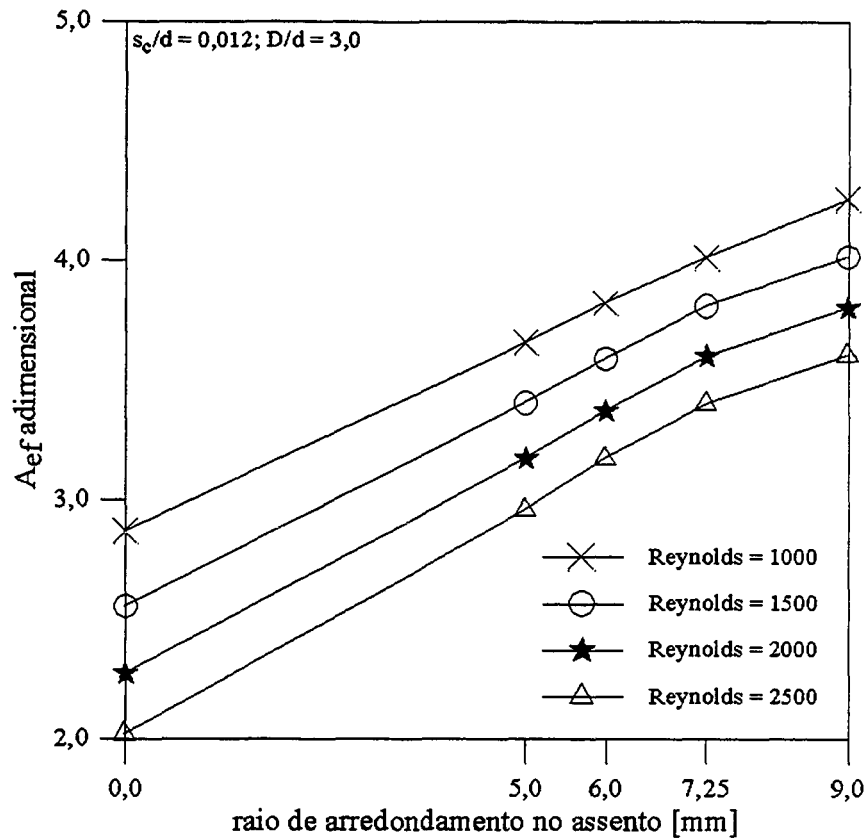


Figura 6.19 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

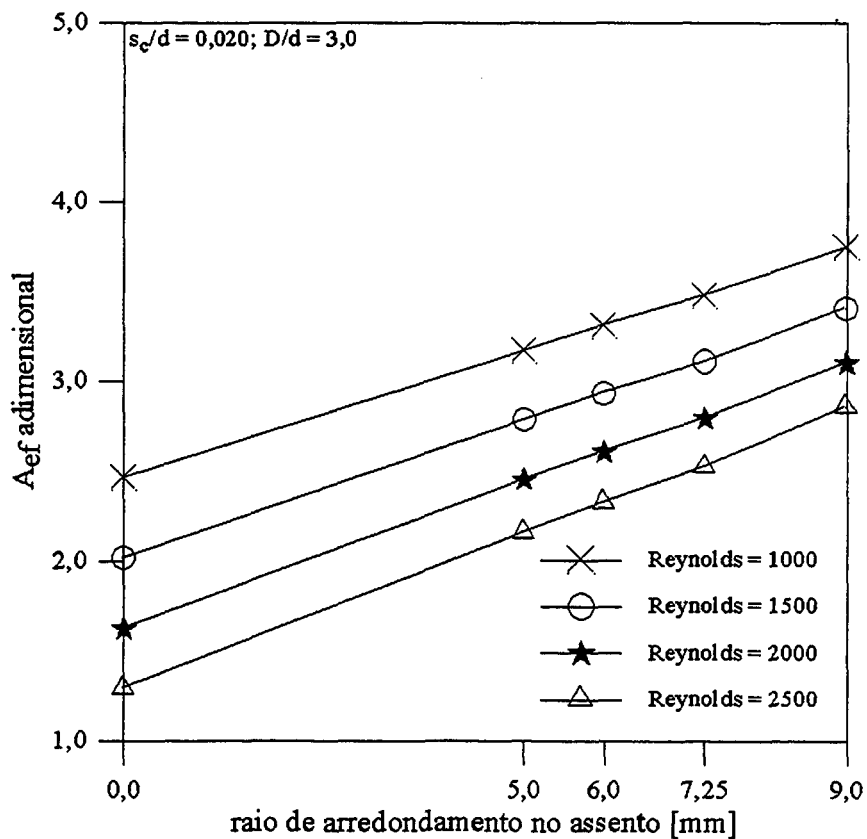


Figura 6.20 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .



## 6.5 Comentários Gerais

As tabelas 6.1 e 6.2 listam os resultados para a perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, os quais já foram ilustrados graficamente, para os afastamentos adimensional 0,012 e 0,020, respectivamente. Na tabela 6.1 observa-se que a perda de carga e a área efetiva de escoamento adimensional crescem com o aumento do número de Reynolds, enquanto a força adimensional e a área efetiva de força adimensional decrescem, considerando um mesmo raio de arredondamento.

Na tabela 6.1 observa-se que o aumento do raio de arredondamento para 5 mm já modifica os padrões de escoamento, diminuindo a perda de carga em aproximadamente 30% e a força adimensional em 6%. Para número de Reynolds maiores o decréscimo da força adimensional com o raio de arredondamento é menor. As áreas efetivas de escoamento e de força aumentam em média aproximadamente 16% e 26%, respectivamente, com o aumento do raio de arredondamento para 5 mm. O aumento destes parâmetros de eficiência é maior quanto maior o número de Reynolds. O parâmetro de eficiência que sofre a maior influência do raio de arredondamento é a perda de carga.

Tabela 6.1 – Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para  $D/d = 3,0$ ;  $s_e/d = 0,012$  e raios de arredondamento no assento.

Raio [mm]	Reynolds	PC [N]	$A_{eca}$	$A_{efa}$	$F_a$
0	1000	0,037220	0,021337	2,868033	4951,989
	1500	0,059294	0,025332	2,557714	3130,255
	2000	0,083780	0,028399	2,276417	2217,001
	2500	0,110712	0,030866	2,021548	1666,898
5	1000	0,026848	0,025098	3,654447	4555,695
	1500	0,041461	0,030264	3,402953	2917,693
	2000	0,056866	0,034423	3,170417	2101,322
	2500	0,073060	0,037927	2,955223	1613,572
6	1000	0,025277	0,025862	3,819141	4483,647
	1500	0,038696	0,031319	3,586041	2870,961
	2000	0,052561	0,035792	3,370158	2066,036
	2500	0,066835	0,039634	3,168894	1584,352
7,25	1000	0,023583	0,026771	4,011010	4394,815
	1500	0,035629	0,032629	3,808752	2809,318
	2000	0,047399	0,037671	3,631733	2009,829
	2500	0,058658	0,042172	3,471524	1525,761
9	1000	0,021650	0,027934	4,253672	4280,584
	1500	0,033470	0,033657	4,014513	2782,978
	2000	0,042812	0,039311	3,800359	2003,338
	2500	0,052741	0,044243	3,602758	1505,604

Na tabela 6.2 nota-se que a influência do número de Reynolds nos parâmetros de eficiência é semelhante aos resultados obtidos com o afastamento adimensional  $s_c/d = 0,012$ , isto é, o aumento do número de Reynolds influencia significativamente nos valores dos parâmetros de eficiência. Nesta tabela os resultados indicam uma grande influência do raio de arredondamento nos parâmetros de eficiência; o aumento do raio de arredondamento para 5,0 [mm] já é capaz de alterar os padrões de escoamento, diminuindo a perda de carga em aproximadamente 28%.

O raio de arredondamento de 5 mm aumentou a área efetiva de escoamento adimensional em média aproximadamente 15% e a área efetiva de força adimensional em 22%, 28%, 33% e 40% para os números de Reynolds 1000, 1500, 2000 e 2500, respectivamente.

A força adimensional aumentou aproximadamente 1%, 6% e 13% para os números de Reynolds 1500, 2000 e 2500, respectivamente. Já para o número de Reynolds 1000, a força diminui 2% inserindo-se um raio de arredondamento de 5 mm. Observa-se que, para o afastamento adimensional maior,  $s_c/d = 0,020$ , o aumento do raio de arredondamento causa um maior impacto nos parâmetros da válvula do que aquele verificado para o menor afastamento.

Tabela 6.2 – Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e raios de arredondamento no assento.

Raio [mm]	Reynolds	PC [N]	$A_{eca}$	$A_{efa}$	$F_a$
0	1000	0,008633	0,044184	2,459499	989,2310
	1500	0,014201	0,051600	2,012175	593,3962
	2000	0,020689	0,056934	1,624449	393,5190
	2500	0,028167	0,060932	1,285811	271,9582
5	1000	0,006551	0,050660	3,167458	969,0598
	1500	0,010382	0,060233	2,785058	602,7530
	2000	0,014566	0,067669	2,451121	420,3118
	2500	0,019097	0,073741	2,158075	311,6375
6	1000	0,006238	0,051904	3,308109	964,1665
	1500	0,009876	0,061735	2,932943	604,2453
	2000	0,013815	0,069449	2,608584	424,6673
	2500	0,018036	0,075829	2,325526	317,5706
7,25	1000	0,005887	0,053408	3,476929	957,1011
	1500	0,009324	0,063506	3,109640	605,4199
	2000	0,013032	0,071462	2,795226	429,7800
	2500	0,016953	0,078154	2,525033	324,6034
9	1000	0,005366	0,055913	3,743749	940,2491
	1500	0,008396	0,066865	3,406625	598,2897
	2000	0,011711	0,075301	3,102480	429,6299
	2500	0,014960	0,083061	2,859397	325,4394

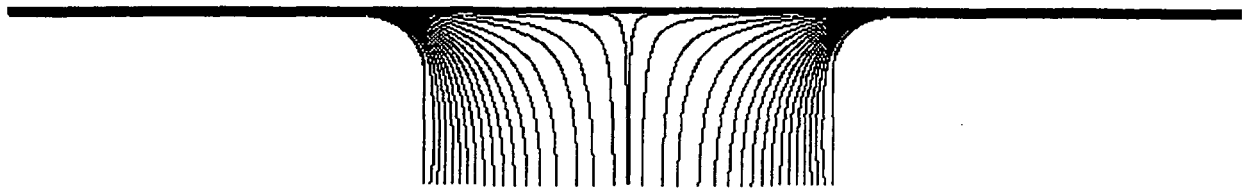
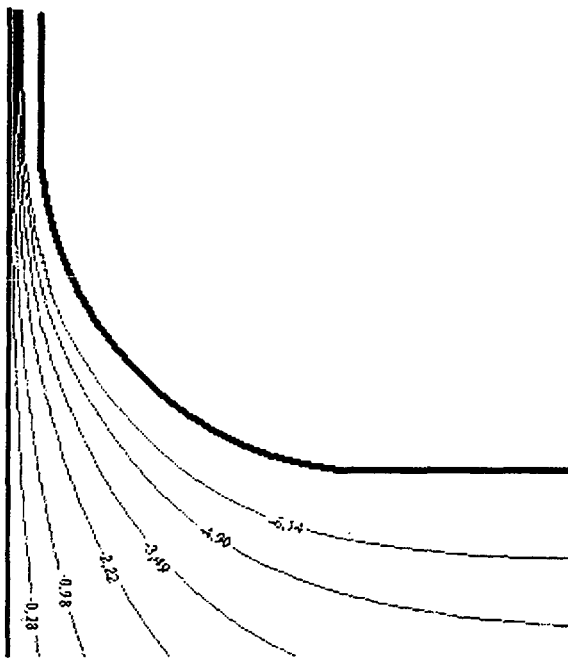
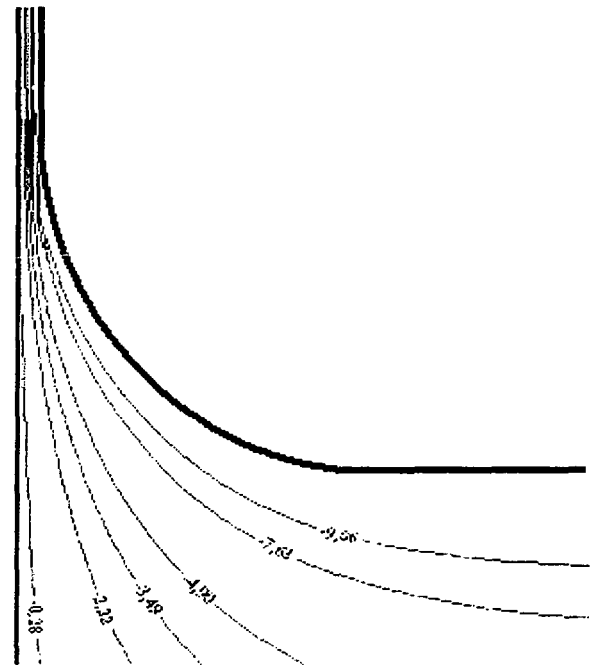
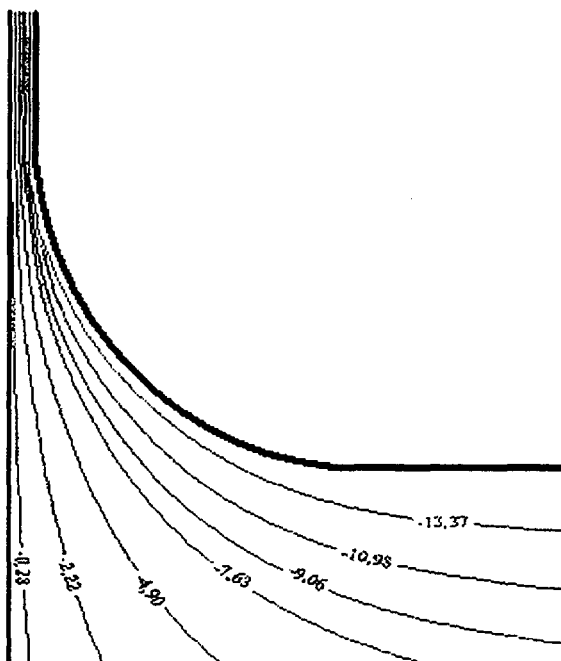
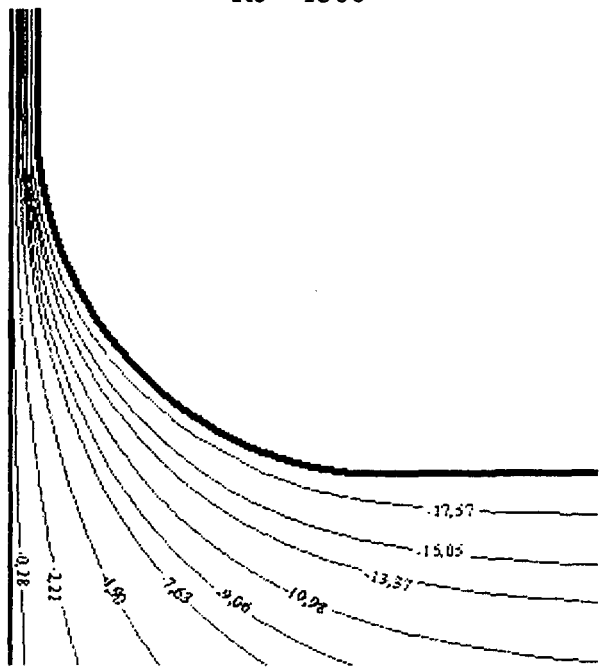
As análises de percentagem feitas anteriormente representam uma média das percentagens para cada número de Reynolds. Nos casos analisados observa-se que o uso do raio de arredondamento no assento da válvula torna-a mais eficiente. Comparando as tabelas 5.1 e 5.2 com as tabelas 6.1 e 6.2, observa-se que o impacto da inclinação do assento sobre os parâmetros de eficiência da válvula é maior do que o impacto do raio de arredondamento. Este resultado não deve mascarar os benefícios de uma geometria mais suave como o raio de arredondamento sobre a simples inclusão de uma inclinação. Nota-se que a geometria com inclinação no assento apresentou melhores resultados do que a geometria com raio de arredondamento porque a inclinação se estendeu até uma posição radial de aproximadamente  $r/d \cong 0,75$  enquanto que o raio de arredondamento foi até aproximadamente  $r/d \cong 0,7$ .

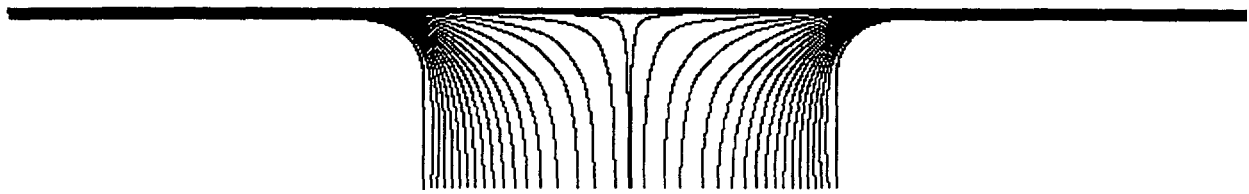
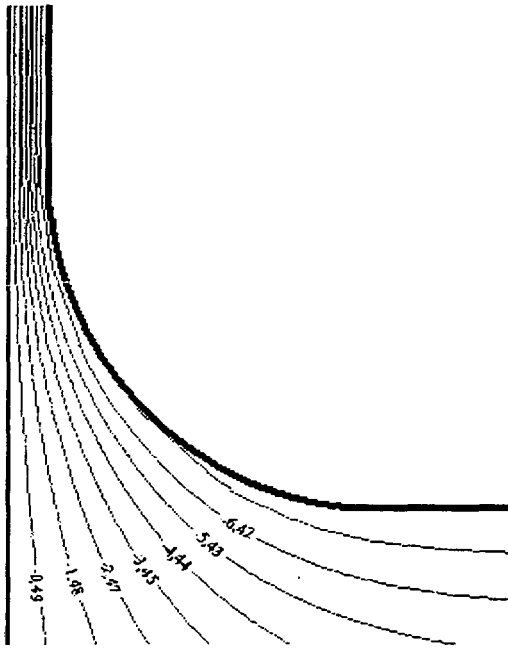
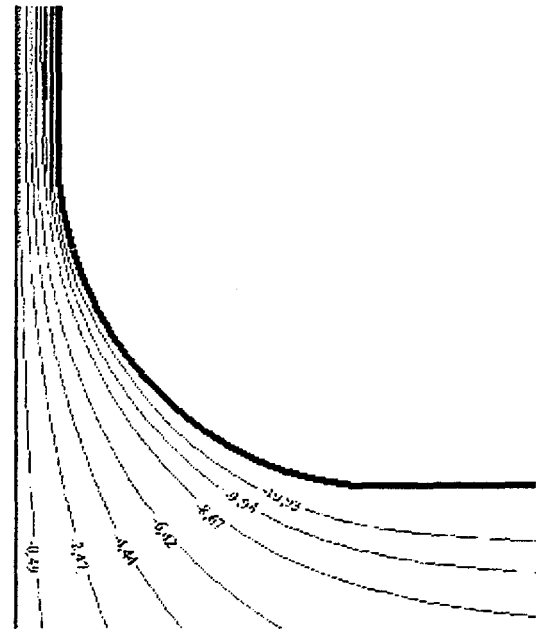
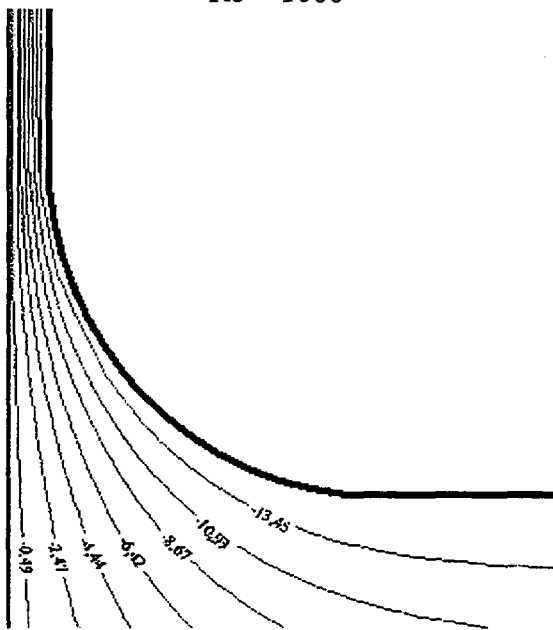
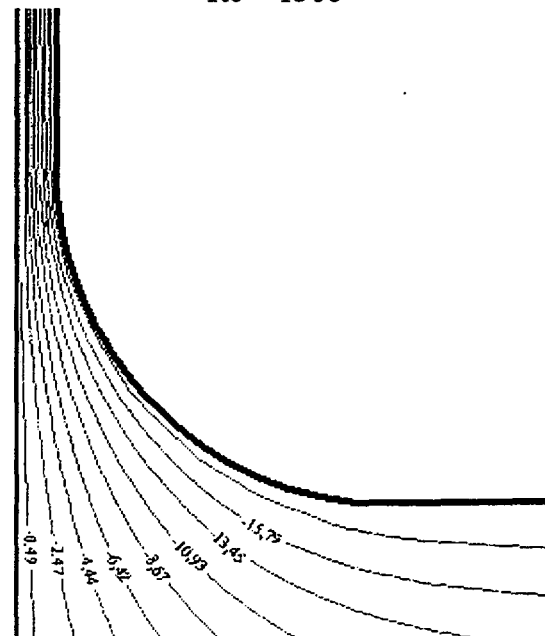
Em concordância com os resultados analisados até o momento é esperado que as geometrias da figura 6.2 não apresentem região de recirculação no escoamento, o que será abordado na próxima seção.

## 6.6 Linhas de Corrente

As linhas de corrente trazem importantes informações sobre o escoamento. Nas figuras 6.21 e 6.22 são apresentadas linhas de corrente para afastamentos adimensionais  $s_j/d = 0,012$  e  $0,020$  e diferentes números de Reynolds. Através das figuras nota-se que a mudança no número de Reynolds não influencia significativamente na mudança das linhas de corrente.

Em ambas as figuras não há formação de região de recirculação na região da entrada do difusor devido à presença do raio de arredondamento na saída do orifício de passagem. Na figura 6.21 todos os resultados são para um raio de arredondamento de 7,25 mm; para os demais raios de arredondamento, o padrão de escoamento é semelhante e por economia de espaço não serão mostrados.

(a) Linhas de corrente no orifício de passagem,  $Re = 1000$ .(b) Linhas de corrente na entrada do difusor;  
 $Re = 1000$ (c) Linhas de corrente na entrada do difusor;  
 $Re = 1500$ (d) Linhas de corrente na entrada do difusor;  
 $Re = 2000$ (e) Linhas de corrente na entrada do difusor;  
 $Re = 2500$ Figura 6.21 – Influência do número de Reynolds sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $r = 7,25 \text{ mm}$ ;  $D/d = 3,0$  e  $s_e/d = 0,012$ .

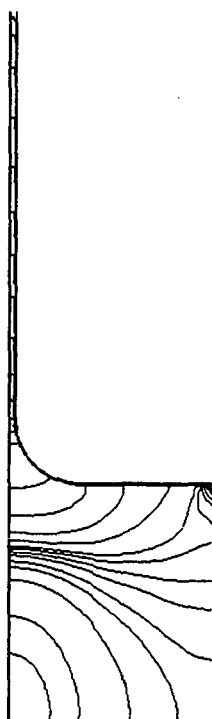
(a) Linhas de corrente no orifício de passagem;  $Re = 1000$ .(b) Linhas de corrente na entrada do difusor;  
 $Re = 1000$ (c) Linhas de corrente na entrada do difusor;  
 $Re = 1500$ (d) Linhas de corrente na entrada do difusor;  
 $Re = 2000$ (e) Linhas de corrente na entrada do difusor;  
 $Re = 2500$ Figura 6.22 – Influência do número de Reynolds sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ); $r = 7,25 \text{ mm}$ ;  $D/d = 3,0$  e  $s_0/d = 0,020$ .

## 6.7 Campos de Pressão

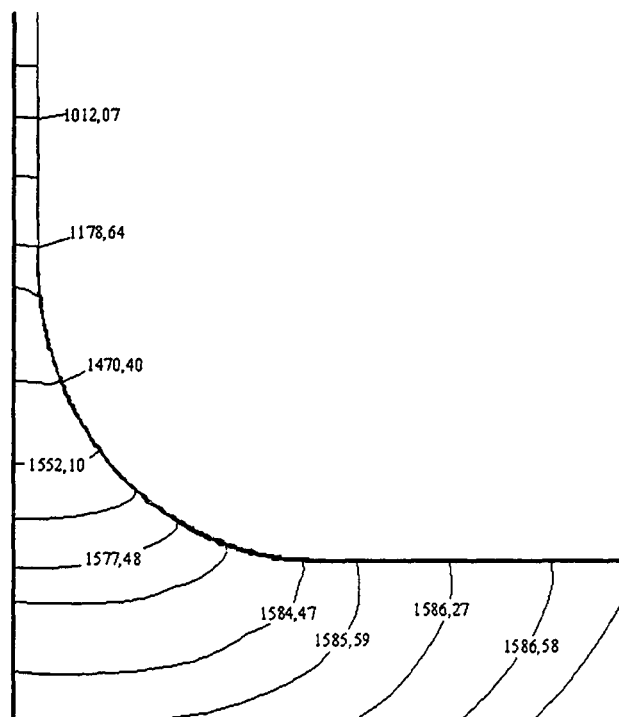
Para uma melhor compreensão do campo de pressão obtido para o escoamento resolvido nos domínios computacionais apresentados na figura 6.2 foram preparadas as figuras 6.23 a 6.30. Estas figuras apresentam os campos de pressão para os casos citados na seção 2 do presente capítulo.

Pode-se observar que não há uma grande diferença do campo de pressão na entrada da região do difusor, onde o escoamento muda de direção. Isto ocorre devido ao raio de arredondamento na saída do orifício de passagem que suaviza os gradientes de pressão, nesta região. Em todas as situações nota-se que a queda de pressão nesta região diminui com o aumento do raio de arredondamento no assento, assim como não é observada a presença de pressões negativas, conforme já havia sido discutido anteriormente.

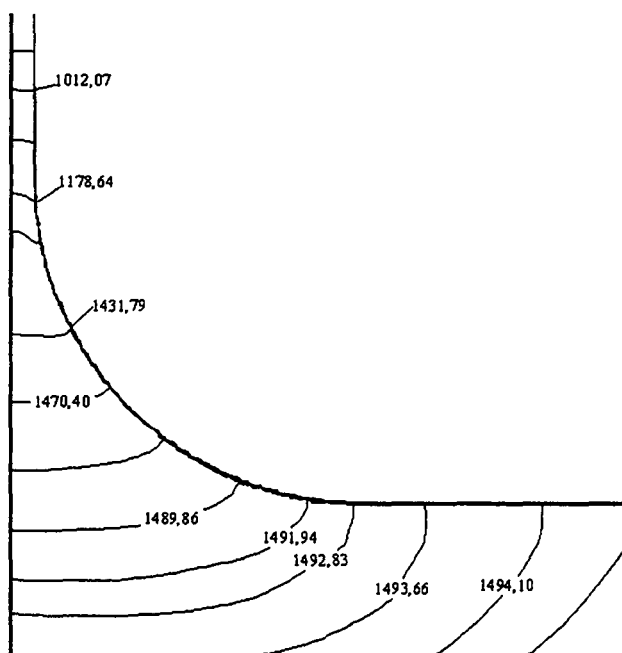
De uma forma geral o padrão das isobáricas é bastante semelhante, para todos os casos investigados. Diferentemente do observado nas figuras 5.35 a 5.42, para o assento com inclinação. Não se verifica na situação com arredondamento nenhuma região de queda de pressão localizada. As isobáricas aqui são bem comportadas e próprias de um escoamento paralelo, sem regiões de recirculação.



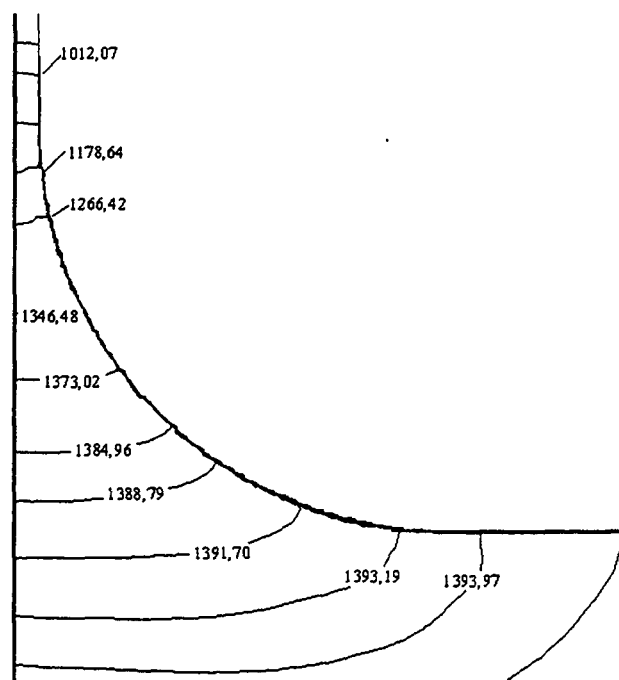
(a) Isobáricas no orifício de passagem e no difusor radial;  $r = 5$  mm



(b) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 5$  mm

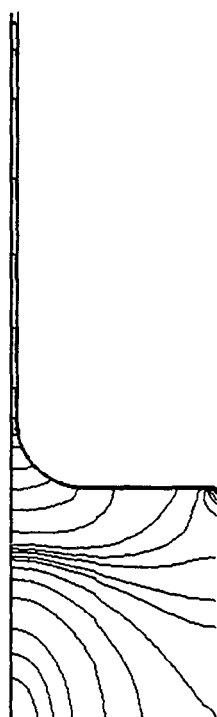


(c) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 6$  mm

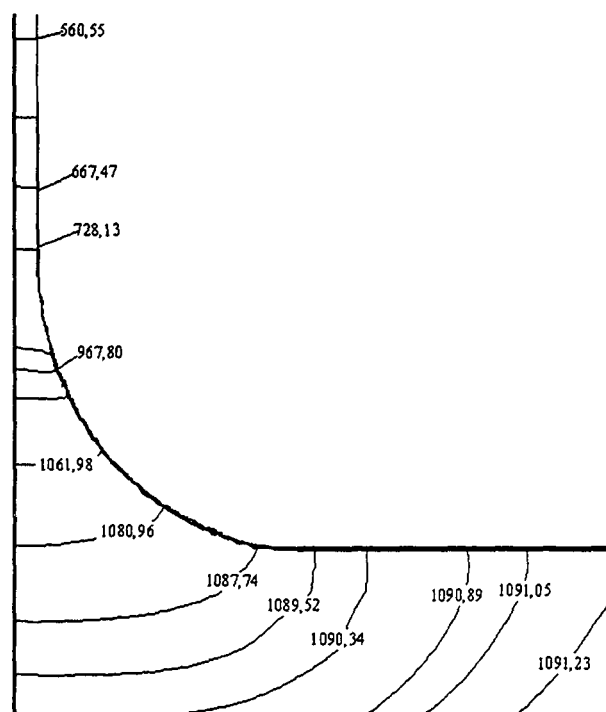


(d) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 7,25$  mm

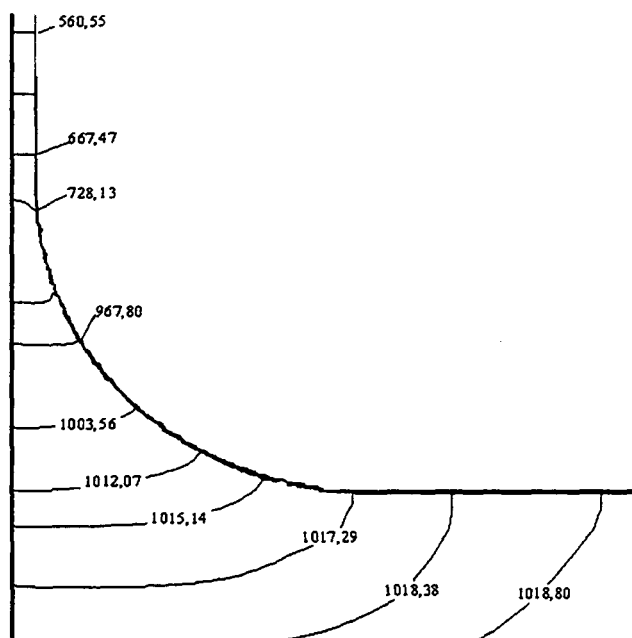
Figura 6.23 – Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ .



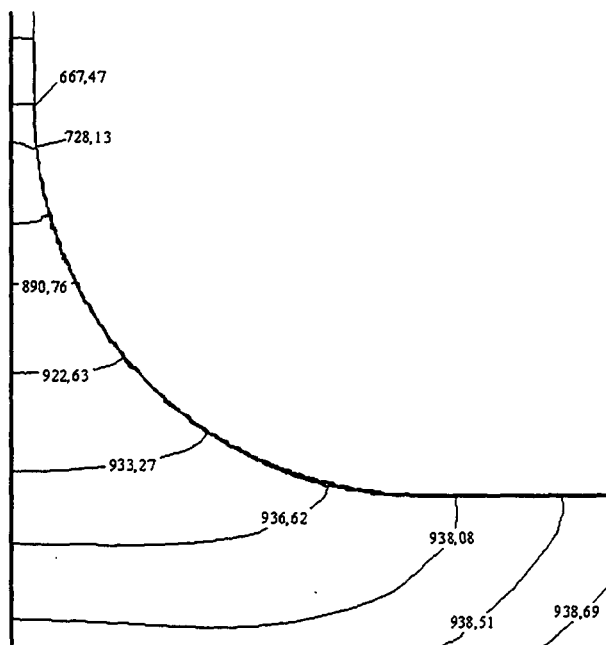
(a) Isobáricas no orifício de passagem e no difusor radial;  $r = 5$  mm



(b) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 5$  mm



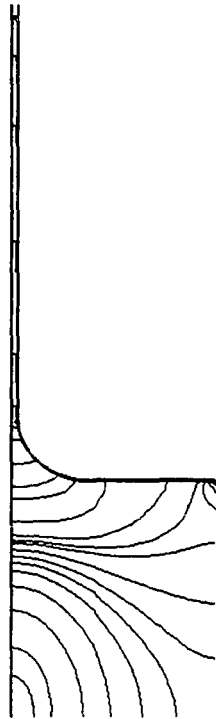
(c) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 6$  mm



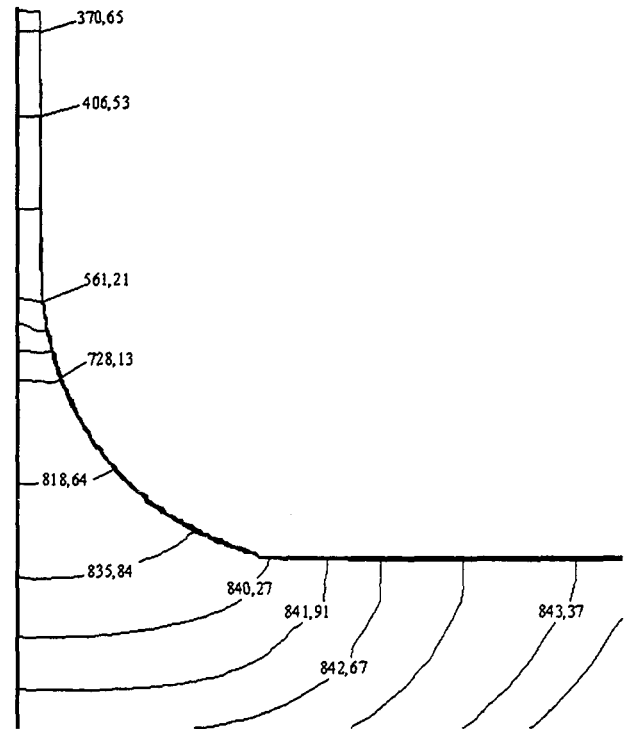
(d) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 7,25$  mm

Figura 6.24 – Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ .

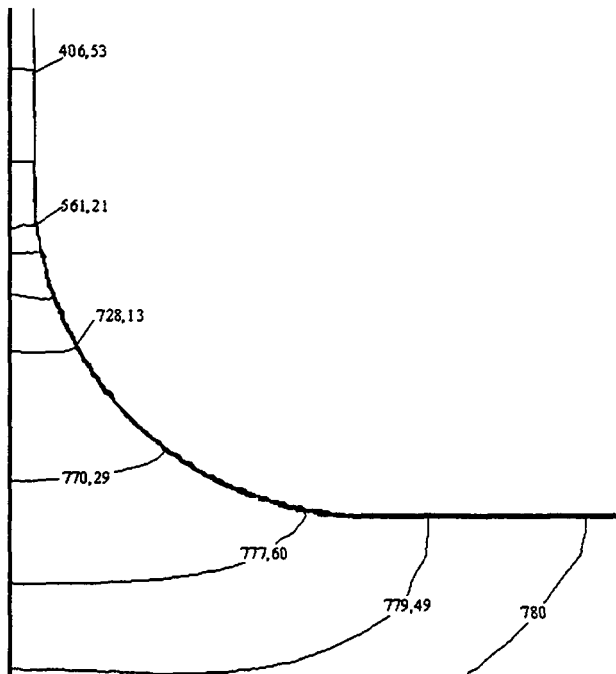




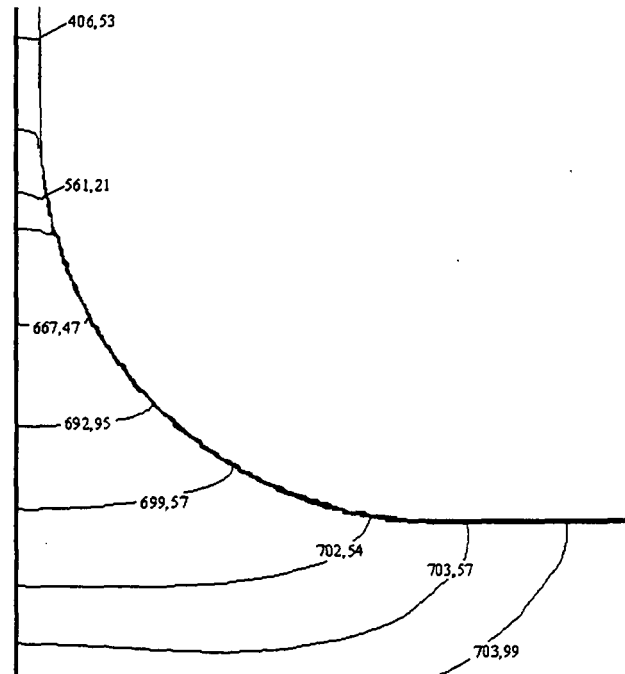
(a) Isobáricas no orifício de passagem e no difusor radial;  $r = 5 \text{ mm}$



(b) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 5 \text{ mm}$

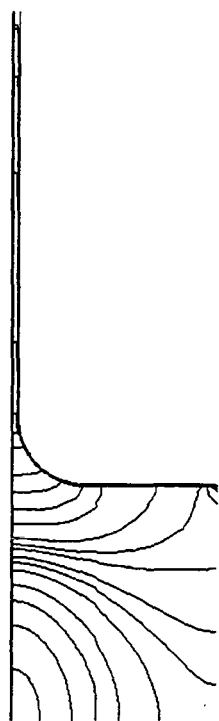


(c) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 6 \text{ mm}$

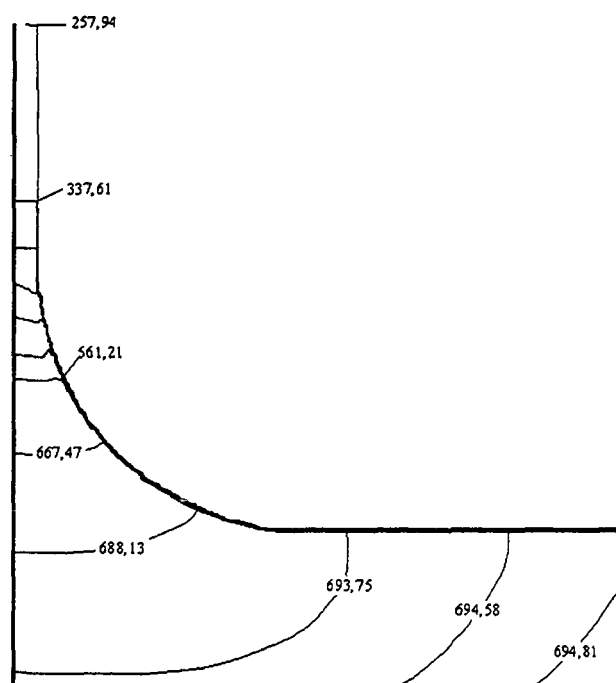


(d) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 7,25 \text{ mm}$

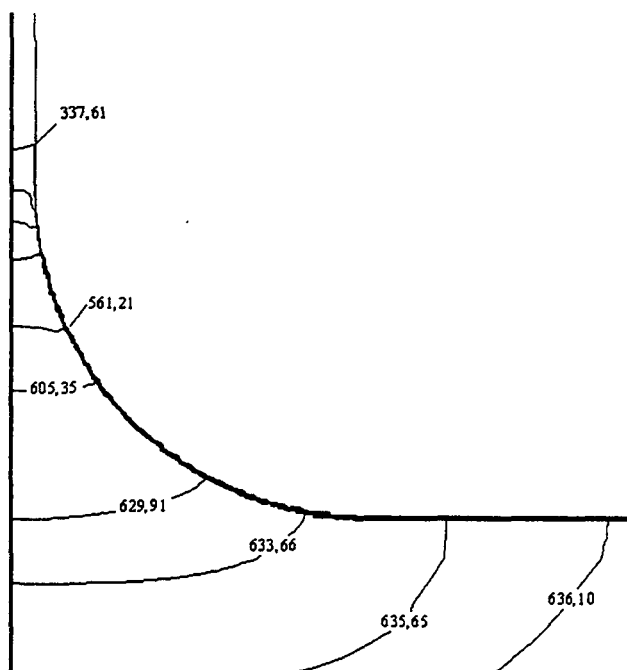
Figura 6.25 – Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 2000$ .



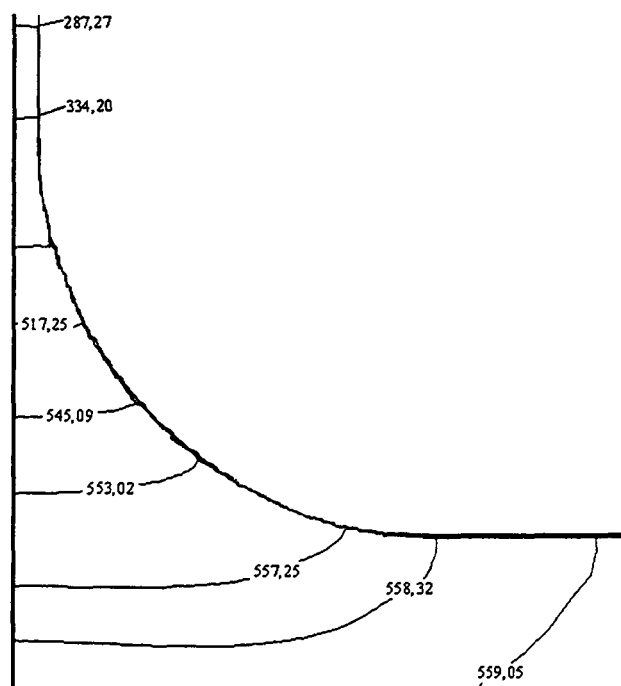
(a) Isobáricas no orifício de passagem e no difusor radial;  $r = 5$  mm



(b) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 5$  mm

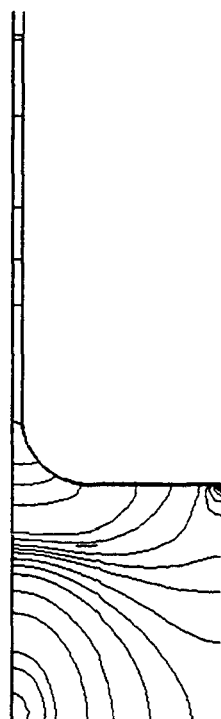


(c) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 6$  mm

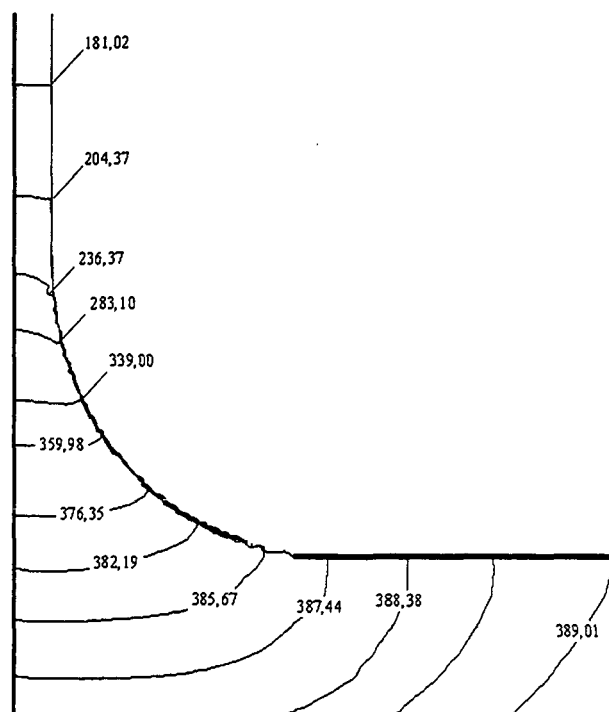


(d) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 7,25$  mm

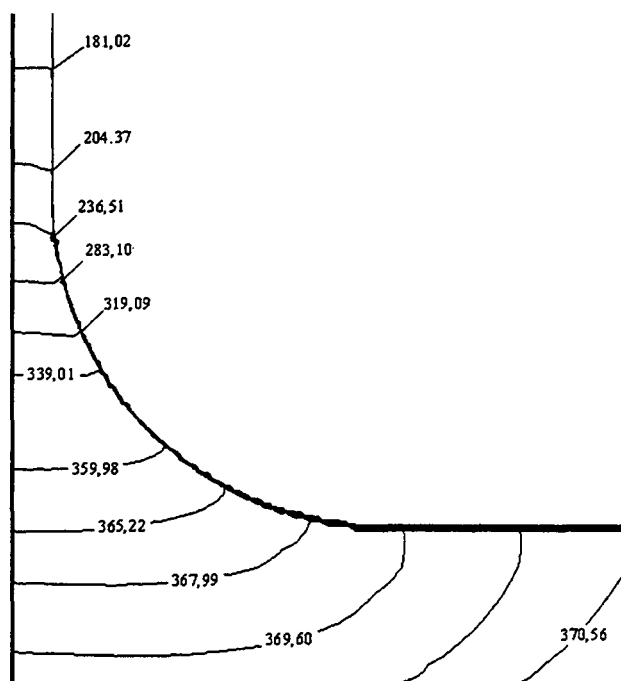
Figura 6.26 – Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s/d = 0,012$  e  $Re = 2500$ .



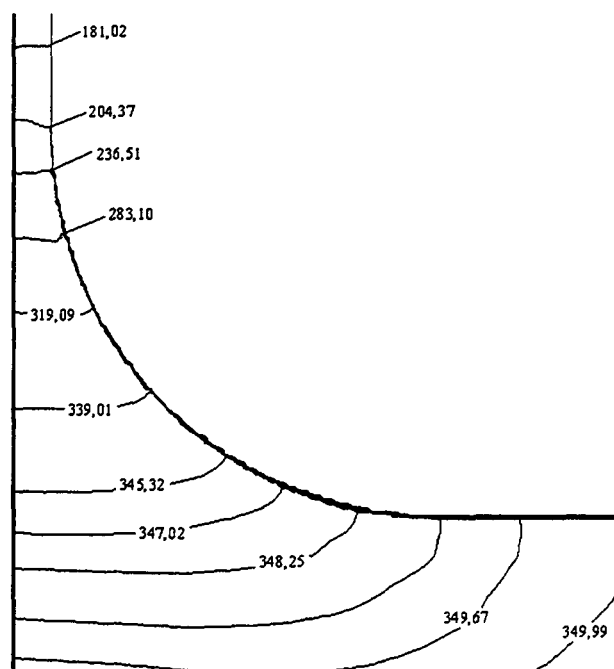
(a) Isobáricas no orifício de passagem e no difusor radial;  $r = 5$  mm



(b) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 5$  mm

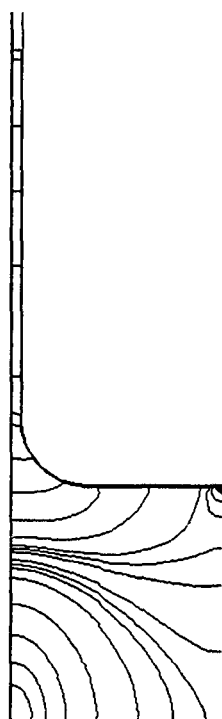


(c) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 6$  mm

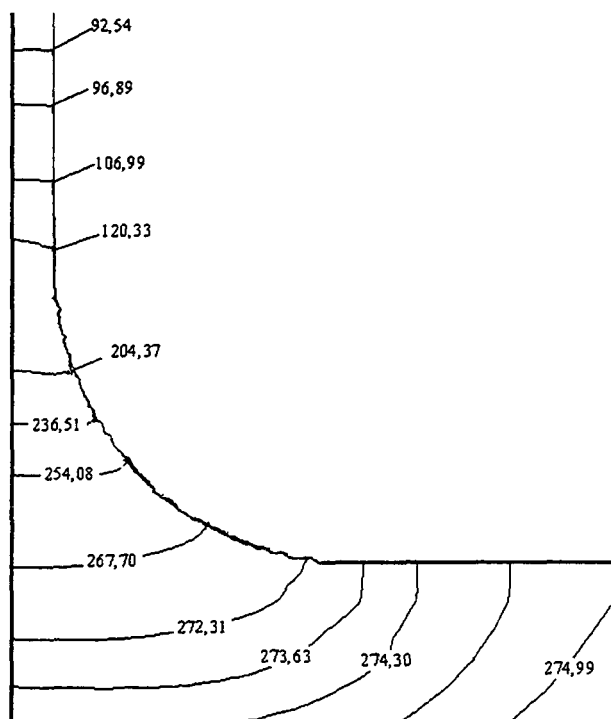


(d) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 7,25$  mm

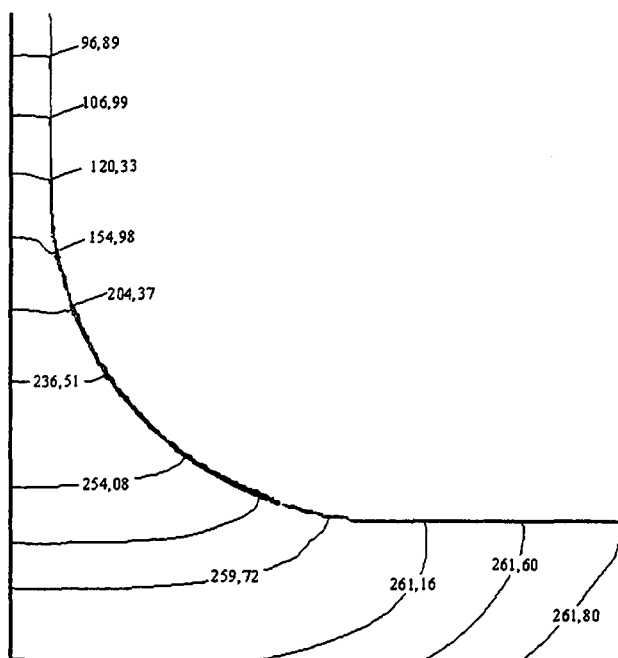
Figura 6.27 – Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s/d = 0,020$  e  $Re = 1000$ .



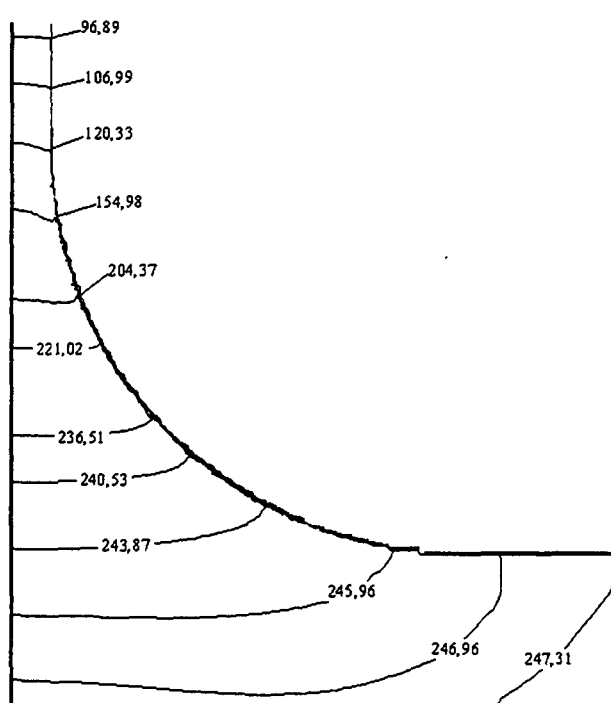
(a) Isobáricas no orifício de passagem e no difusor radial;  $r = 5$  mm



(b) Isobáricas na entrada do difusor;  $r = 5$  mm

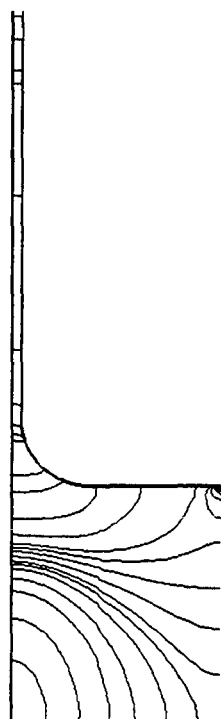


(c) Isobáricas na entrada do difusor;  $r = 6$  mm

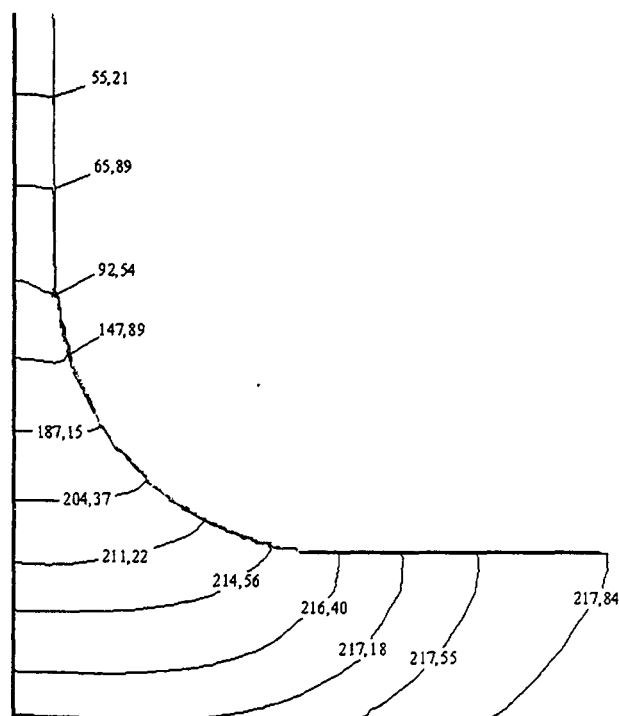


(d) Isobáricas na entrada do difusor;  $r = 7,25$  mm

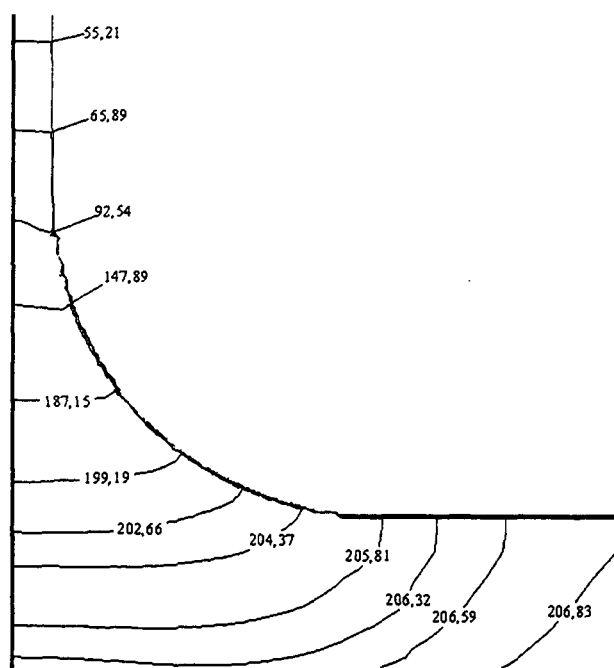
Figura 6.28 – Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 1500$ .



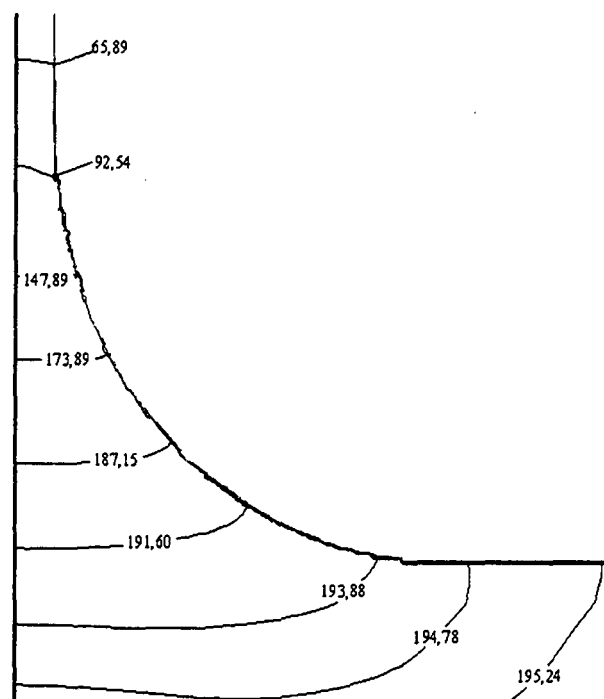
(a) Isobáricas no orifício de passagem e no difusor radial;  $r = 5$  mm



(b) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 5$  mm

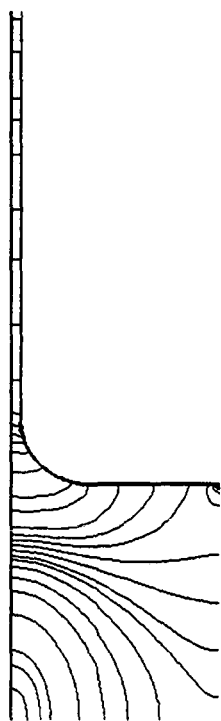


(c) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 6$  mm

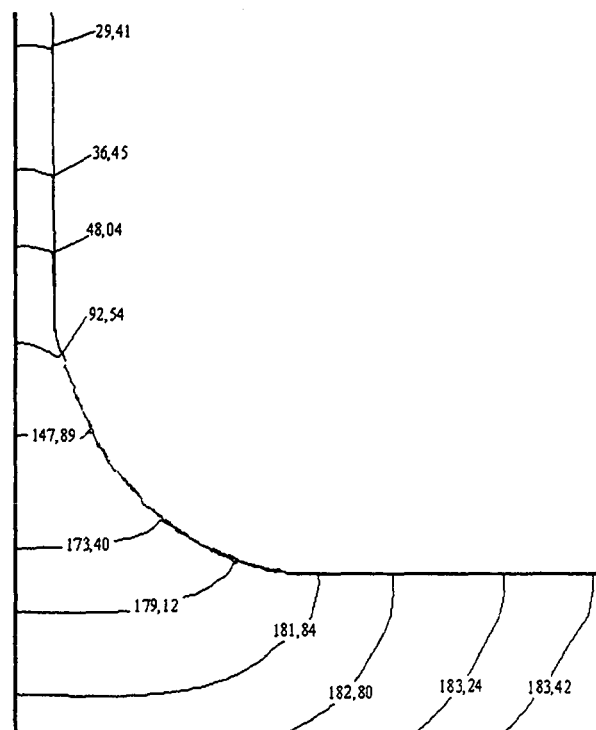


(d) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 7,25$  mm

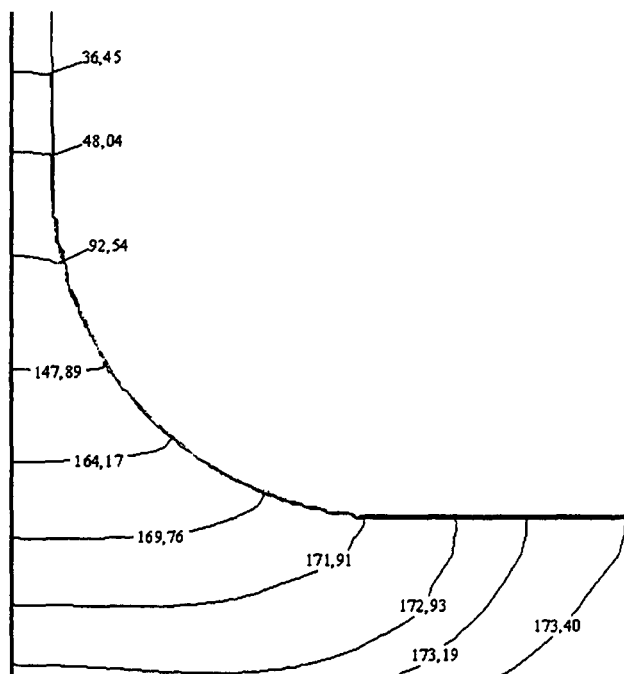
Figura 6.29 – Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 2000$ .



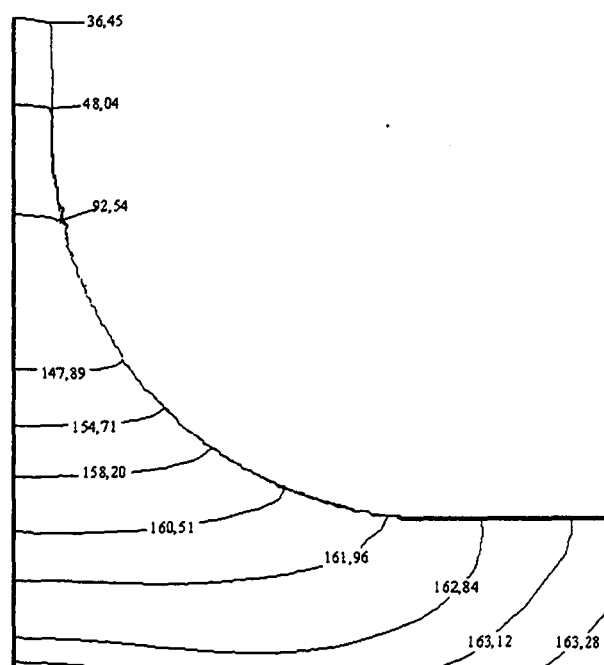
(a) Isobáricas no orifício de passagem e no difusor radial;  $r = 5$  mm



(b) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 5$  mm



(c) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 6$  mm



(d) Isobáricas na entrada do difusor;  
 $r = 7,25$  mm

Figura 6.30 – Influência do raio de arredondamento no assento sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s/d = 0,020$  e  $Re = 2500$ .

Os resultados obtidos numericamente, no presente capítulo, mostram a existência de uma forte dependência das áreas efetivas de escoamento e de força, da perda de carga, da força adimensional e do campo de pressão em relação ao número de Reynolds do escoamento, ao afastamento e ao raio de arredondamento utilizado na saída do orifício de passagem.

O conhecimento da distribuição de pressão radial sobre a palheta, possibilita um melhor entendimento das características do escoamento como função do número de Reynolds e do afastamento entre palheta e assento. É possível desta forma um esclarecimento maior acerca do balanço de forças atuando sobre a palheta.

Conclui-se com esta análise que a presença do raio de arredondamento na saída do orifício de passagem proporciona um aumento significativo nas áreas efetivas, em especial na área efetiva de força onde a influência (em percentagem) foi maior. A perda de carga também foi influenciada significativamente pelo raio de arredondamento do assento na saída do orifício de passagem. A metodologia ELAFINT utilizada na modelagem dos fluxos nos volumes interfaciais mostrou-se eficiente na solução de todos os escoamentos investigados.

## Escoamento através do Difusor com Inclinação no Assento e na Palheta

### 7.1 Introdução

Este capítulo fornece a solução numérica e análise de alguns resultados obtidos resolvendo o escoamento através do difusor radial inclinando palheta e assento simultaneamente. Inicialmente a geometria do difusor radial, identificando os locais de inclinação, é apresentada. Nas seções seguintes objetiva-se estudar e compreender o escoamento através de válvulas com assento e palheta inclinados. Vários resultados da simulação numérica, tais como perfil de pressão ao longo da palheta, força resultante sobre a palheta, perda de carga, áreas efetivas de força e de escoamento, são apresentados para diferentes inclinações.

Os campos de pressão e as linhas de corrente também são apresentados e analisados. Os resultados são obtidos para números de Reynolds entre 1000 e 2500, afastamentos adimensionais 0,012 e 0,020 e inclinações simultâneas de  $5^\circ$  a  $32^\circ$  no assento e na palheta.

Na figura 7.1 apresenta-se a geometria da válvula formada por um assento inclinado (chanfro) e uma palheta inclinada, cuja inclinação é a mesma do assento. O escoamento em regime laminar através do difusor é resolvido numericamente nesta geometria, utilizando a metodologia de cálculo introduzida na parte inicial da tese.

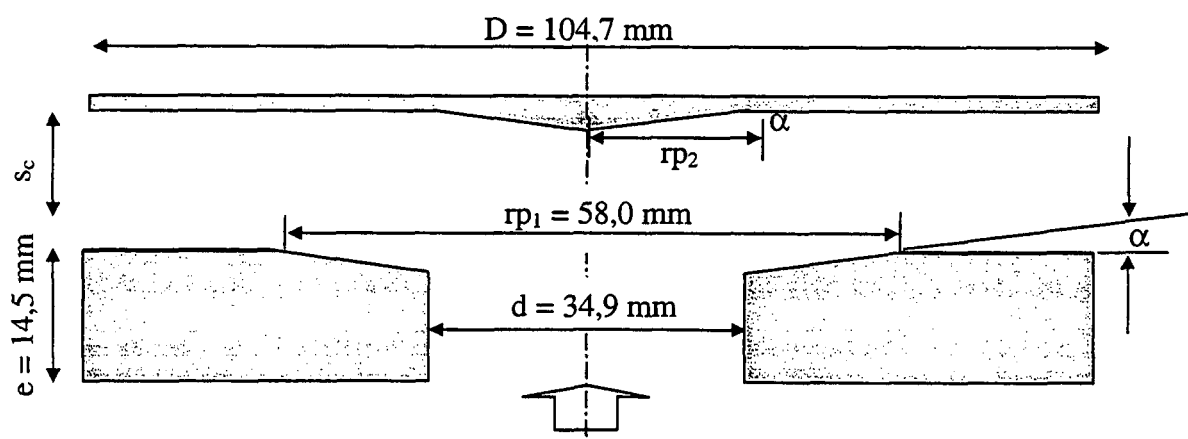


Figura 7.1 – Geometria da válvula com inclinação no assento e na palheta.



Na figura 7.1 a inclinação na palheta é feita a partir do centro da mesma seguindo em direção a entrada do difusor. A inclinação na palheta é igual a inclinação no assento. E a forma como é calculada a inclinação no assento já foi mostrada no capítulo 5 deste trabalho. O comprimento do chanfro é denominado  $rp_2$  ( $= rp_1/2-d/2$ ). A figura 7.2 aborda as diferentes inclinações que foram utilizadas na simulação numérica.

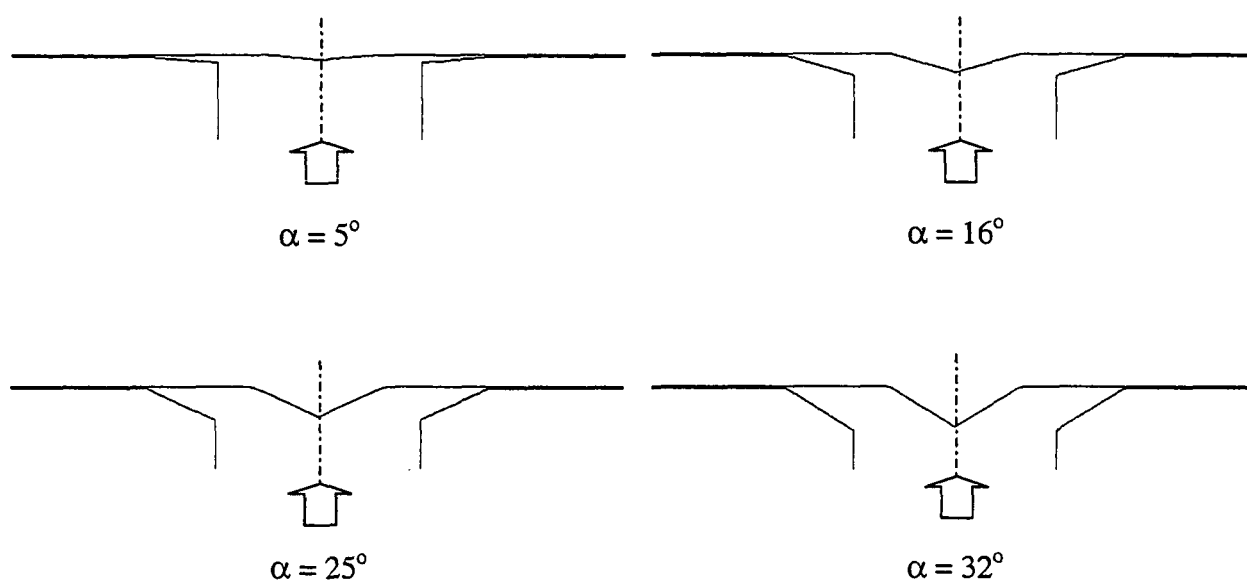
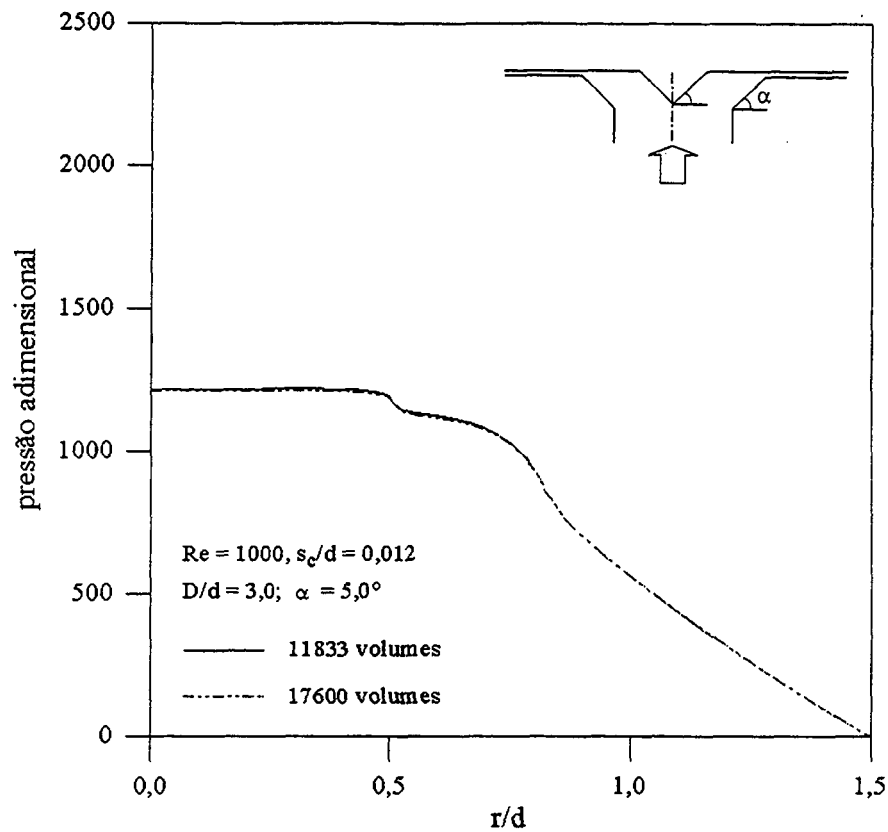
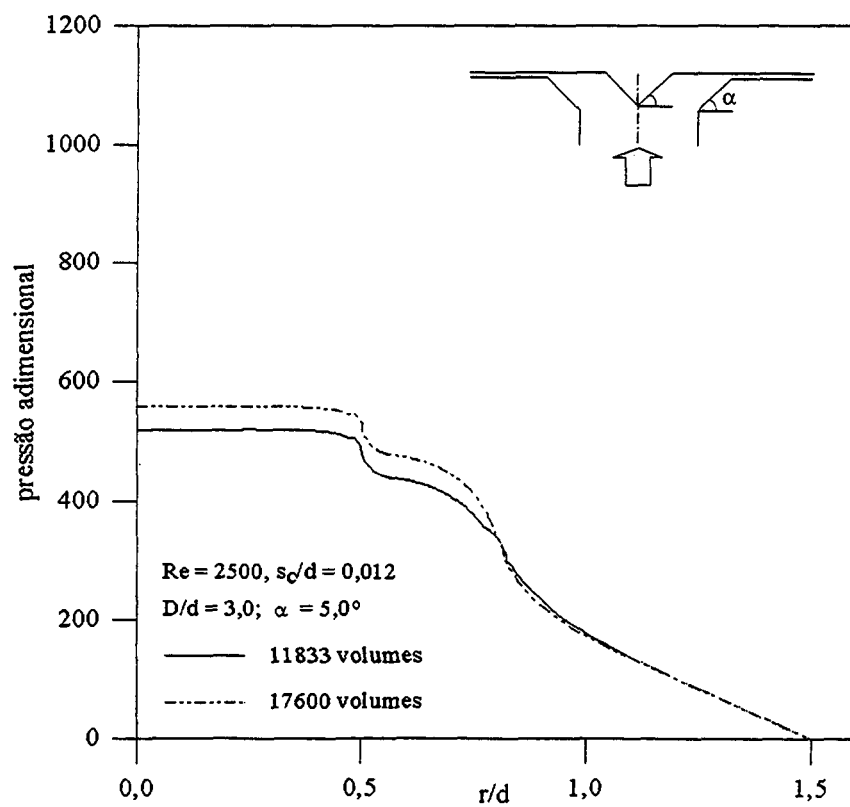


Figura 7.2 – Geometria do difusor para as diferentes inclinações no assento e na palheta,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

## 7.2 Perfil Radial de Pressão sobre a Palheta

Nesta seção primeiramente realiza-se um estudo do refino na malha computacional utilizada nas simulações numéricas. O estudo foi feito em duas malhas numéricas diferentes, conforme apresentado nas figuras 7.3 e 7.4. Nestas figuras indica-se o número total de volumes na região do fluido, isto é, apenas os volumes que estão na região da resolução numérica do escoamento. Observa-se que para o menor número de Reynolds os resultados para a malha mais grosseira não diferem dos resultados para a malha mais refinada, indicando que mesmo para a malha com menor número de volumes de controle a solução já é de boa qualidade. Já a figura 7.4 indica que com o aumento do número de Reynolds deve-se aumentar o refino da malha computacional utilizada nas simulações numéricas, com o objetivo de garantir resultados mais precisos.

Figura 7.3 – Análise do refino de malha para  $Re = 1000, s_c/d = 0,012$  e  $\alpha = 5^\circ$ .Figura 7.4 – Análise do refino de malha para  $Re = 2500, s_c/d = 0,012$  e  $\alpha = 5^\circ$ .

Os perfis de pressão são apresentados em 24 casos classificados pelo número de Reynolds e pelos afastamentos adimensionais como:

- (i)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ, 16^\circ$ ;
- (ii)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1500$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $16^\circ$ ;
- (iii)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 2000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $16^\circ$ ;
- (iv)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 2500$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $16^\circ$ ;
- (v)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 1000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $16^\circ$ ;
- (vi)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 1500$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $16^\circ$ ;
- (vii)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 2000$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $16^\circ$ ;
- (viii)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 2500$ ;  $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$  e  $16^\circ$ .

A pressão atuando na superfície da palheta é adimensionalizada, conforme descrito no capítulo 4. As figuras 7.5 a 7.12 mostram como a distribuição radial de pressão sobre a palheta se comporta para as diversas inclinações e diferentes números de Reynolds e afastamento entre palheta e assento conforme já observado nos capítulos anteriores, uma característica comum da distribuição de pressão em todas as curvas é a região do patamar ( $r/d \leq 0,5$ ), como já comentado esta região corresponde à área da palheta que recebe frontalmente o impacto do fluido, consequência do pequeno afastamento entre palheta e assento, criando uma região central de estagnação do fluido. À medida que o afastamento aumenta, a pressão diminui. Logo após a região de estagnação observa-se uma queda pequena da pressão, próxima à entrada do difusor.

Uma segunda e pequena região onde a pressão se mantém aproximadamente constante aparece devido à inclinação do assento, onde o fluido ainda tenta escoar axialmente. Na sequência há uma queda de pressão decorrente da mudança de direção do fluxo. O fluido que tenderia a escoar axialmente é forçado a escoar radialmente, com conseqüente aceleração e queda de pressão. Os perfis de pressão apresentados neste capítulo são muito parecidos com aqueles obtidos inclinando apenas o assento. Para explorar estas duas geometrias com maiores detalhes, uma comparação entre ambas é apresentada na seção 7.5.

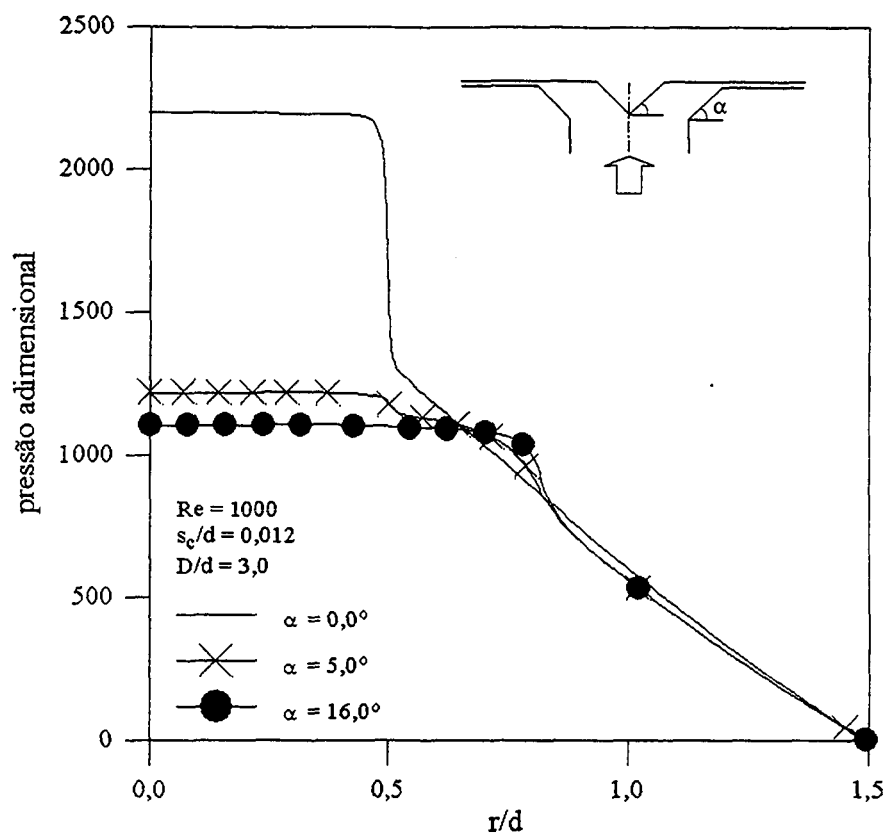


Figura 7.5 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento e na palheta,  $Re = 1000$  e  $s_c/d = 0,012$ .

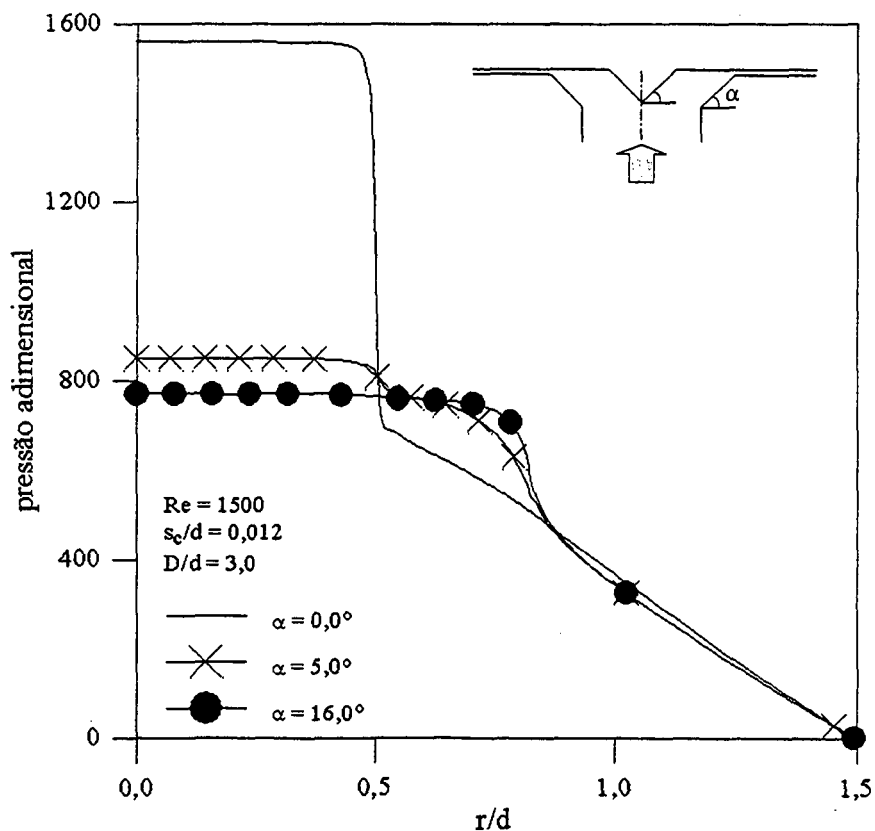


Figura 7.6 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento e na palheta,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,012$ .

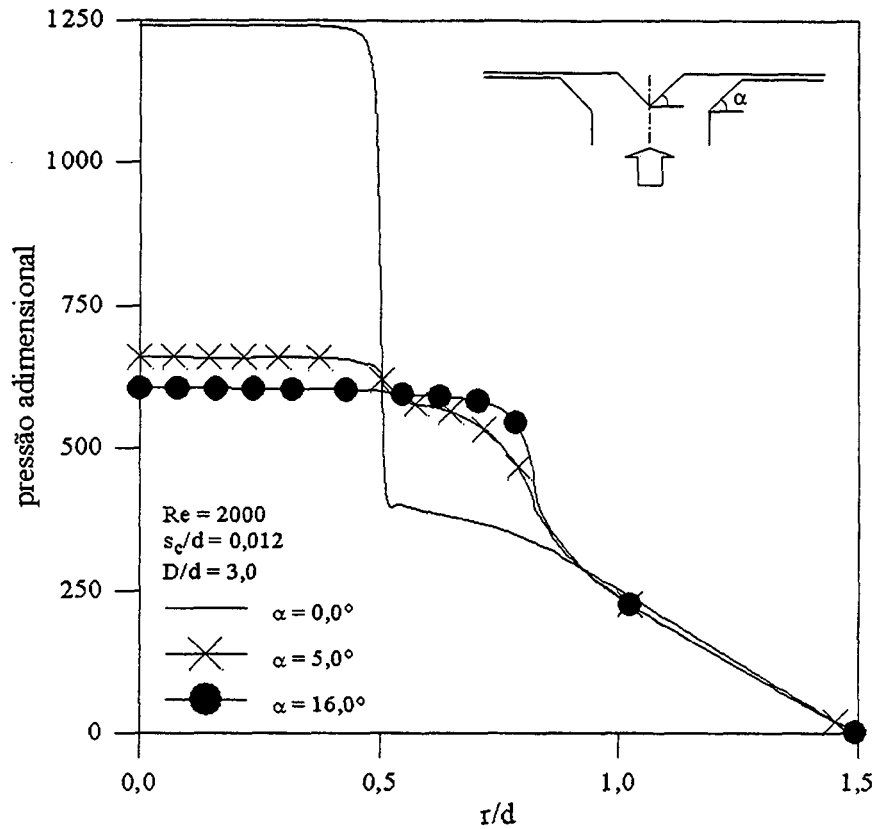


Figura 7.7 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento e na palheta,  $Re = 2000$  e  $s_c/d = 0,012$ .

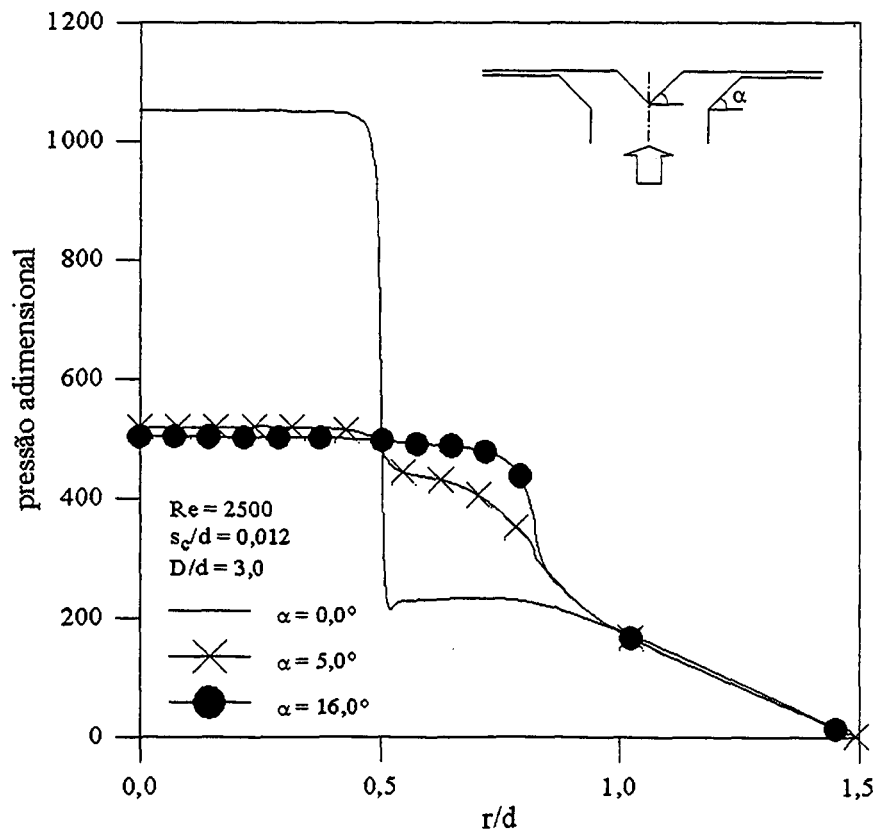


Figura 7.8 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento e na palheta,  $Re = 2500$  e  $s_c/d = 0,012$ .

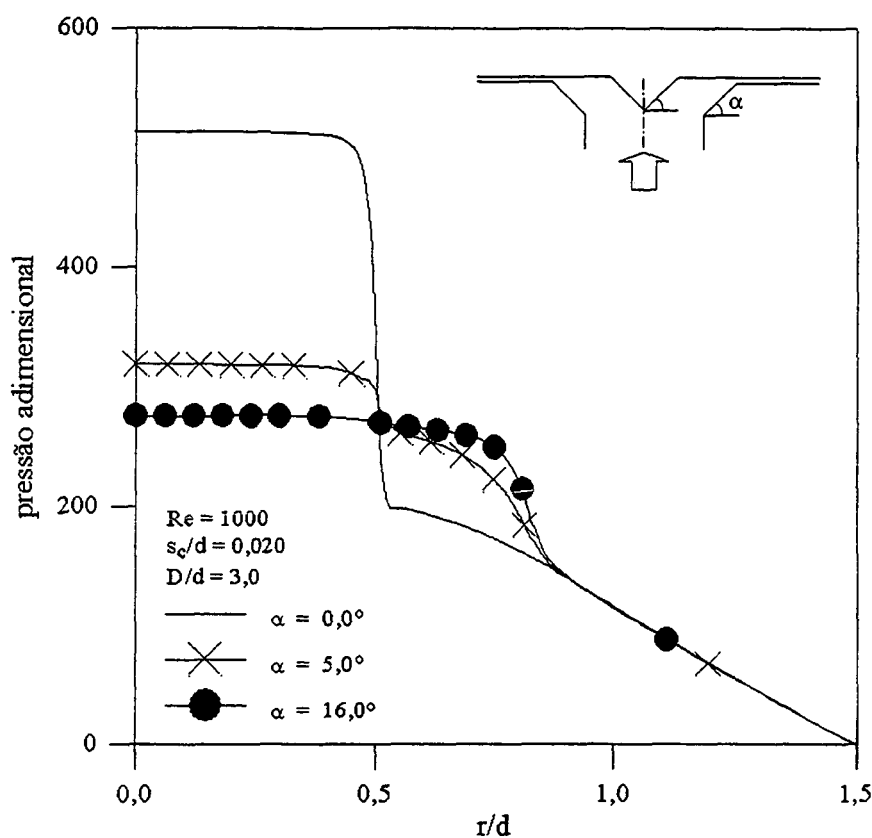


Figura 7.9 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento e na palheta,  $Re = 1000$  e  $s_c/d = 0,020$ .

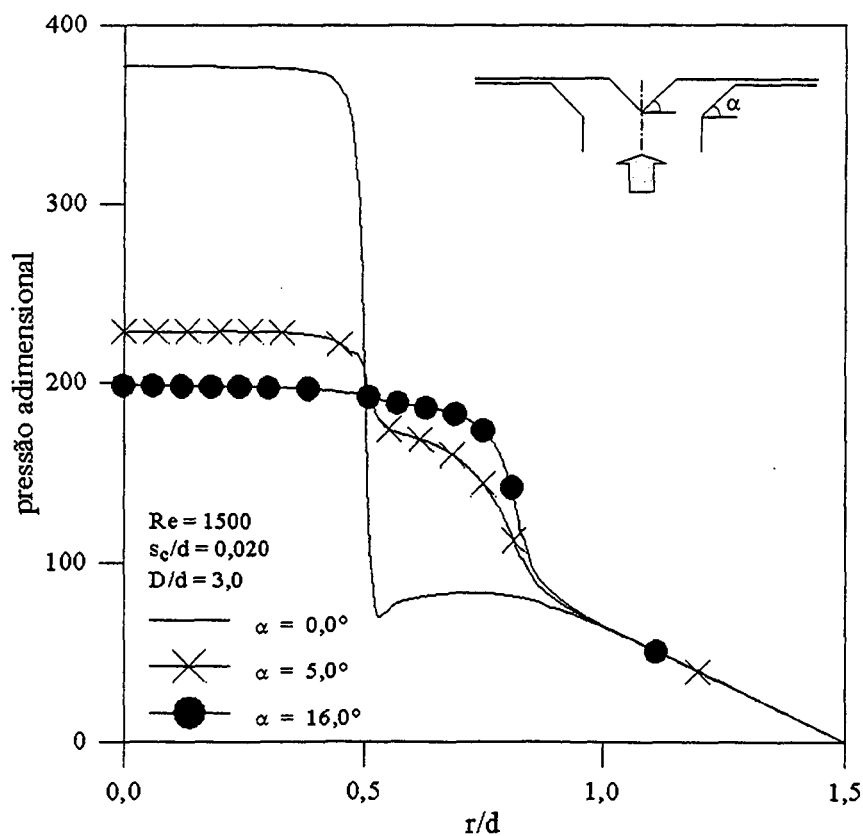


Figura 7.10 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento e na palheta,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,020$ .

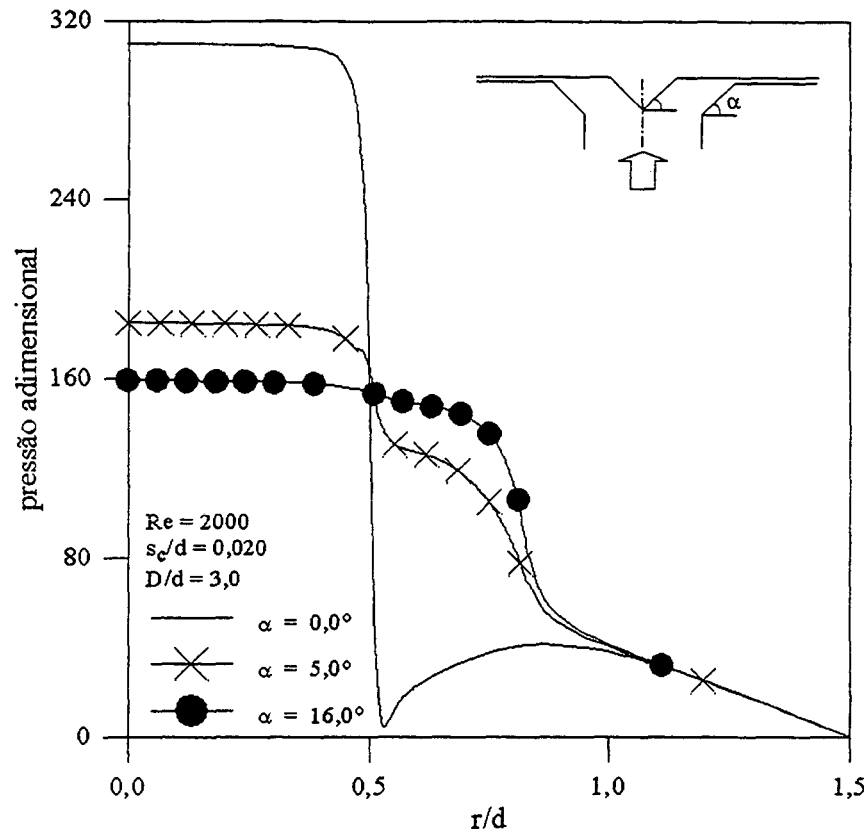


Figura 7.11 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento e na palheta,  $Re = 2000$  e  $s_c/d = 0,020$ .

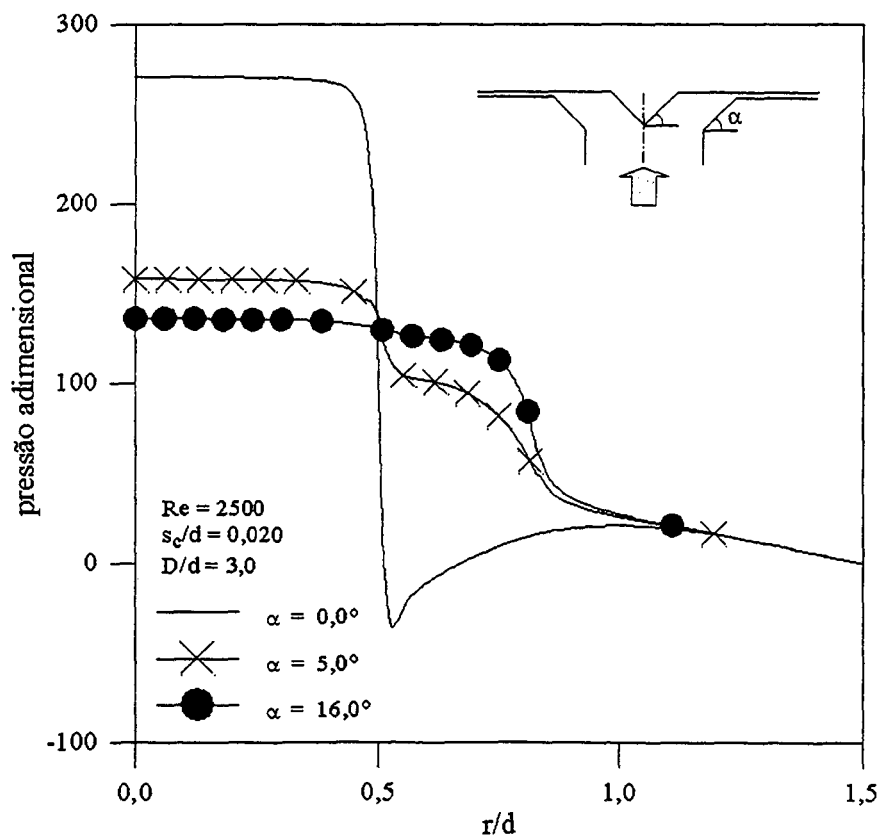


Figura 7.12 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para diferentes inclinações no assento e na palheta,  $Re = 2500$  e  $s_c/d = 0,020$ .

### 7.3 Força Adimensional sobre a Palheta e Perda de Carga

Nesta seção, a força resultante sobre a palheta é apresentada. Ela é responsável pela abertura e fechamento da válvula, tornando-se de grande importância sua análise. A força adimensionalizada é apresentada nas figuras 7.13 e 7.14 para os afastamentos adimensionais  $s_c/d$  igual a 0,012 e 0,020, respectivamente. Ambas as adimensionalizações já foram descritas neste trabalho.

Os resultados mostrados nas figuras 7.13 e 7.14 são muito semelhantes àqueles das figuras 5.19 e 5.20 onde apenas o assento possui inclinação. Em virtude desta semelhança tudo o que foi dito naquele capítulo sobre as tendências das curvas também se aplica aqui e não será repetido. Contudo, os valores aqui obtidos para a força adimensional são menores dos valores obtidos inclinando apenas o assento. Os resultados para a perda de carga, parâmetro não menos importante que a força no desempenho de válvulas automáticas, são apresentados nas figuras 7.15 e 7.16. Observa-se que a perda de carga decresce bruscamente com o aumento da inclinação do assento e da palheta para ambos os afastamentos e todos os números de Reynolds utilizados. Novamente se deve observar a grande semelhança entre as figuras 7.15 e 7.16 com as figuras 5.21 e 5.22.

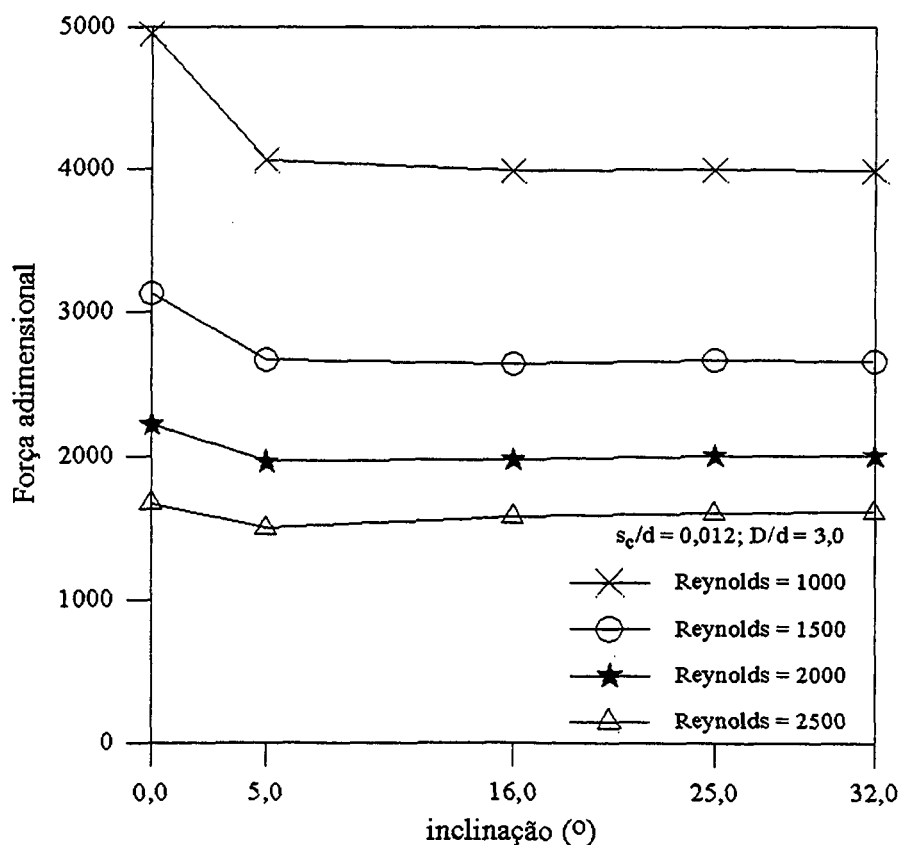


Figura 7.13 – Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes inclinações no assento e na palheta;  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .



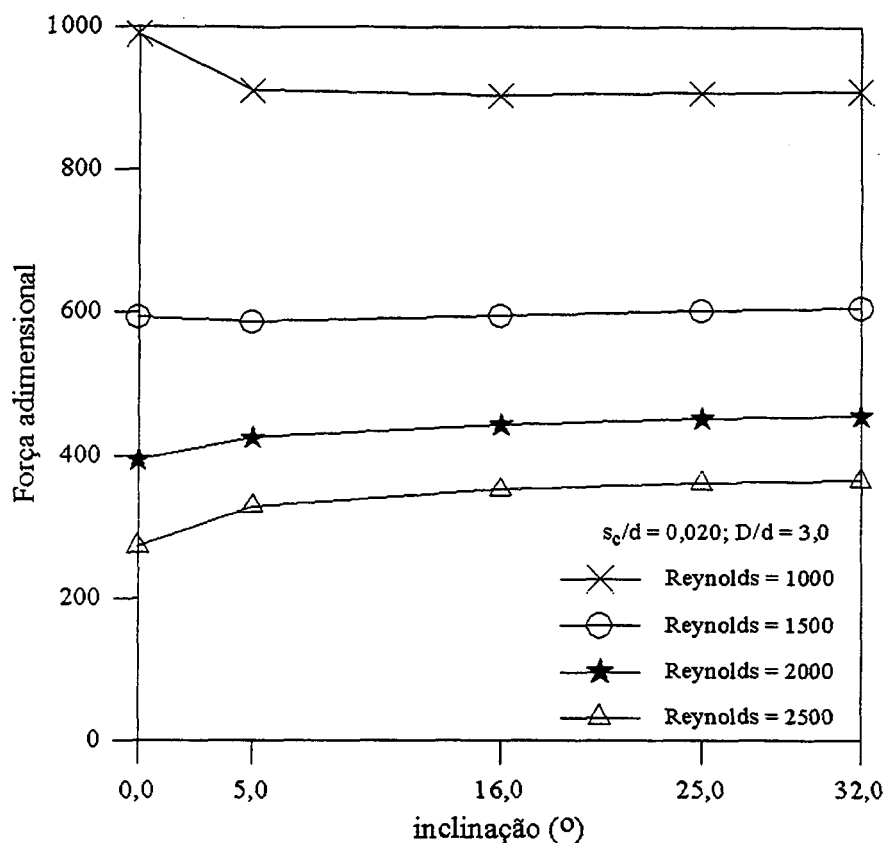


Figura 7.14 – Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes inclinações no assento e na palheta;  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

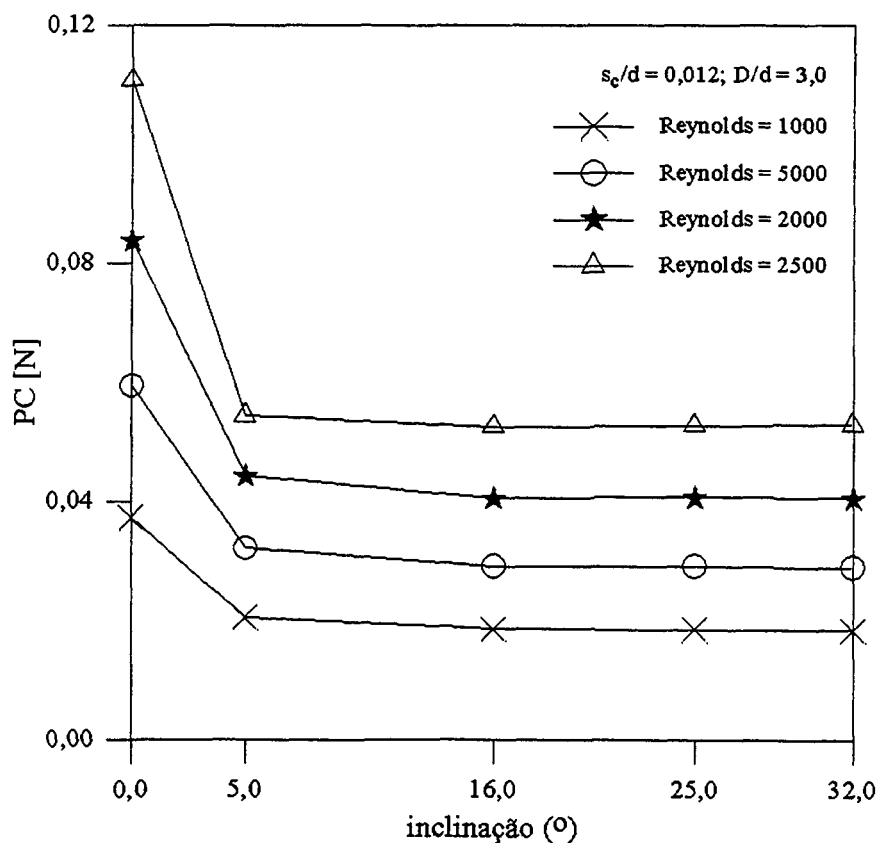


Figura 7.15 – Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes inclinações no assento e na palheta;  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

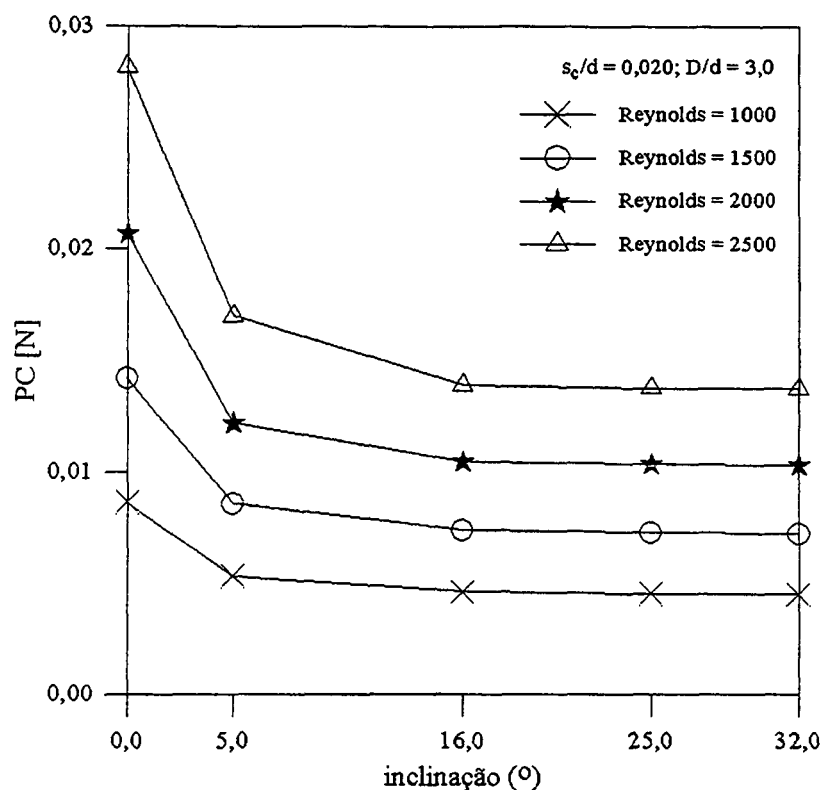


Figura 7.16 – Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes inclinações no assento e na palheta;  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

#### 7.4 Parâmetros de Eficiência

Nesta seção serão exploradas as áreas efetivas de escoamento e de força. Conforme já apresentado as áreas efetivas de escoamento e força são parâmetros utilizados na simulação numérica do funcionamento de compressores e servem para avaliar a eficiência do sistema de válvulas. A área efetiva de escoamento indica a perda de carga a qual é submetido o fluido ao atravessar a válvula, e a área efetiva de força indica a força exercida pelo escoamento sobre a palheta para deslocá-la. Quanto maior a área efetiva de escoamento maior a vazão de fluido associado a uma determinada diferença de pressão. Quanto maior a área efetiva de força maior o deslocamento da palheta o que facilita o enchimento e esvaziamento do cilindro. Logo, com a modificação de parâmetros geométricos da válvula é esperado que as áreas efetivas aumentem, melhorando o desempenho das válvulas.

As figuras 7.17 e 7.18 apresentam o comportamento da área efetiva de escoamento adimensional para quatro números de Reynolds e afastamentos adimensionais,  $s_c/d$ , igual a 0,012 e 0,020, respectivamente. Ambas figuras mostram que a área efetiva de escoamento aumenta com o aumento da inclinação simultânea do assento e da palheta, e os valores são muito

próximos daqueles obtidos inclinando apenas o assento. Após a inclinação de  $16^\circ$  não observa mudança significativa nos valores da área efetiva de escoamento.

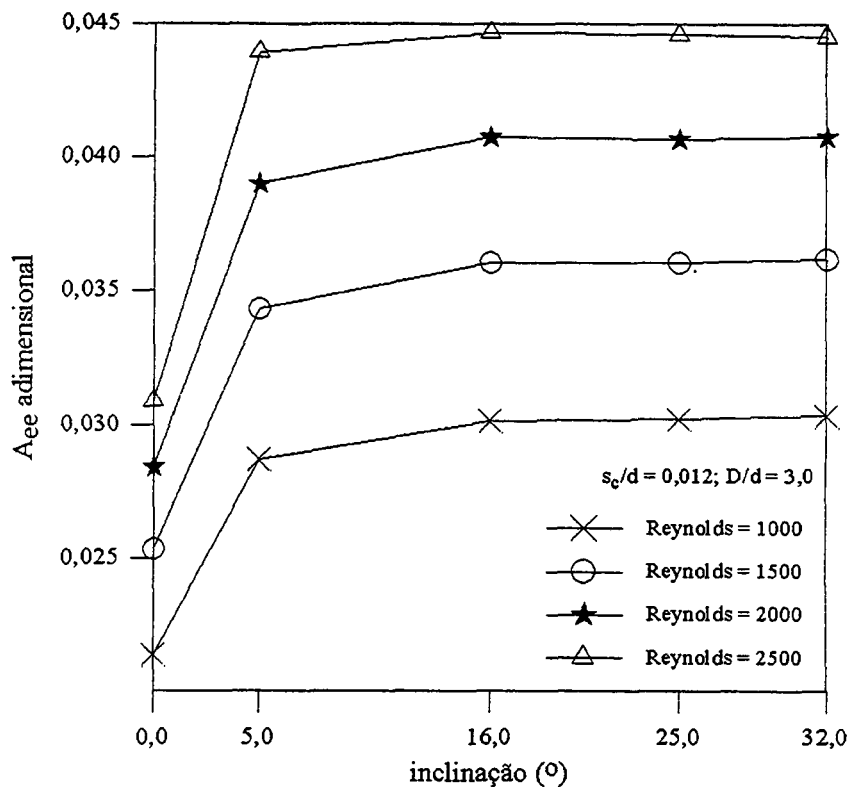


Figura 7.17 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes inclinações no assento e na palheta;  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

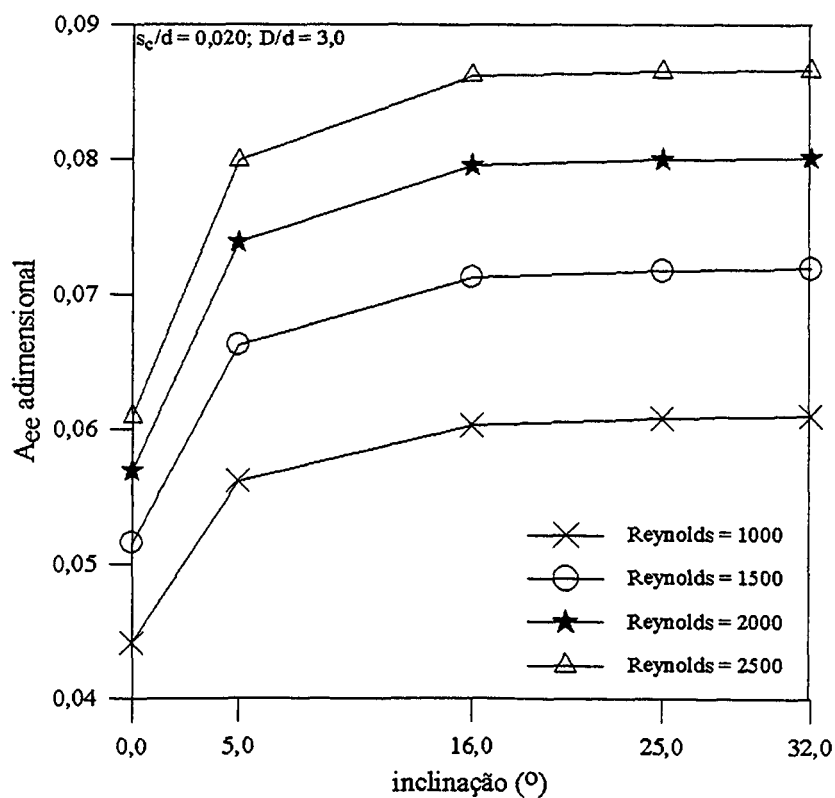


Figura 7.18 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes inclinações no assento e na palheta;  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

Nas figuras 7.19 e 7.20 a área efetiva de força adimensional é apresentada para quatro números de Reynolds e afastamentos adimensionais,  $s_c/d$ , igual a 0,012 e 0,020, respectivamente. Novamente, observa-se um crescimento da área efetiva de força com o aumento da inclinação no assento e na palheta da mesma forma observada quando apenas o assento possuía inclinação.

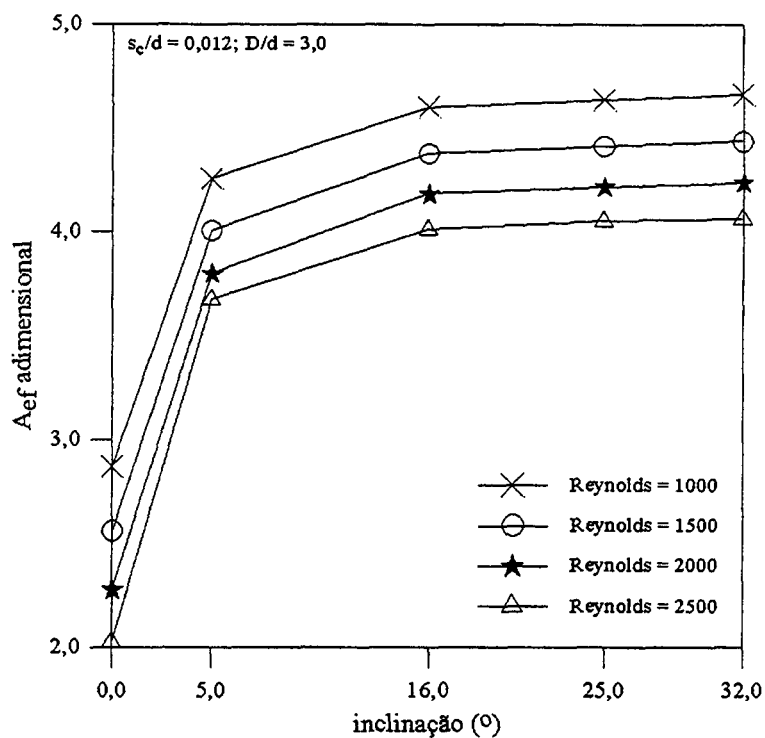


Figura 7.19 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes inclinações no assento e na palheta;  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

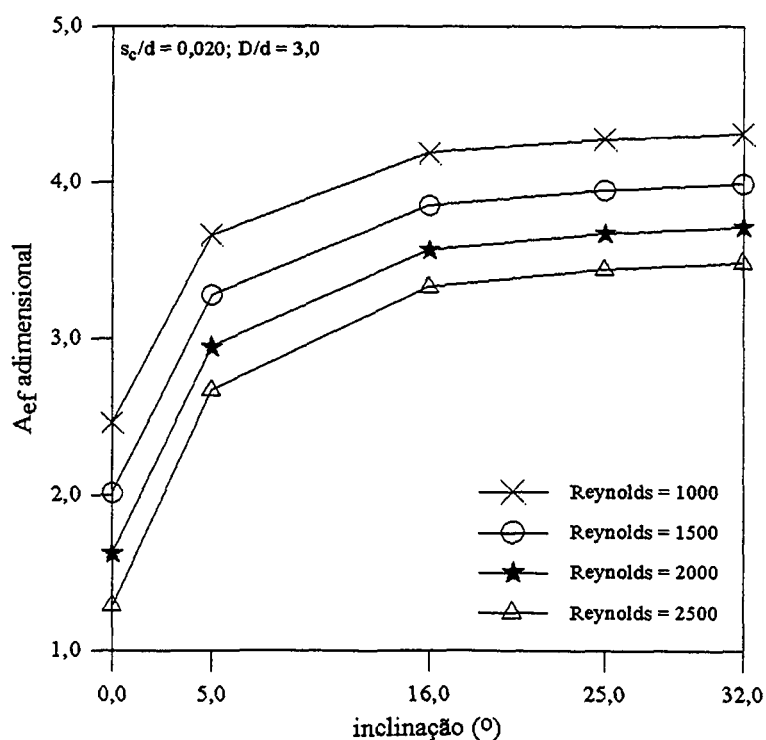


Figura 7.20 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes inclinações no assento e na palheta;  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

Os resultados apresentados indicam que uma pequena inclinação no assento e na palheta da válvula já produz uma mudança relevante no comportamento dos parâmetros de eficiência.

## 7.5 Comentários Gerais

As tabelas 7.1 e 7.2 apresentam os valores obtidos numericamente para os diversos casos de inclinação simultânea no assento e na palheta, analisados neste trabalho.

Tabela 7.1—Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional, para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e inclinações no assento e na palheta.

$\alpha$	Reynolds	PC [N]	$A_{eea}$	$A_{efa}$	$F_a$
0°	1000	0,037220	0,021337	2,868033	4951,989
	1500	0,059294	0,025332	2,557714	3130,255
	2000	0,083780	0,028399	2,276417	2217,001
	2500	0,110712	0,030866	2,021548	1666,898
5°	1000	0,020556	0,028666	4,252429	4063,540
	1500	0,032192	0,034317	4,002935	2669,109
	2000	0,044246	0,038982	3,798273	1962,884
	2500	0,054318	0,043915	3,673114	1495,793
16°	1000	0,018640	0,030094	4,598307	3986,918
	1500	0,029192	0,036022	4,374154	2647,067
	2000	0,040497	0,040727	4,177922	1978,080
	2500	0,052517	0,044651	4,005529	1577,806
25°	1000	0,018540	0,030174	4,634206	3996,639
	1500	0,029193	0,036022	4,407087	2667,107
	2000	0,040657	0,040647	4,212063	2002,030
	2500	0,052709	0,044571	4,048236	1600,373
32°	1000	0,018396	0,030292	4,659836	3987,573
	1500	0,028974	0,036156	4,433376	2663,107
	2000	0,040466	0,040742	4,233997	2003,105
	2500	0,052872	0,044503	4,058099	1609,170

Na tabela 7.1 observa-se que, conforme esperado, a perda de carga diminui com o aumento da inclinação simultânea do assento e da palheta. Com a inclinação de apenas 5° a perda de carga diminui em média 47% comparando-a com os valores obtidos sem a inclinação, para todos os números de Reynolds analisados. Aumentando a inclinação a perda de carga tende a continuar diminuindo, porém em uma proporção menor. Na mesma tabela a área efetiva de escoamento adimensional aumenta em média 37% com o aumento da inclinação do assento e da palheta em 5°. Para inclinações maiores, os valores da área efetiva de escoamento continuam aumentando, contudo este aumento não é tão relevante.

Na quinta coluna da tabela 7.1 são apresentados os valores da área efetiva de força adimensional, aumentando 48%, 56%, 67% e 82% com a inclinação de 5° para os números de

Reynolds 1000, 1500, 2000 e 2500, respectivamente. Para inclinações maiores os valores da área efetiva de escoamento continuam aumentando significativamente.

A força adimensional, presente na sexta coluna da tabela 7.1, apresenta uma queda de aproximadamente 15% com a inclinação simultânea de 5° do assento e da palheta. É importante observar que para os números de Reynolds maiores a força adimensional sobre a palheta tende a aumentar com o aumento do ângulo de inclinação.

Tabela 7.2 - Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensional para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e inclinações no assento e na palheta.

$\alpha$	Reynolds	PC [N]	$A_{cca}$	$A_{efa}$	$F_a$
0°	1000	0,008633	0,044184	2,459499	989,2310
	1500	0,014201	0,051600	2,012175	593,3962
	2000	0,020689	0,056934	1,624449	393,5190
	2500	0,028167	0,060932	1,285811	271,9582
5°	1000	0,005313	0,056187	3,659967	910,2794
	1500	0,008556	0,066252	3,272666	585,4344
	2000	0,012187	0,073850	2,945494	424,0745
	2500	0,016961	0,079919	2,668657	328,0868
16°	1000	0,004599	0,060335	4,188637	903,4540
	1500	0,007373	0,071267	3,850860	595,3302
	2000	0,010458	0,079578	3,566763	442,2498
	2500	0,013885	0,086232	3,326761	351,2947
25°	1000	0,004519	0,060856	4,278143	907,0127
	1500	0,007267	0,071776	3,949759	601,9803
	2000	0,010342	0,080010	3,672930	450,5067
	2500	0,013747	0,086546	3,439426	360,5637
32°	1000	0,004494	0,061023	4,310659	908,9124
	1500	0,007228	0,071963	3,989879	604,9489
	2000	0,010306	0,080146	3,714414	454,0464
	2500	0,013718	0,086636	3,483651	364,4382

Na tabela 7.2, os valores dos vários parâmetros de eficiência para o afastamento adimensional 0,020 são apresentados. Na terceira coluna observa-se que a perda de carga para a inclinação simultânea do assento e da palheta em 5°, decresce em média aproximadamente 40% em relação à perda de carga obtida na resolução do escoamento com a válvula sem inclinação. Aumentando a inclinação do assento e da palheta nota-se que a perda de carga continua decrescendo, o que é promissor.

Na mesma tabela, a área efetiva de escoamento adimensional aumenta em média 29% e a área efetiva de força adimensional aumenta 49%, 62%, 81% e 107% para os números de Reynolds 1000, 1500, 2000 e 2500, respectivamente, com a inclinação de apenas 5°. Aumentando a inclinação estes parâmetros de eficiência tendem a aumentar progressivamente.

A força adimensional decresce com o número de Reynolds 1000 para todas as inclinações analisadas. Para Reynolds 1500 e inclinações maiores que  $5^\circ$  a força adimensional volta a aumentar. Para os números de Reynolds 2000 e 2500 a força adimensional sobre a palheta aumenta com o aumento da inclinação.

A comparação entre os resultados obtidos para o perfil de pressão inclinando apenas o assento e inclinando o assento e a palheta é feita para um número de Reynolds,  $Re = 1500$ , e para dois afastamentos entre palheta e assento. Os resultados são classificados em oito casos, ilustrados nas figuras 7.21 e 7.22 e apresentados a seguir,

- (i) inclinação no assento,  $s_c/d = 0,012$ ;  $\alpha = 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (ii) inclinação no assento e na palheta,  $s_c/d = 0,012$ ;  $\alpha = 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (iii) inclinação no assento,  $s_c/d = 0,020$ ;  $\alpha = 5^\circ$  e  $32^\circ$ ;
- (iv) inclinação no assento e na palheta,  $s_c/d = 0,020$ ;  $\alpha = 5^\circ$  e  $32^\circ$ .

A tabela 7.3 apresenta os valores da força adimensional e da perda de carga, obtidos inclinando assento e inclinando simultaneamente assento e palheta da válvula, para  $Re = 1500$ . Observa-se na tabela que, com a inclinação da palheta, a força adimensional aumenta apenas quando  $s_c/d = 0,020$  e  $\alpha = 5^\circ$ . A inclinação simultânea na palheta e no assento da válvula resulta em uma queda na perda de carga exceto para  $s_c/d = 0,020$  com a inclinação de  $5^\circ$ .

Os resultados mostram que a inclinação simultânea da palheta e do assento da válvula tende a diminuir a perda de carga e a força sobre a palheta. Não é possível afirmar que a inclinação simultânea do assento e da palheta produz um desempenho superior ao obtido apenas inclinando o assento da válvula, com a inclinação da palheta há um aumento da região de atrito viscoso fazendo com que a área efetiva de força adimensional diminua para  $s_c/d = 0,012$ , o que não é benéfico para o desempenho da válvula.

Tabela 7.3 - Influência da inclinação no assento e inclinação no assento e na palheta no cálculo da força adimensional e perda de carga, para  $D/d = 3,0$  e  $Re = 1500$ .

Casos \ Inclinação	$F_a$		PC [N]	
	$5^\circ$	$32^\circ$	$5^\circ$	$32^\circ$
(i)	2801,59	2846,64	0,037869	0,031069
(ii)	2669,11	2663,11	0,032192	0,028974
(iii)	573,46	615,31	0,008361	0,007376
(iv)	585,43	604,95	0,008556	0,007228

Das figuras 7.21 e 7.22 observa-se que a distribuição de pressão adimensional sobre a palheta é um pouco menor na região que recebe frontalmente o fluido quando há uma inclinação na palheta, já na entrada da região do difusor  $0,5 \leq r/d \leq 0,8$  as pressões tendem a ser maiores que as obtidas apenas com a inclinação no assento. Este resultado é previsível uma vez que a inclinação da palheta facilita a entrada do fluido na região do difusor. Esta queda de pressão na região que recebe frontalmente o fluido é mais acentuada, para o menor afastamento entre palheta e assento. Para o afastamento  $s_c/d = 0,020$ , o efeito da inclinação da palheta é muito pequeno, conforme aponta a figura 7.22.

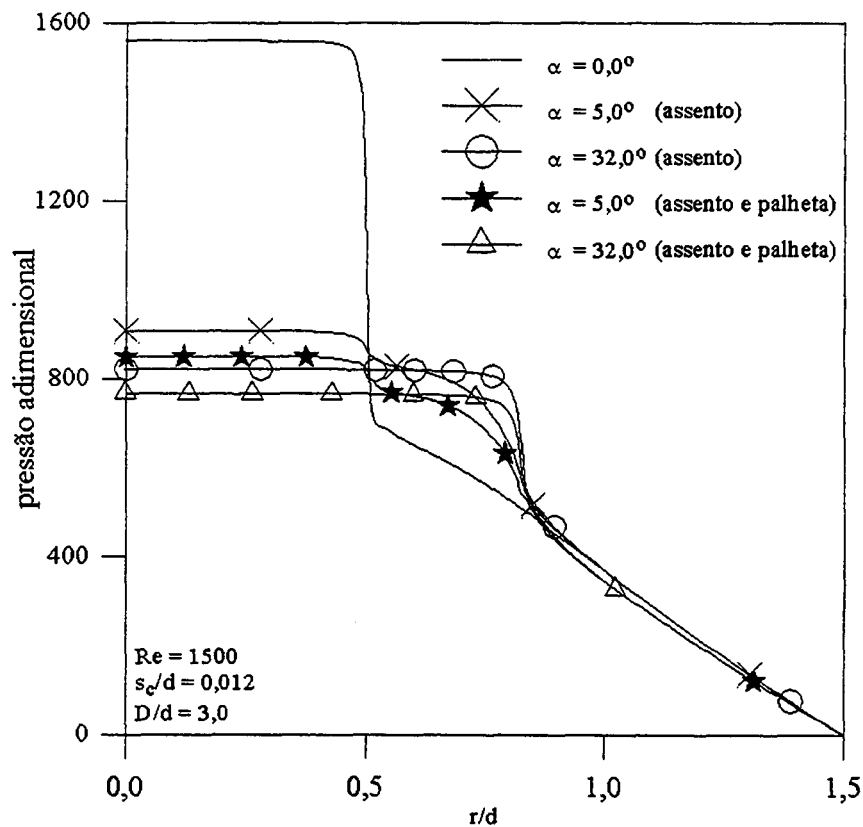


Figura 7.21 – Comparação dos perfis adimensionais de pressão para diferentes inclinações no assento e inclinações no assento e na palheta,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,012$ .



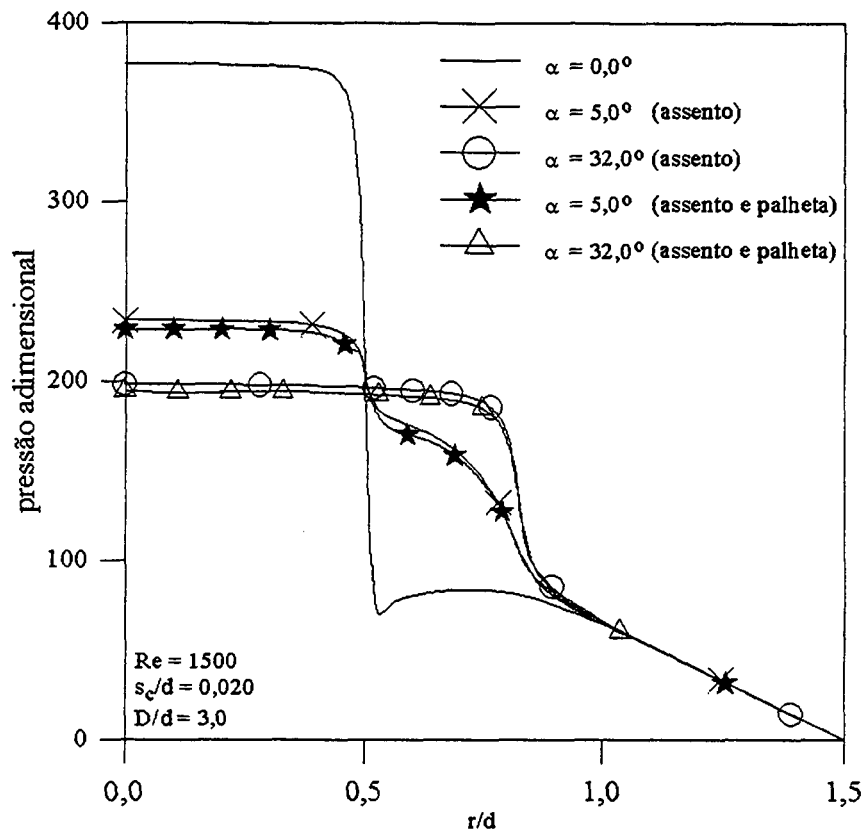


Figura 7.22 – Comparação dos perfis adimensionais de pressão para diferentes inclinações no assento e inclinações no assento e na palheta,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,020$ .

## 7.6 Linhas de Corrente

Analisando as figuras 7.23 a 7.26, que mostram as linhas de corrente para o afastamento adimensional 0,012 e quatro números de Reynolds, percebe-se que a inclinação no assento e na palheta facilita sobremaneira a entrada do fluido na região do difusor. Nota-se que as inclinações não favorecem a formação de regiões de recirculação em nenhum dos casos estudados.

O aumento do número de Reynolds não altera o padrão das linhas de corrente. Embora as figuras 7.23 a 7.26 sejam para  $s_c/d = 0,012$ , o afastamento  $s_c/d = 0,020$  apresenta linhas de corrente semelhantes e por isto não foram incluídas aqui.

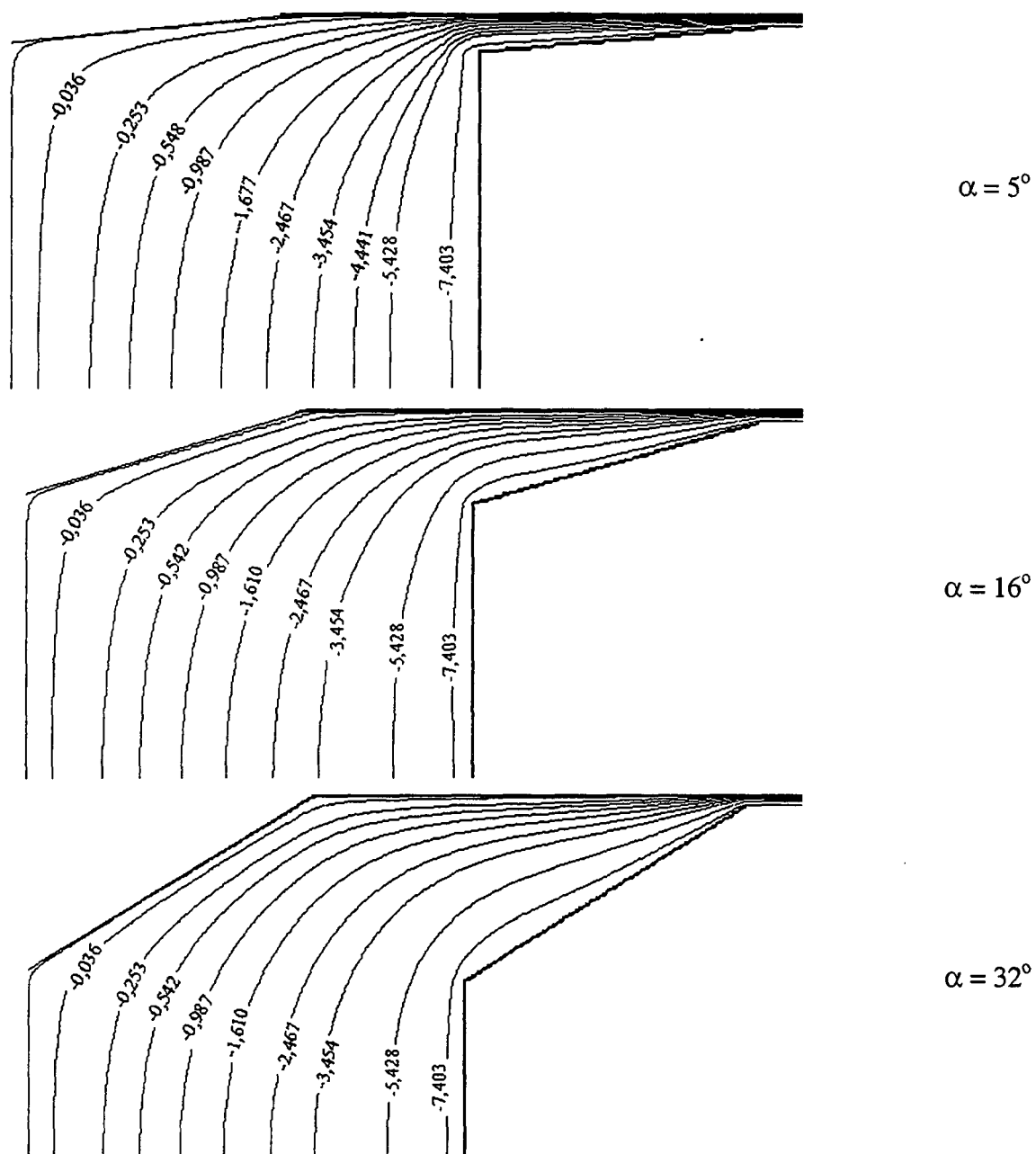


Figura 7.23 – Influência da inclinação do assento e da palheta sobre as linhas de corrente  
( $\times 10^{-5}$ );  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ .

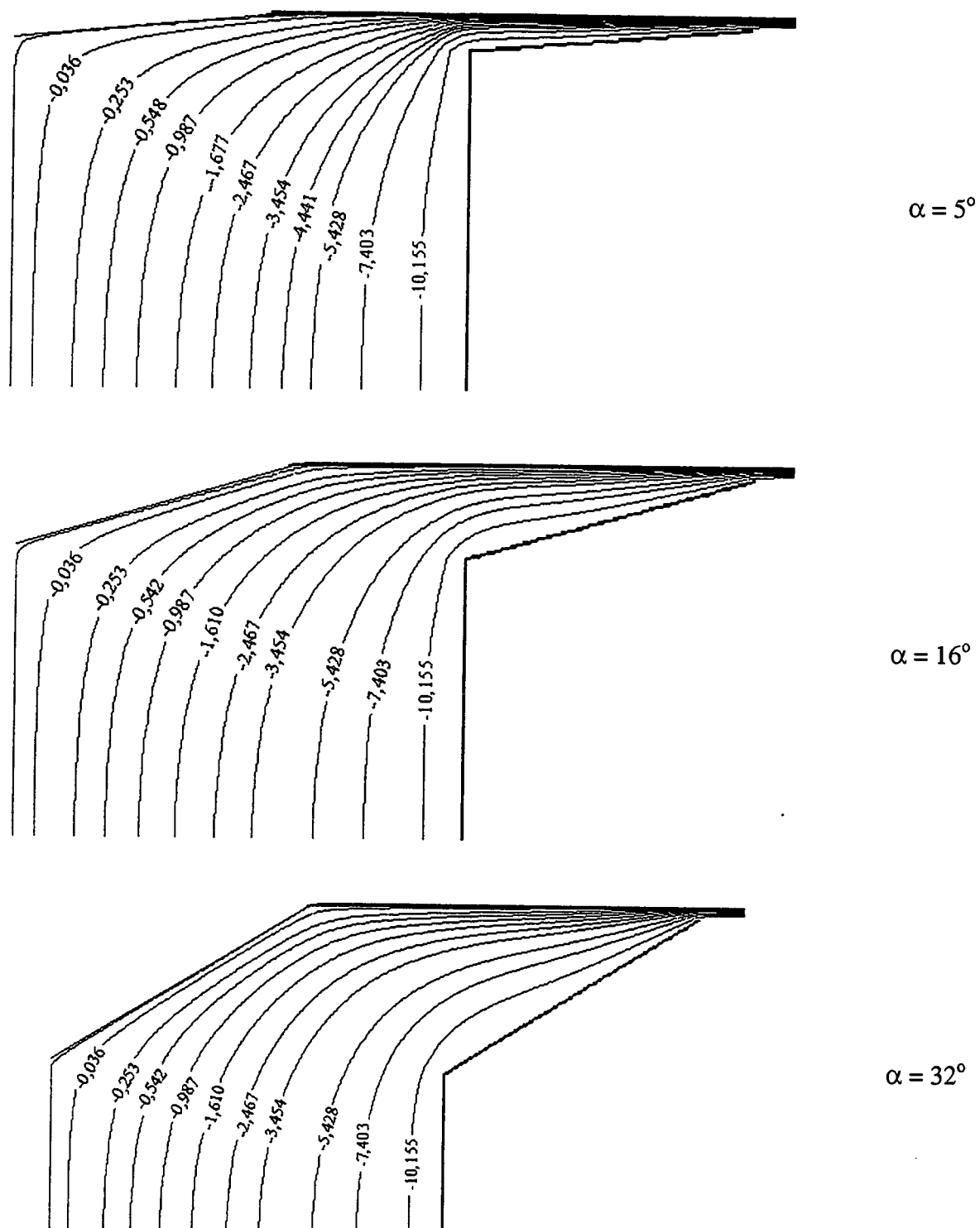


Figura 7.24 – Influência da inclinação do assento e da palheta sobre as linhas de corrente  
( $\times 10^{-5}$ );  $D/d = 3,0$ ;  $s_e/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ .

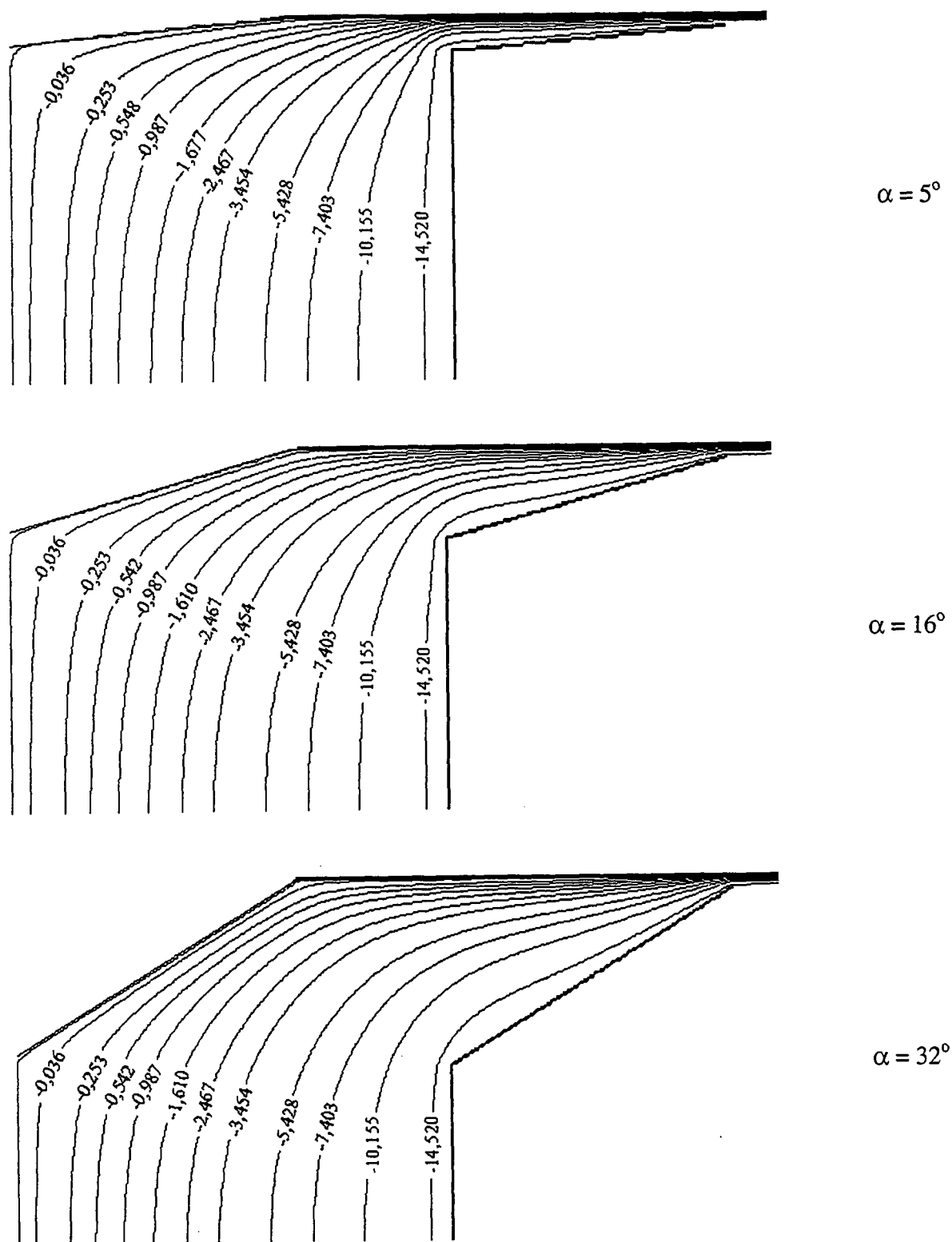


Figura 7.25 – Influência da inclinação do assento e da palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 2000$ .

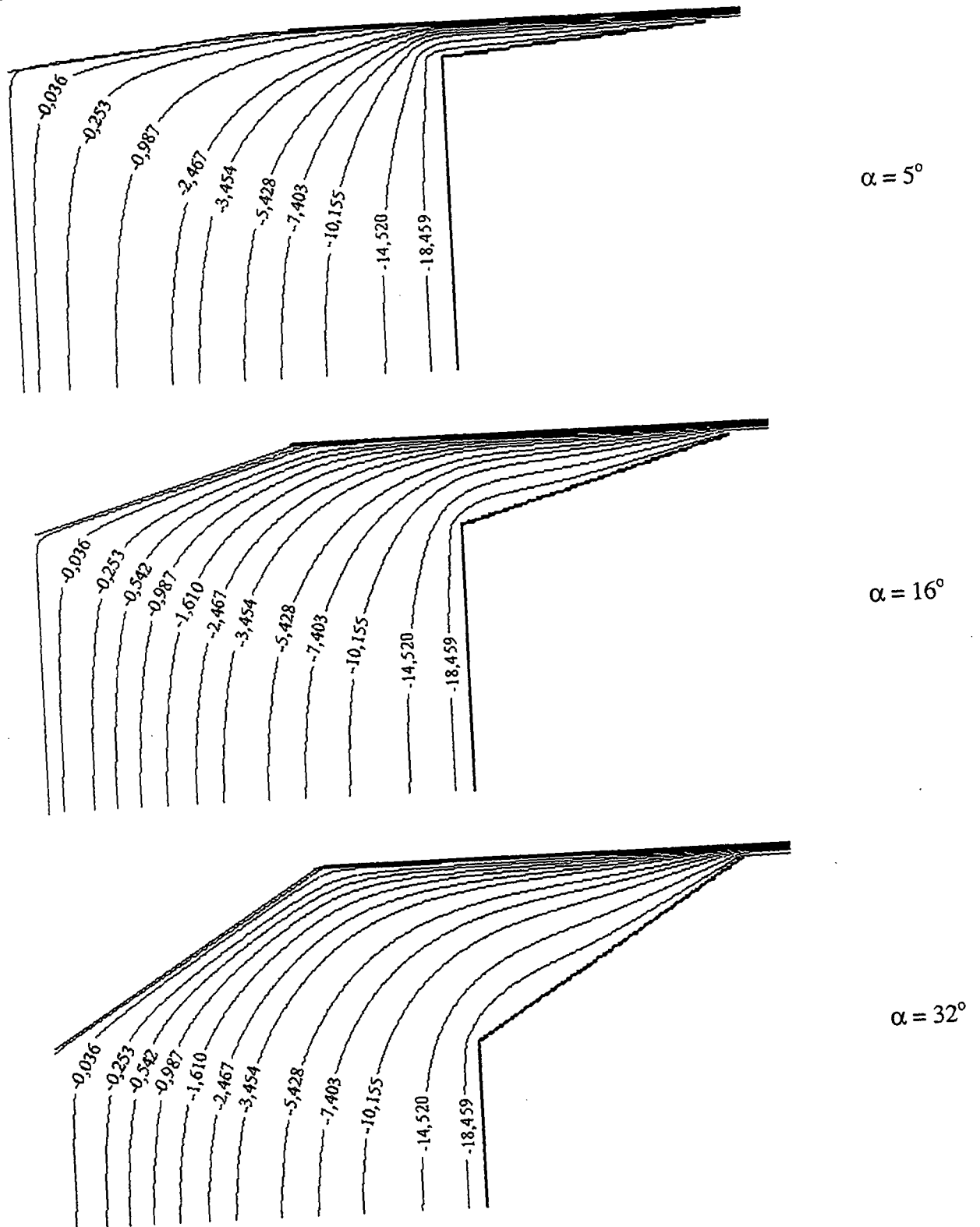


Figura 7.26 – Influência da inclinação do assento e da palheta sobre as linhas de corrente;  
 $D/d = 3,0$ ;  $s/d = 0,012$  e  $Re = 2500$ .

## 7.7 Campos de Pressão

Nas figuras 7.27 a 7.34 estão ilustrados os campos de pressão para afastamentos adimensionais,  $s_c/d = 0,012$  e  $0,020$ , quatro números de Reynolds,  $Re = 1000, 1500, 2000$  e  $2500$ , e três inclinações no assento e na palheta,  $\alpha = 5^\circ, 16^\circ$  e  $32^\circ$ .

Na entrada do difusor, logo após a região associada ao orifício de passagem, observa-se uma queda nos valores do campo de pressão, decorrente da mudança de direção do escoamento. O fluido que escoava axialmente é forçado a escoar radialmente com conseqüente aceleração e queda de pressão. O padrão das isobáricas apresentadas aqui se assemelha àquele mostrado nas figuras 5.35 a 5.42 para a palheta sem inclinação. A inclinação do assento e da palheta faz com que o campo de pressão apresente valores inferiores àqueles obtidos apenas com a inclinação no assento.

A semelhança entre o padrão de isobáricas para as geometrias com e sem inclinação da palheta, sugere que similar ao que ocorre quando a palheta é plana, o escoamento para a palheta com inclinação também pode apresentar pequenas regiões de recirculação, a exemplo do que é visto na figura 5.29 para  $\alpha = 5^\circ$ .

Assim, a partir de uma análise cuidadosa das isobáricas exploradas nas figuras 7.27 a 7.34, pode-se inferir que para alguns valores de  $s_c/d$ ,  $\alpha$  e  $Re$ , pequenas regiões de recirculação devem existir tanto na palheta como no assento nas quinas entre as superfícies inclinadas e não inclinadas. Nota-se, por exemplo, que para  $s_c/d = 0,012$ ,  $\alpha = 16^\circ$  e  $Re = 2500$  o padrão de isobáricas próximo ao assento logo na saída do orifício de passagem indica a presença de uma pequena região de recirculação, ainda que esta não tenha sido capturada nas linhas de corrente da figura 7.26. O mesmo pode ser dito para a região da palheta, tão logo a inclinação acaba e esta fica paralela, conforme mostram as isobáricas para  $\alpha = 32^\circ$  na figura 7.33, por exemplo.

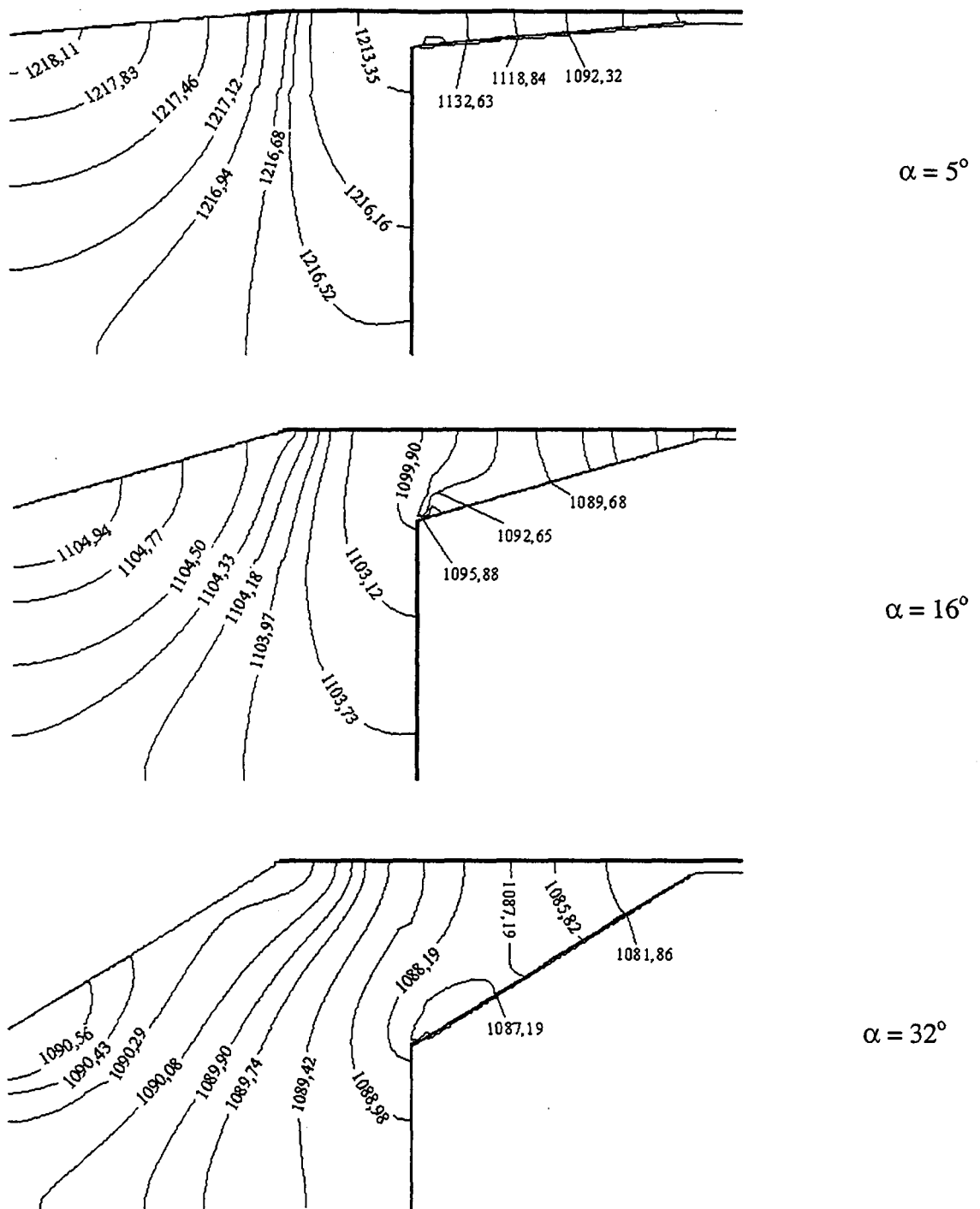


Figura 7.27 – Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ .

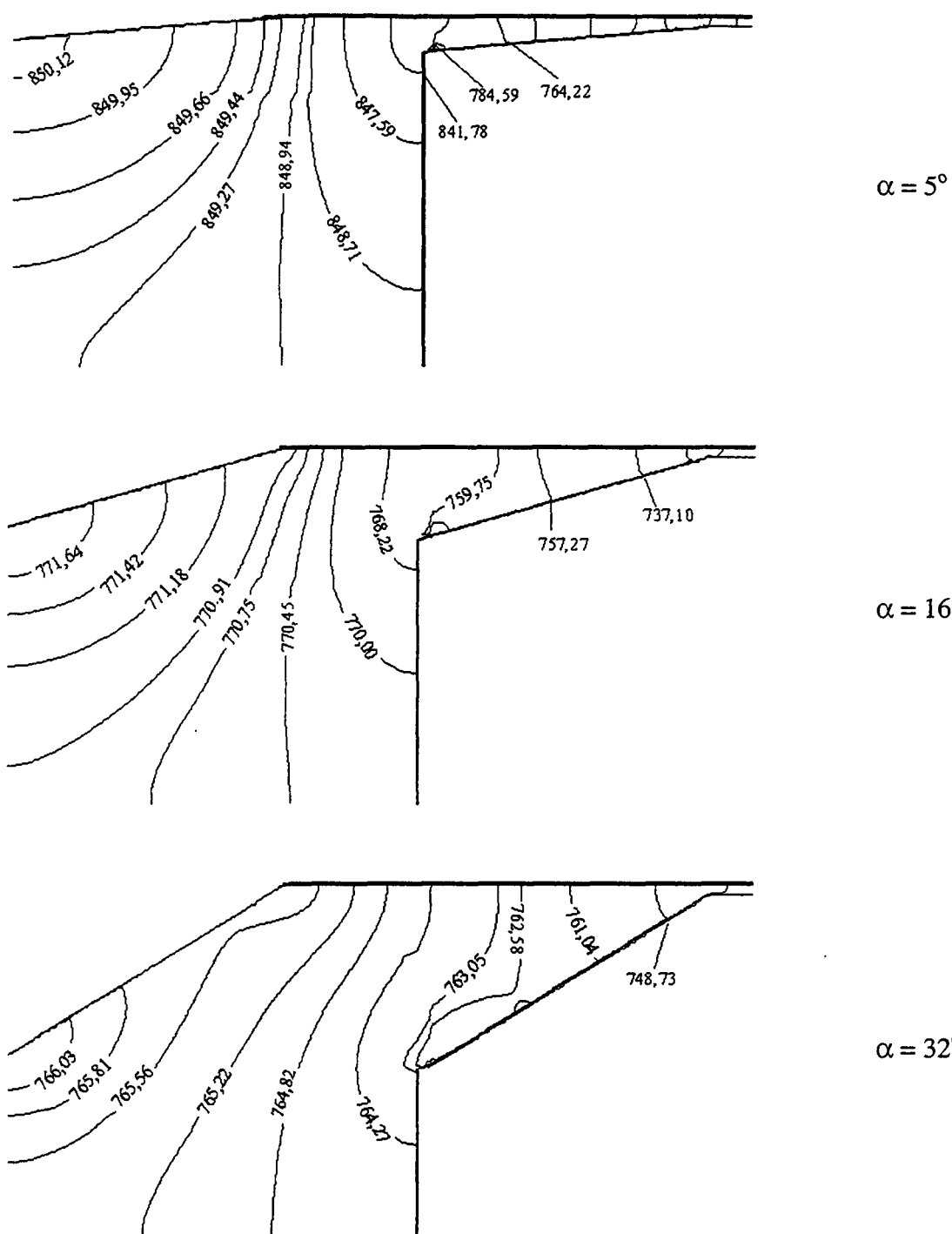


Figura 7.28 – Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ .



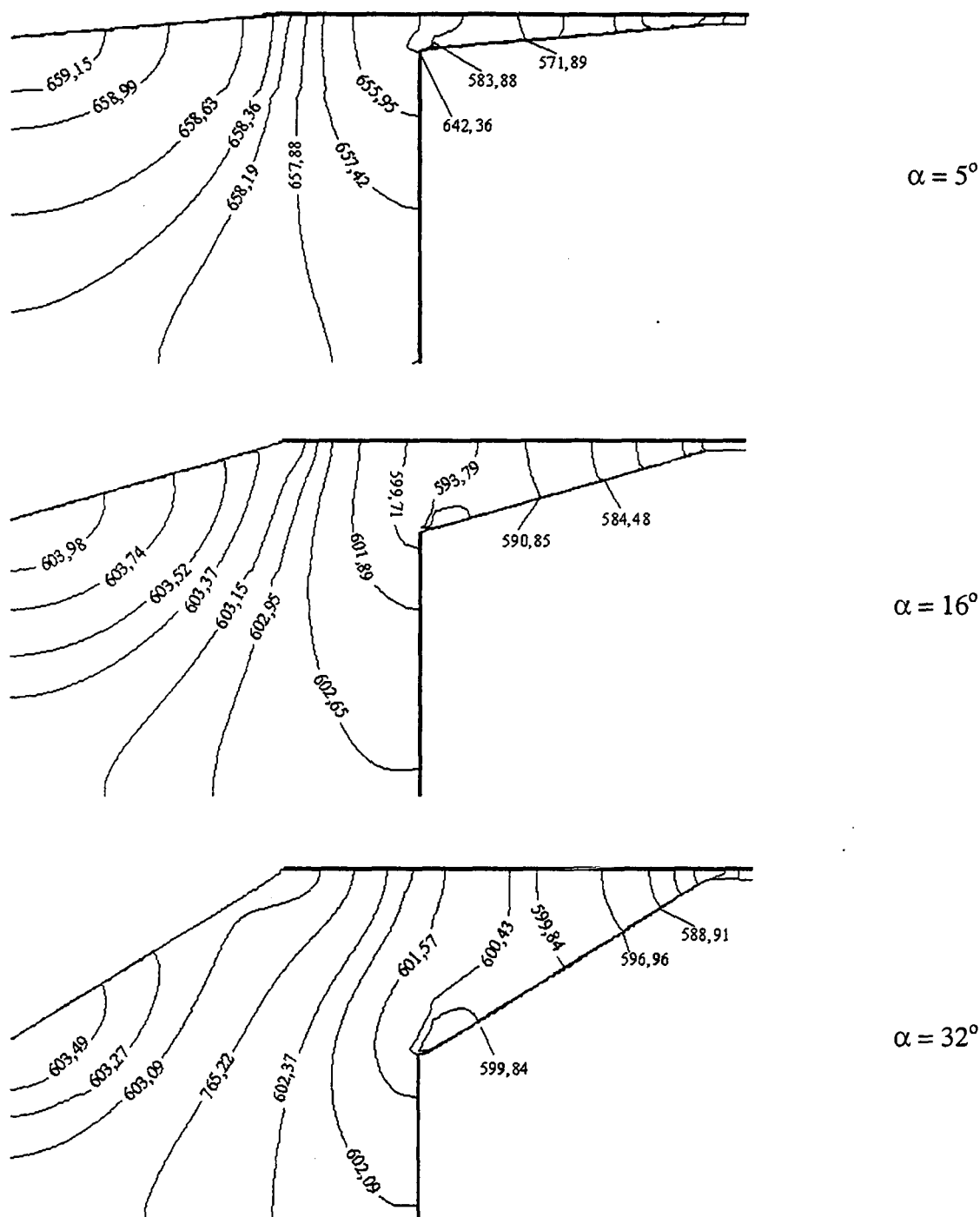


Figura 7.29 – Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 2000$ .

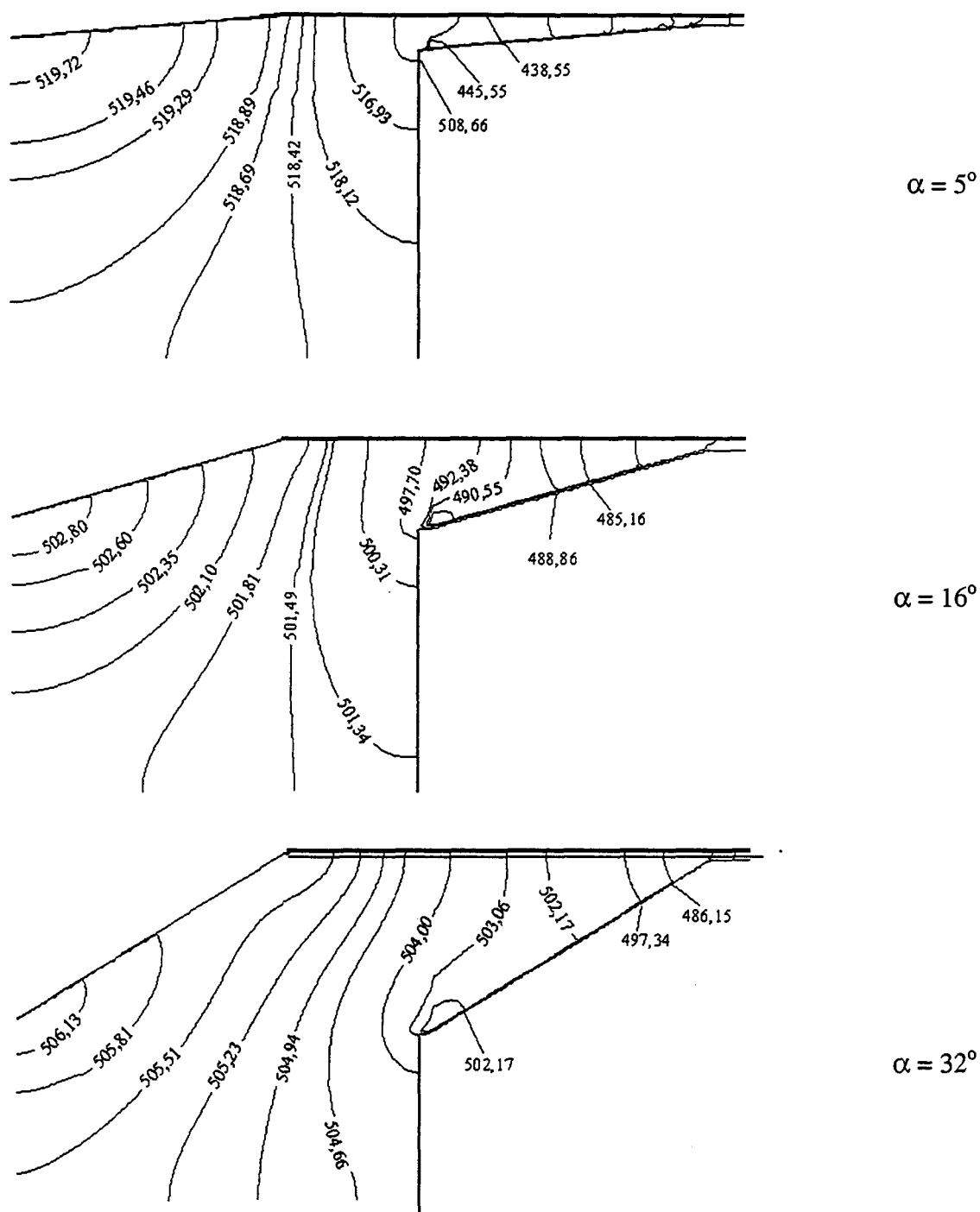


Figura 7.30 – Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 2500$ .

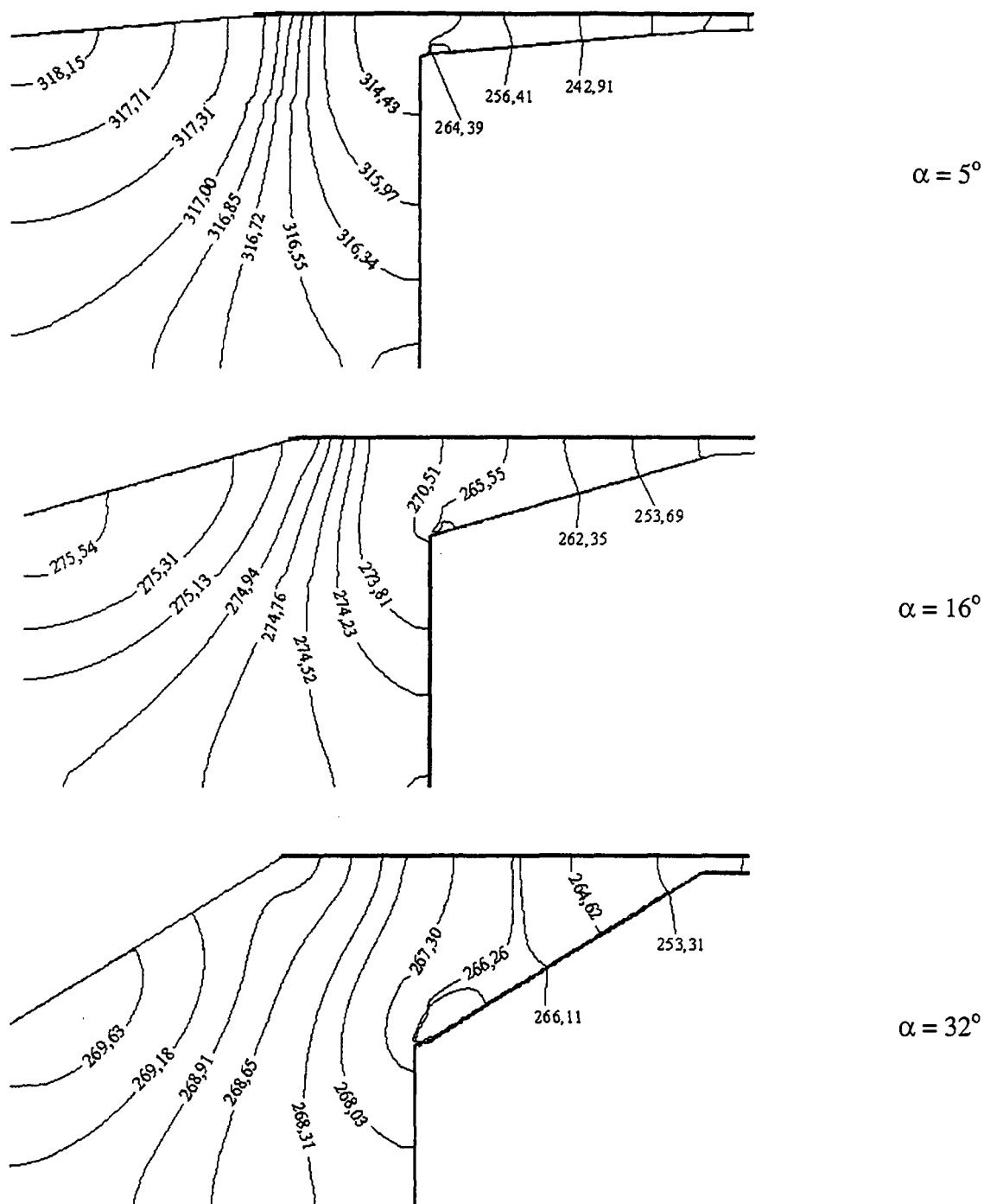


Figura 7.31 – Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 1000$ .

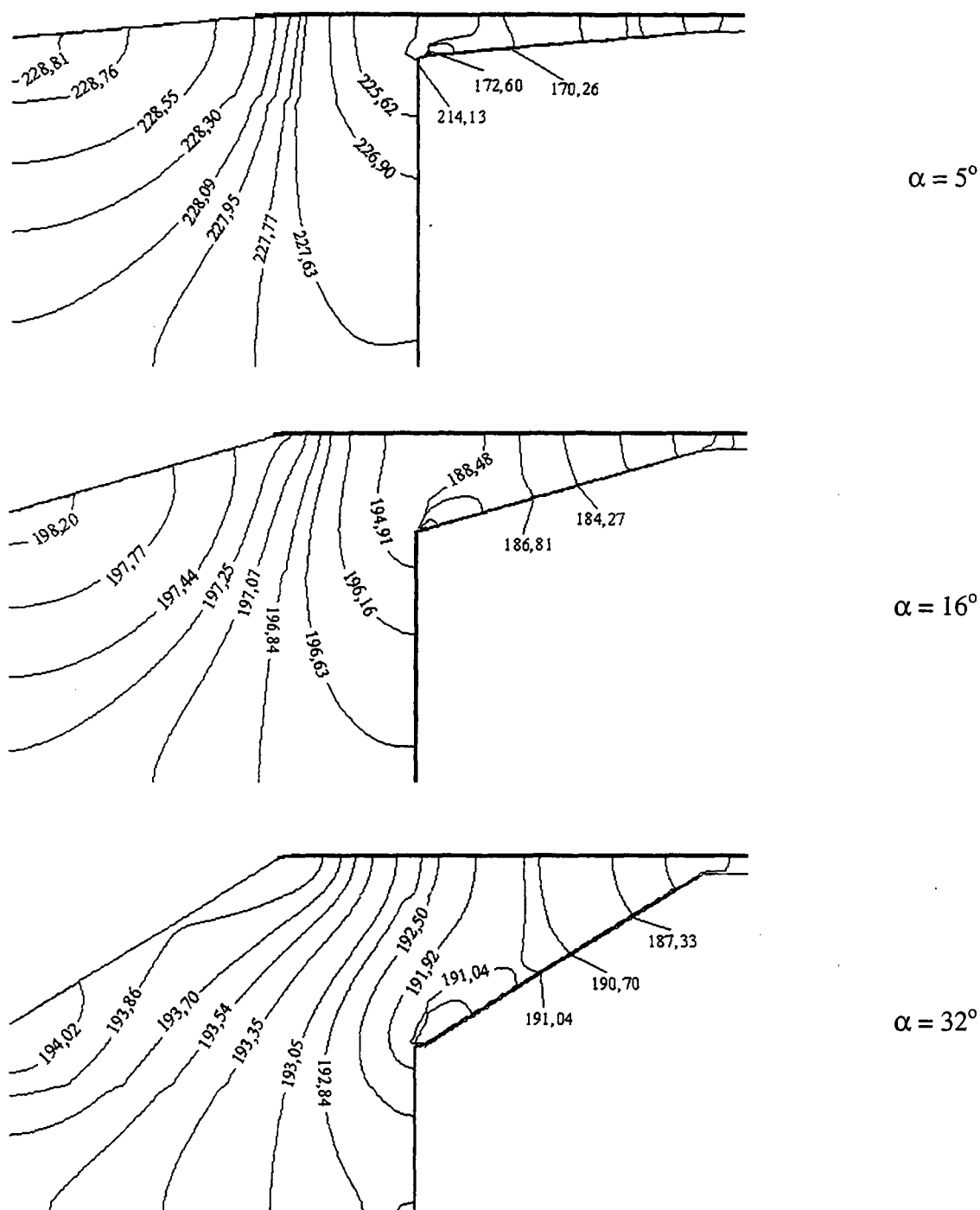


Figura 7.32 – Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 1500$ .

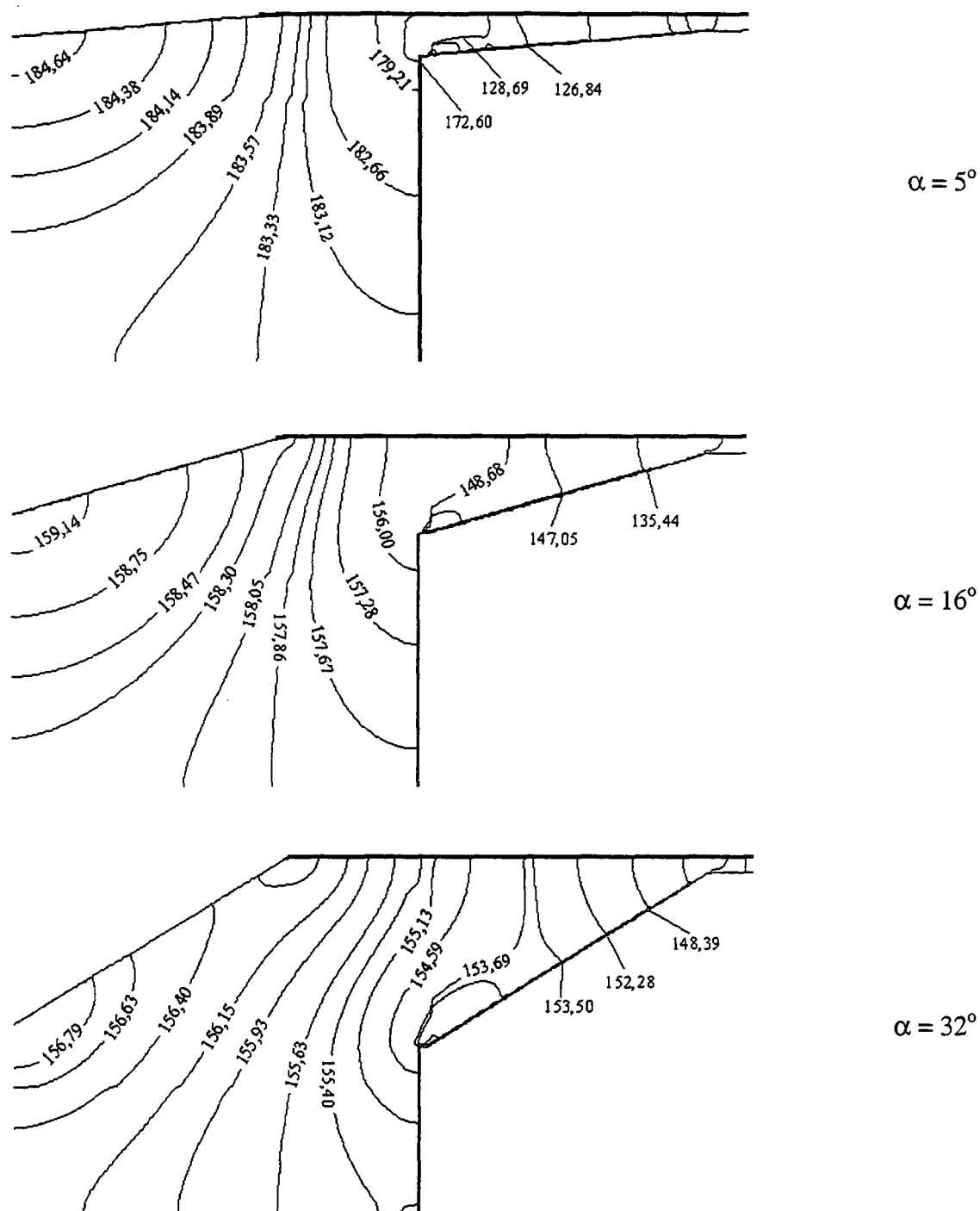


Figura 7.33 – Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 2000$ .

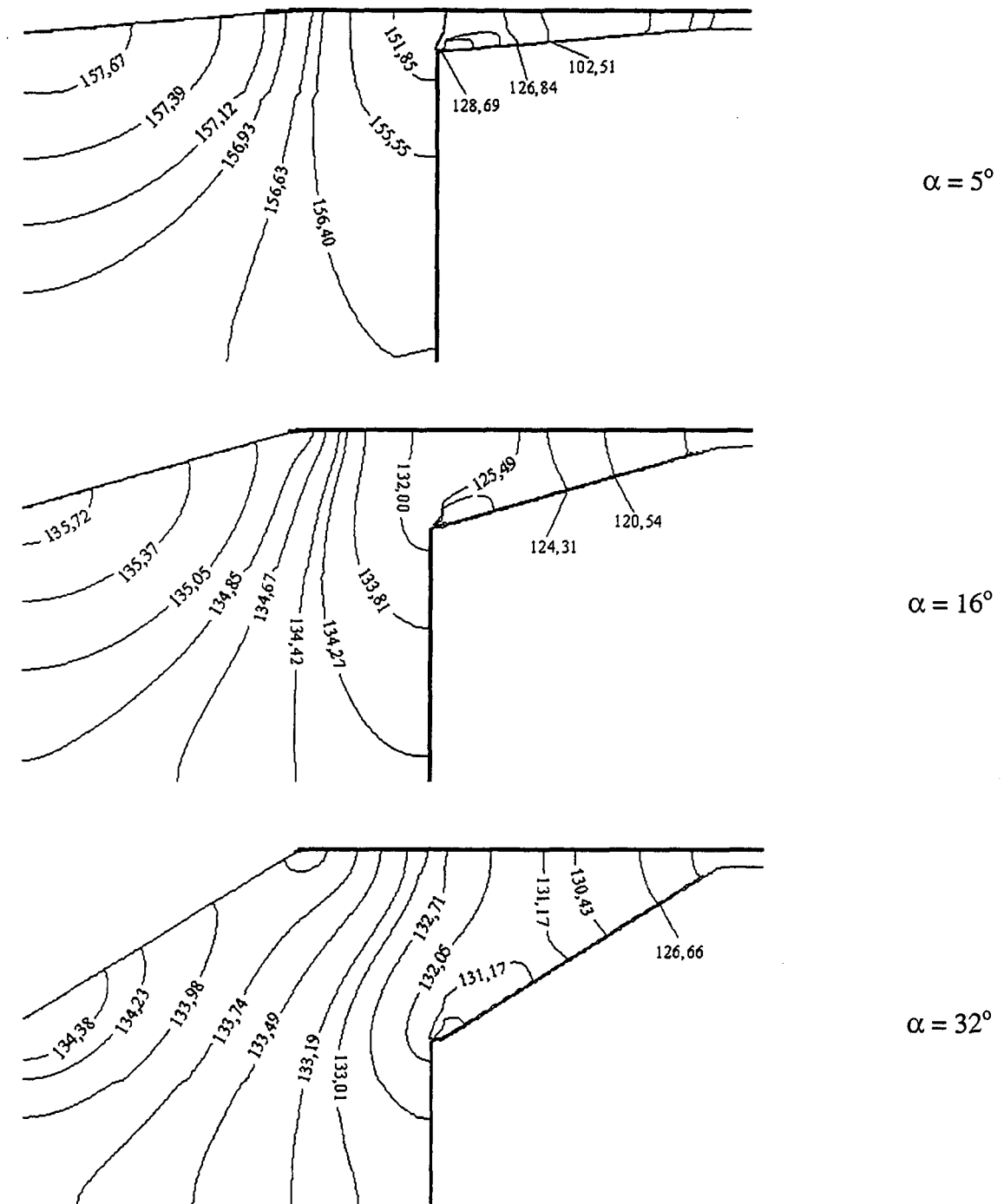


Figura 7.34 – Influência da inclinação do assento e da palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_e/d = 0,020$  e  $Re = 2500$ .

Dos resultados analisados neste capítulo concluiu-se que a influência da inclinação simultânea do assento e da palheta sobre o escoamento não foi relevante nos casos aqui investigados. Apesar da inclinação da palheta facilitar a entrada do fluido no difusor há um aumento da região da palheta com conseqüente aumento do atrito viscoso, fazendo com que a área efetiva de força e força adimensionais diminuíssem ou permanecessem quase que inalteráveis, se comparadas com a inclinação apenas no assento da válvula.

### Escoamento através do Difusor com Raio de Arredondamento no Assento e na Palheta

#### 8.1 Introdução

Conforme vem sendo explorado nos três últimos capítulos, a modificação de parâmetros geométricos da válvula é executada para melhorar o desempenho da mesma. Com as modificações pretende-se diminuir a perda de carga e aumentar as áreas efetivas de força e de escoamento.

Para o estudo destes parâmetros de eficiência, neste capítulo são apresentados os resultados numéricos obtidos a partir de modificações simultânea no raio de arredondamento do assento e da palheta. Os resultados do perfil de pressão e força adimensional ao longo da palheta, linhas de corrente e isobáricas são apresentados e analisados. Quatro raios de arredondamento, quatro números de Reynolds e dois afastamentos são explorados.

A figura 8.1 ilustra a geometria da válvula formada por um assento e palheta com raio de arredondamento  $r$ . O escoamento em regime laminar é resolvido numericamente nesta geometria.

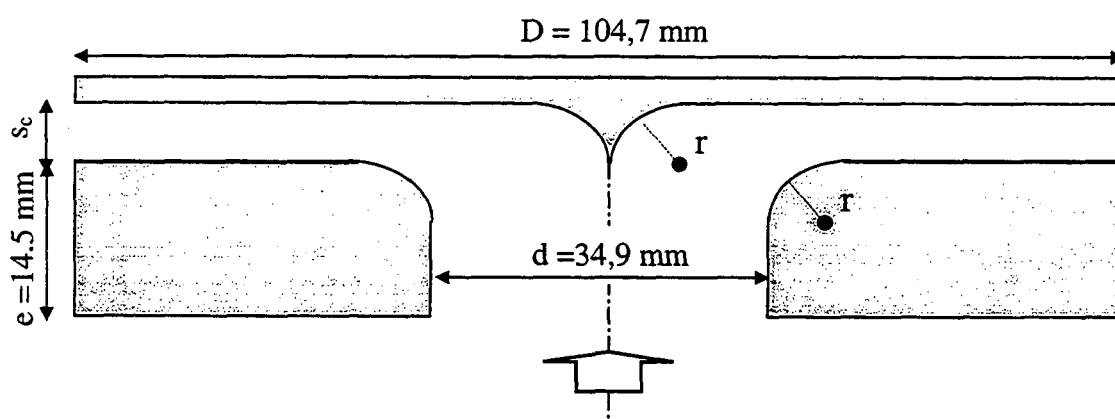


Figura 8.1 – Geometria da válvula com raio de arredondamento no assento e na palheta.

São testados quatro raios de arredondamento no assento e na palheta, conforme apresentado na figura 8.2, vale destacar que o mesmo raio utilizado no assento foi empregado na palheta.

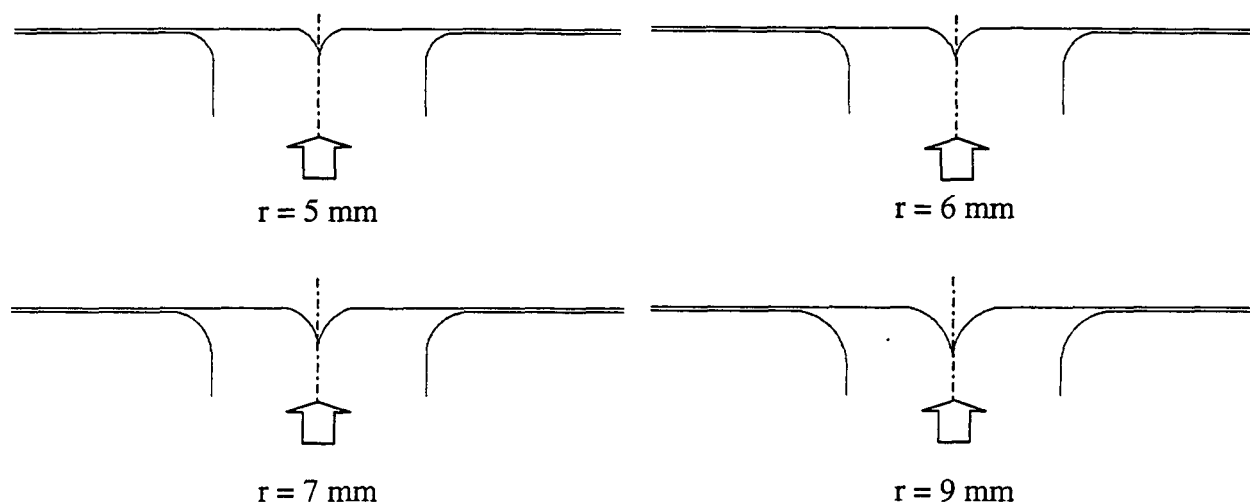


Figura 8.2 – Geometria do difusor para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

## 8.2 Perfil Radial de Pressão sobre a Palheta

Nesta seção primeiramente realiza-se um estudo do refino na malha computacional utilizada nas simulações numéricas. O estudo foi feito em duas malhas numéricas diferentes, conforme apresentado nas figuras 8.3 e 8.4. Observa-se que para ambos números de Reynolds analisados os resultados para ambas as malhas numéricas foram bastante semelhantes.

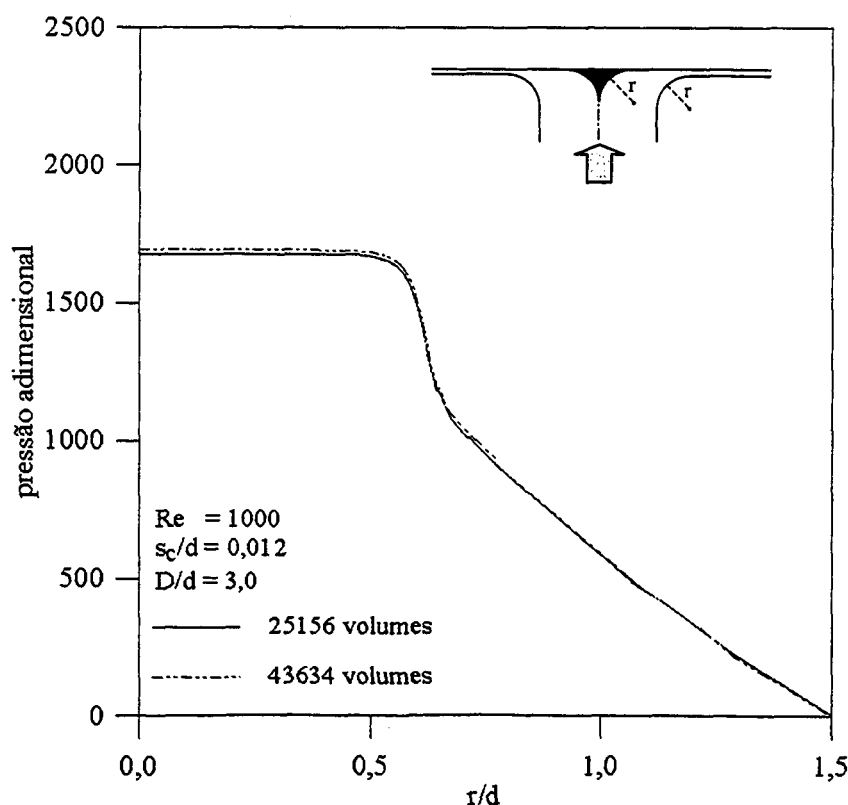


Figura 8.3 – Análise do refino de malha para  $Re = 1000$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $r = 5$  mm.



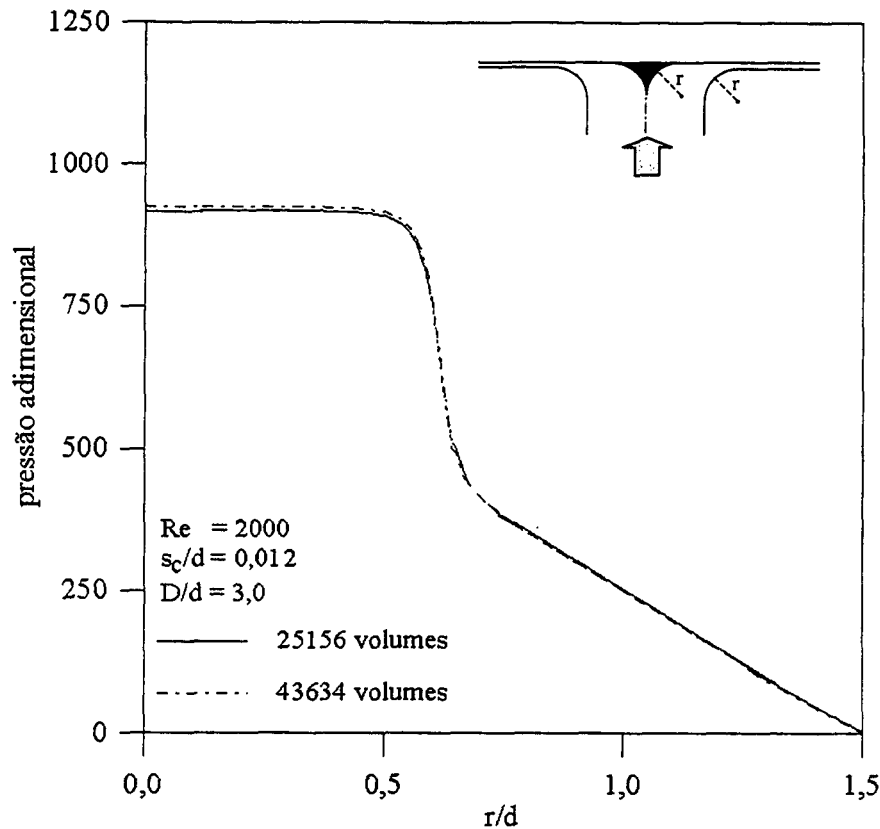


Figura 8.4 – Análise do refino de malha para  $Re = 2000$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $r = 5$  mm.

Os resultados numéricos foram explorados para 40 casos classificados pelo número de Reynolds e os seguintes afastamentos adimensionais:

- (i)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1000$ ;  $r = 0, 5, 6, 7$  e  $9$  mm;
- (ii)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 1500$ ;  $r = 0, 5, 6, 7$  e  $9$  mm;
- (iii)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 2000$ ;  $r = 0, 5, 6, 7$  e  $9$  mm;
- (iv)  $s_c/d = 0,012$ ;  $Re = 2500$ ;  $r = 0, 5, 6, 7$  e  $9$  mm;
- (v)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 1000$ ;  $r = 0, 5, 6, 7$  e  $9$  mm;
- (vi)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 1500$ ;  $r = 0, 5, 6, 7$  e  $9$  mm;
- (vii)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 2000$ ;  $r = 0, 5, 6, 7$  e  $9$  mm;
- (viii)  $s_c/d = 0,020$ ;  $Re = 2500$ ;  $r = 0, 5, 6, 7$  e  $9$  mm.

As figuras 8.5 a 8.12 mostram o desempenho do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o perfil de pressão sobre a palheta. O aspecto geral das curvas de pressão é muito semelhante àquele das figuras 6.5 a 6.12, onde apenas o assento possuía raio de arredondamento. A exemplo das curvas de pressão que vêm sendo exploradas, na região que recebe frontalmente o fluido a pressão apresenta um patamar. Com o aumento do raio de arredondamento o patamar de pressão decresce em valor e aumenta em largura. Após a região de patamar, aproximadamente em  $r/d \cong 0,8$ , há uma queda brusca da pressão, decorrente da aceleração do fluido, conforme já explorado.

De uma maneira geral observa-se que com o aumento do número de Reynolds a pressão diminui na região que recebe frontalmente o fluido, e aumenta em decorrência do uso do raio de arredondamento na palheta. Este é um efeito extremamente benéfico para o escoamento porque reduz a abrupta queda de pressão resultante da aceleração do fluido quando este entra na região do difusor radial.

Comparando-se as figuras 6.5 e 6.12, com as figuras 8.5 e 8.12, respectivamente, observa-se que a inclusão do raio de arredondamento na palheta aumenta os valores de pressão em relação à palheta sem arredondamento. Para melhor explorar estes resultados, foram preparadas duas figuras apresentadas no final da seção 8.5 do presente trabalho.

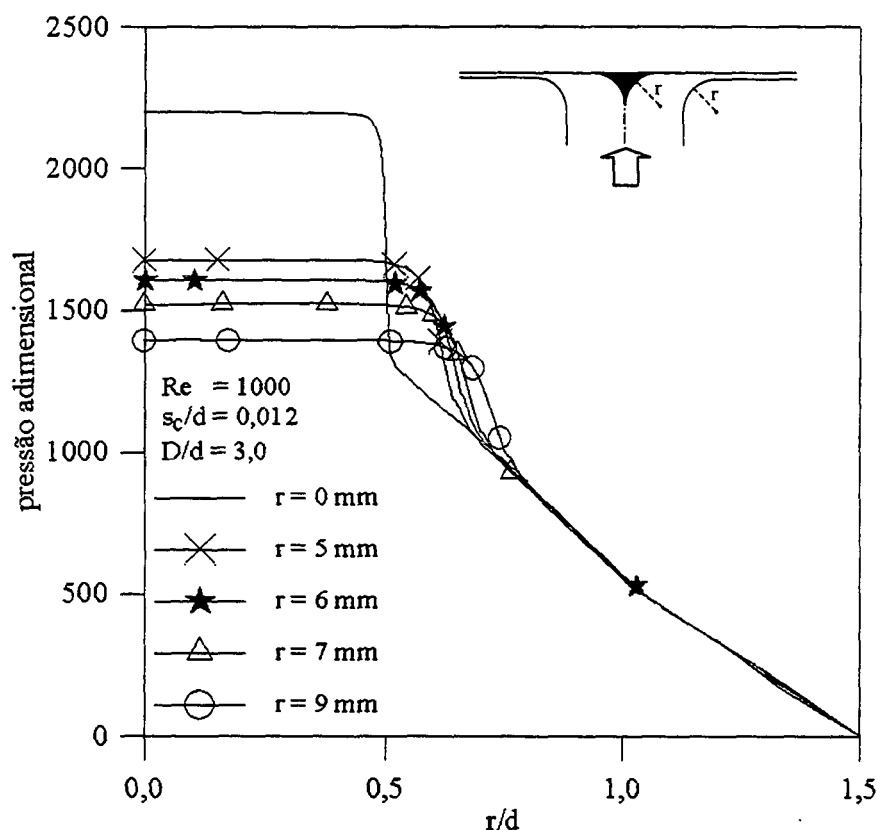


Figura 8.5 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $Re = 1000$  e  $s_c/d = 0,012$ .

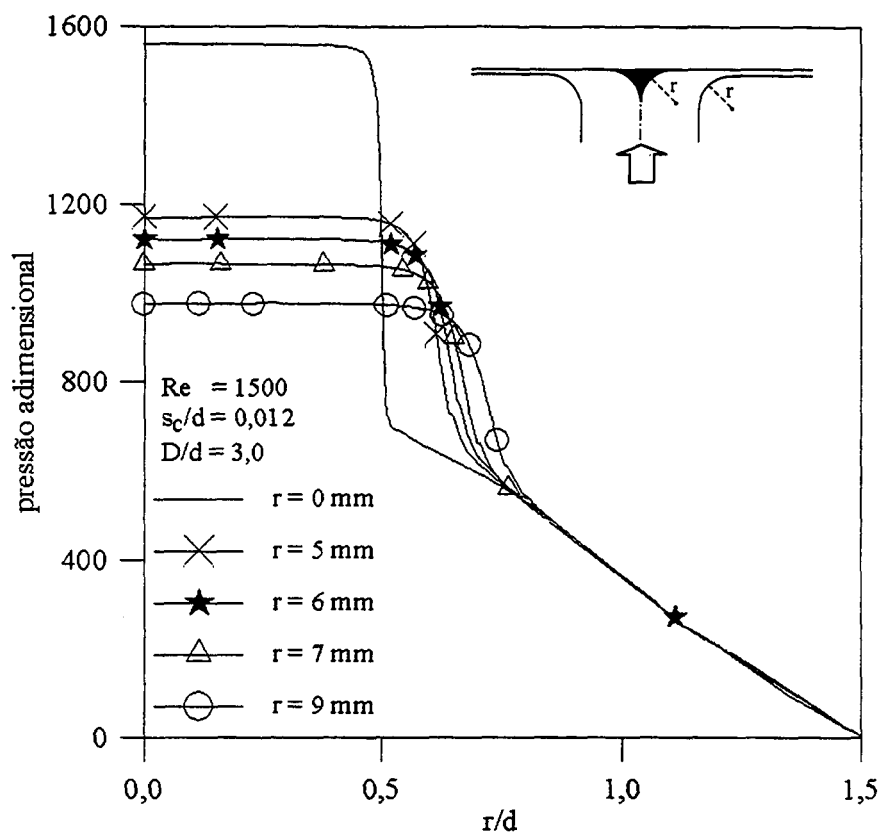


Figura 8.6 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,012$ .

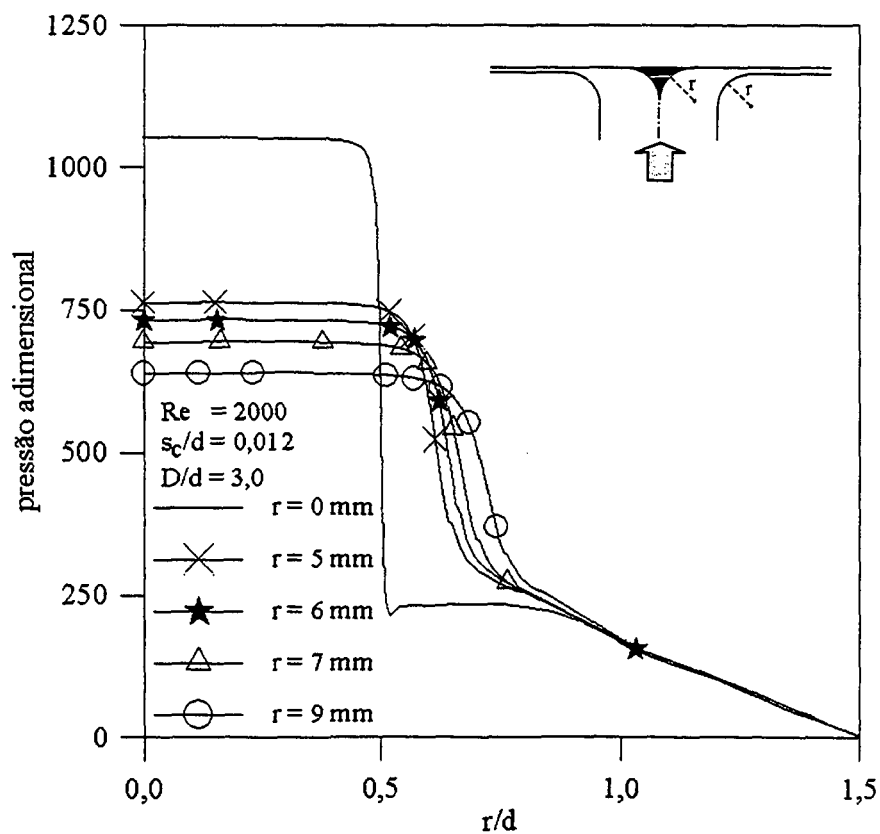


Figura 8.7 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $Re = 2000$  e  $s_c/d = 0,012$ .

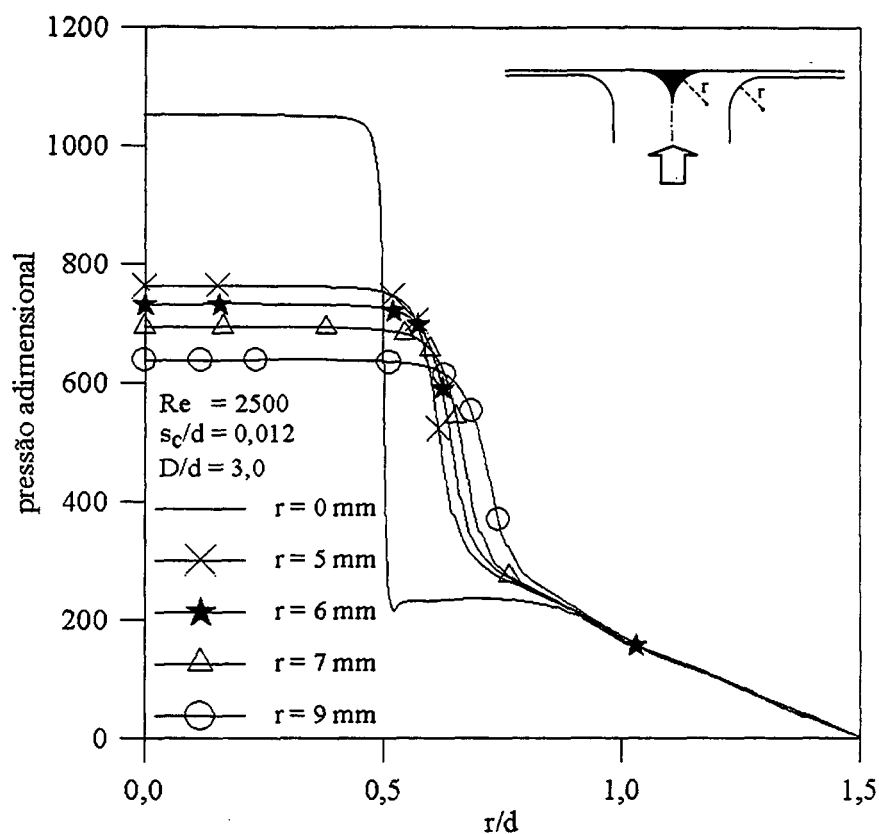


Figura 8.8 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $Re = 2500$  e  $s_c/d = 0,012$ .

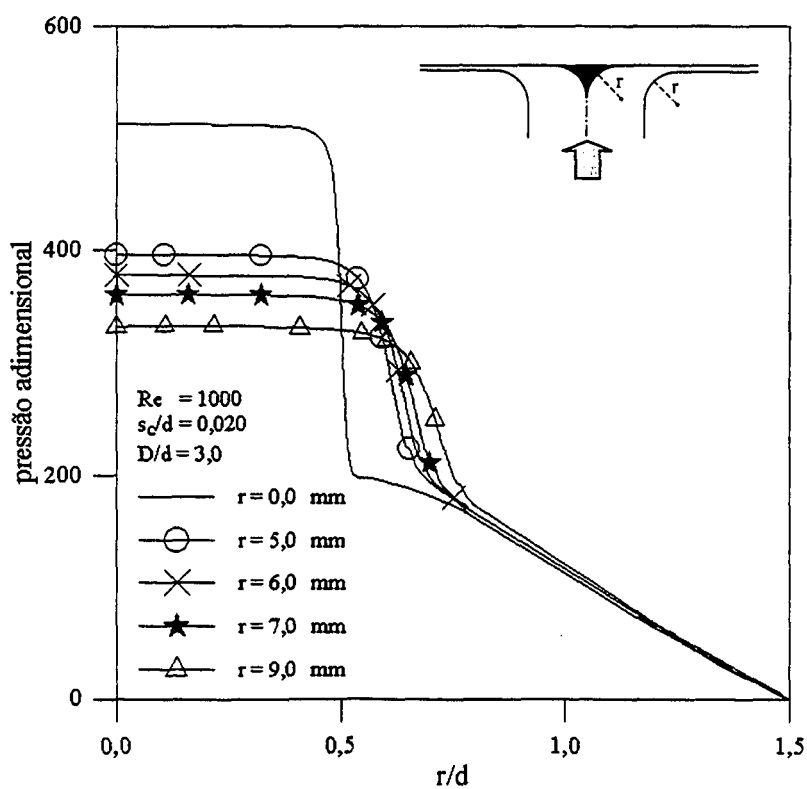


Figura 8.9 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $Re = 1000$  e  $s_c/d = 0,020$ .

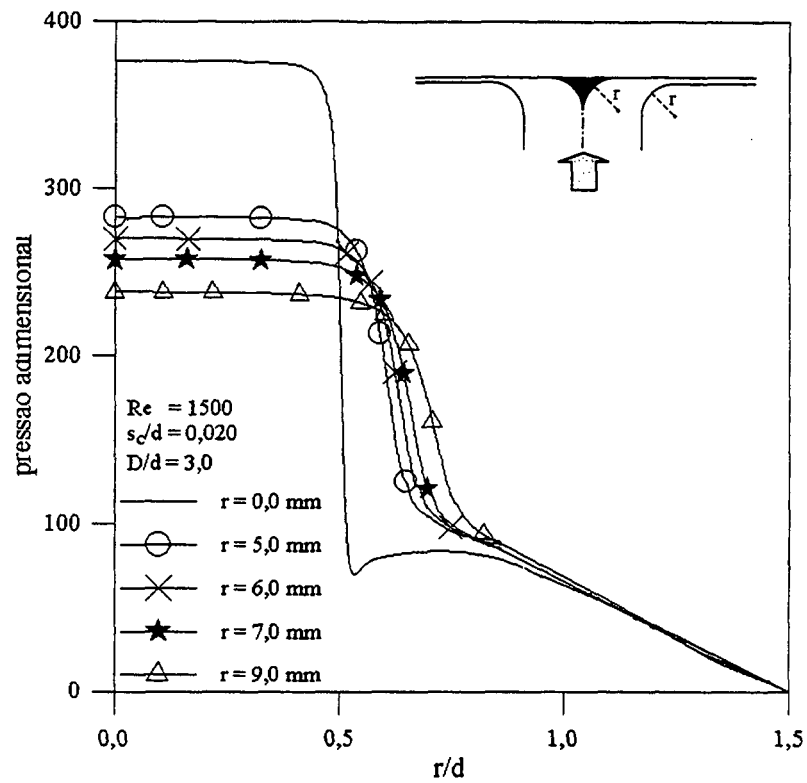


Figura 8.10 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,020$ .

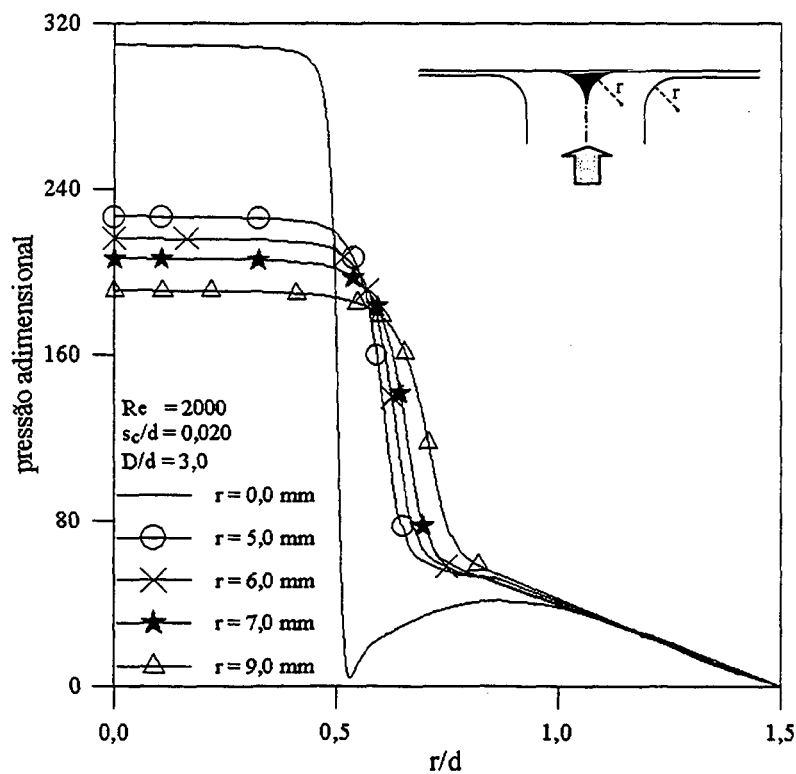


Figura 8.11 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $Re = 2000$  e  $s_c/d = 0,020$ .

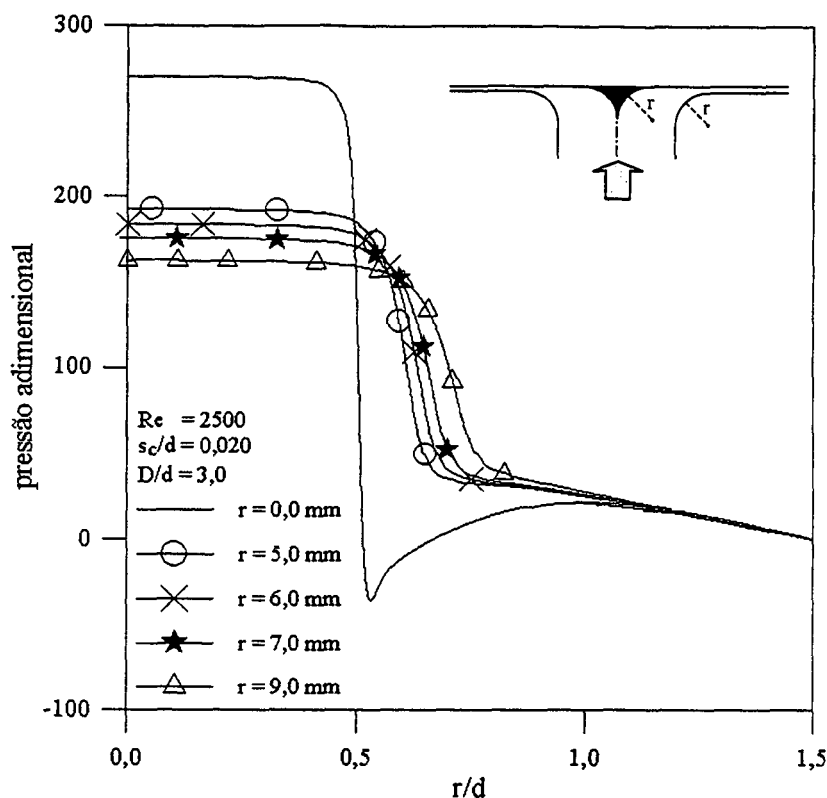


Figura 8.12 – Perfis adimensionais de pressão sobre a palheta para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $Re = 2500$  e  $s_c/d = 0,020$ .

### 8.3 Força Adimensional sobre a Palheta e Perda de Carga

As figuras 8.13 e 8.14 apresentam a força adimensional para a geometria com raio de arredondamento no assento e na palheta, para  $s_c/d = 0,012$  e  $0,020$ , respectivamente. O comportamento destas figuras é muito semelhante àquele das figuras 6.13 e 6.14 e mostram que para afastamentos menores e menores números de Reynolds a força adimensional reduz com o aumento do raio de arredondamento. À medida em que o afastamento entre a palheta e o assento aumenta e o número de Reynolds aumenta, a força adimensional passa a aumentar com o aumento do raio de arredondamento. Observa-se, no entanto que de uma maneira geral, a palheta com raio de arredondamento apresentou valores de força adimensional mais elevados do que aqueles obtidos para a palheta reta e raio de arredondamento apenas no assento.

Os resultados para a perda de carga são apresentados nas figuras 8.15 e 8.16 e são muito semelhantes àqueles das figuras 6.15 e 6.16 que estão associados a uma geometria com raio de arredondamento apenas no assento.

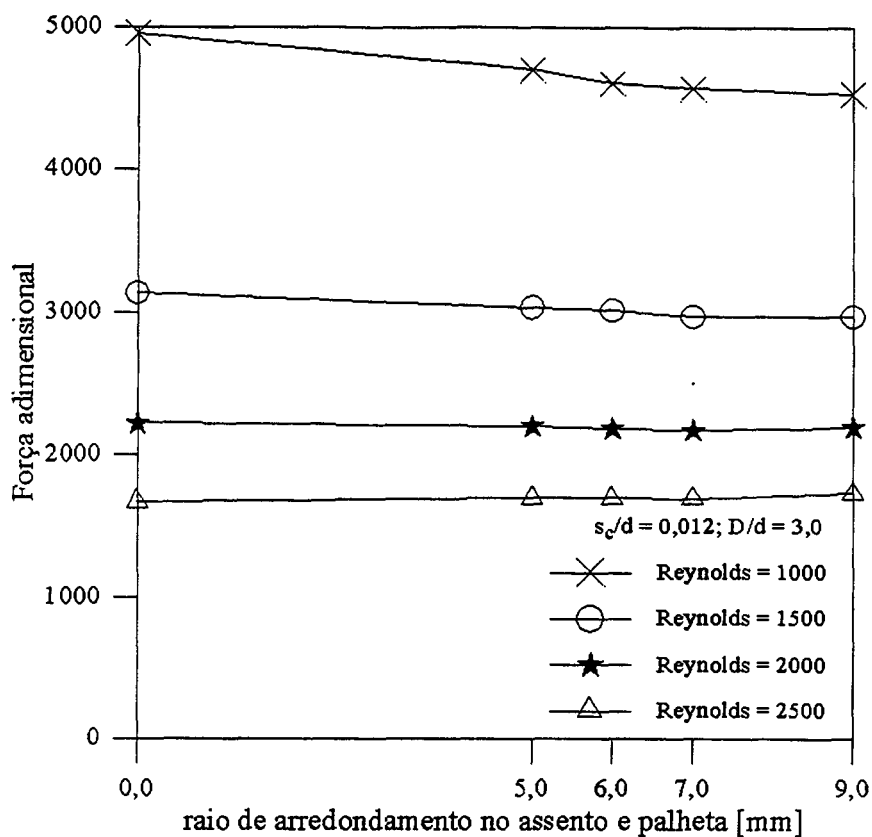


Figura 8.13 – Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

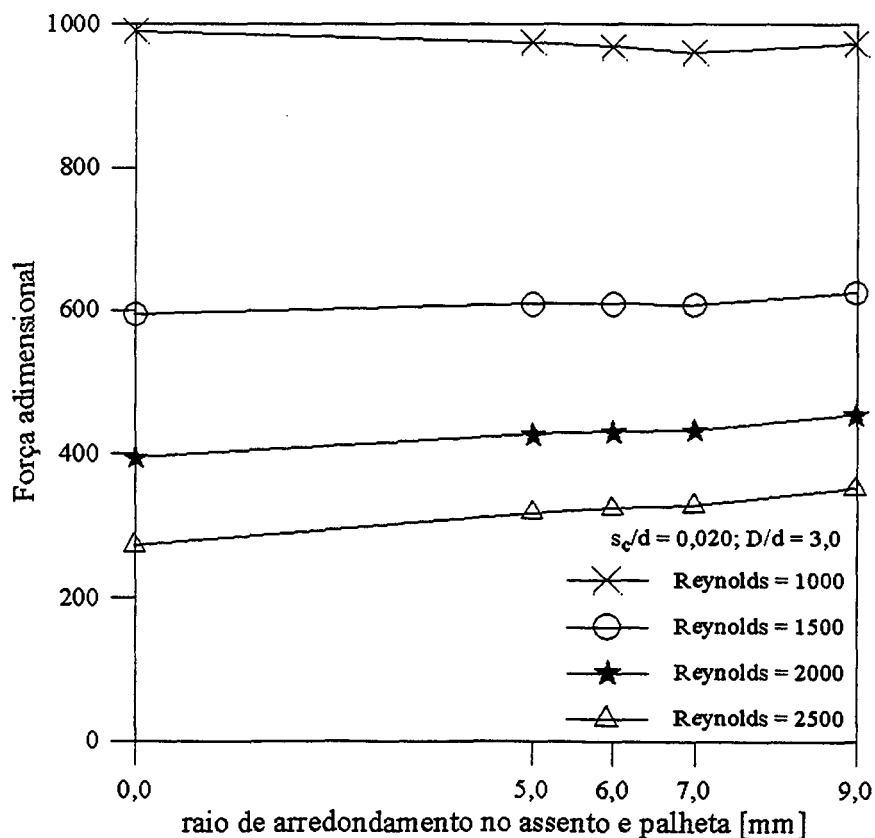


Figura 8.14 – Influência do número de Reynolds na força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

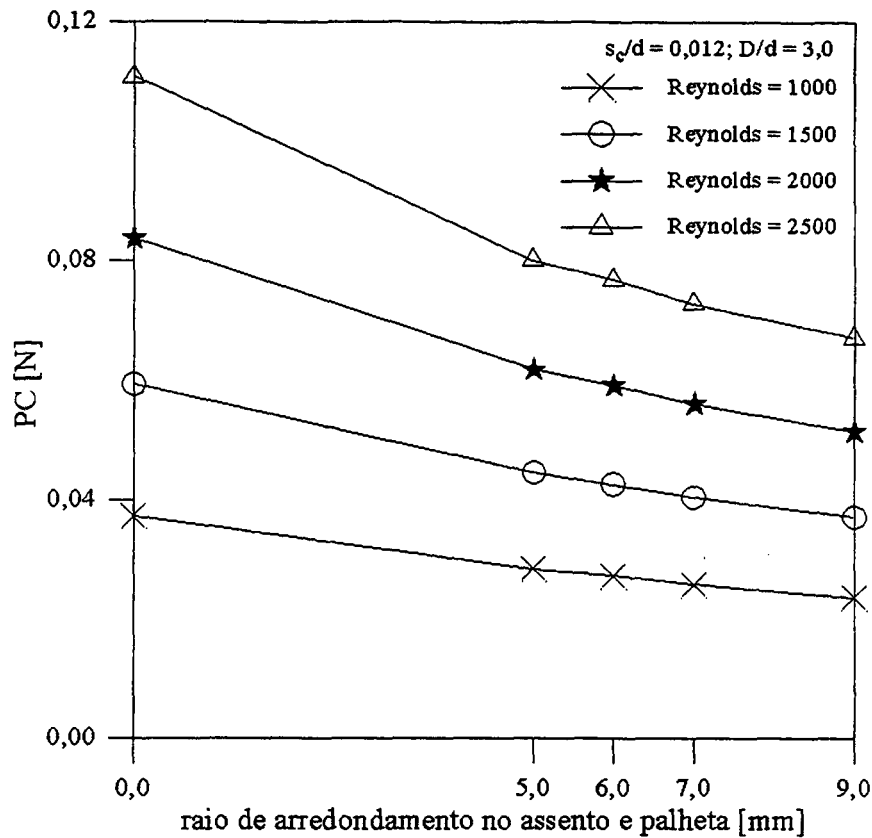


Figura 8.15 – Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

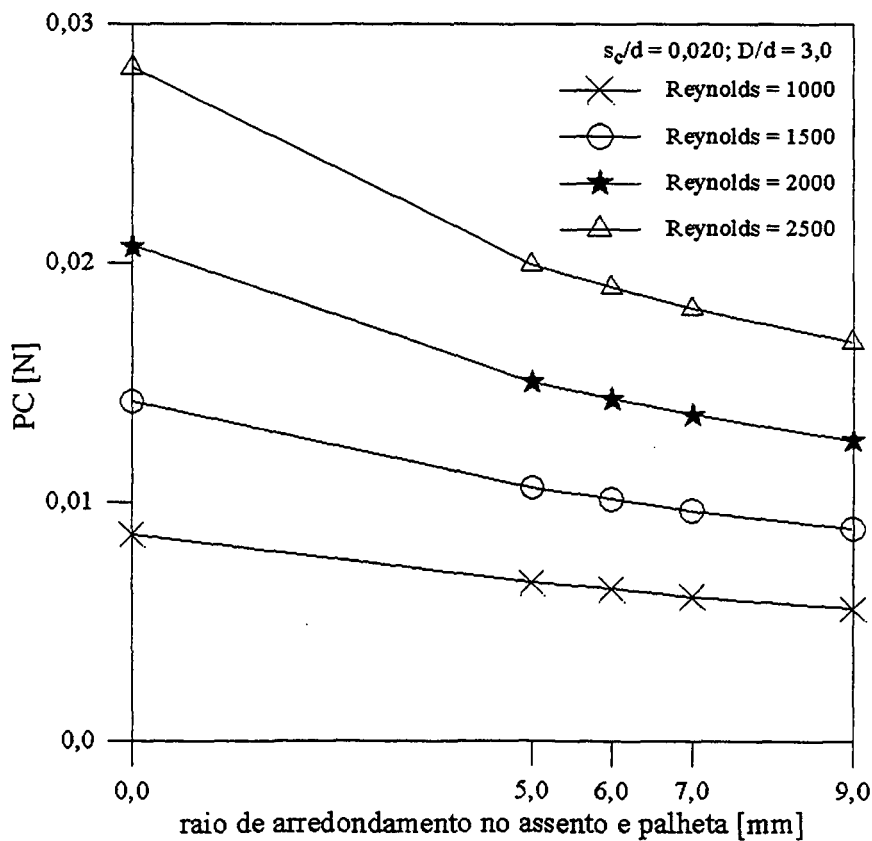


Figura 8.16 – Influência do número de Reynolds na perda de carga para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .



Note que a perda de carga diminui com o aumento do afastamento entre palheta e assento e aumenta com o aumento do número de Reynolds. Com o aumento do raio de arredondamento a perda de carga diminui. Comparando-se os resultados das figuras 6.15 e 6.16 com aqueles das figuras 8.15 e 8.16, verifica-se que para  $s_c/d = 0,012$  a inclusão do raio de arredondamento na palheta aumenta levemente a perda de carga. Isto resulta do aumento em virtude do aumento da área superficial da palheta com o conseqüente aumento do atrito viscoso, conforme será explorado na próxima seção, quando se discute o efeito do raio de arredondamento da palheta na área efetiva de escoamento.

#### 8.4 Parâmetros de Eficiência

Nesta seção são apresentados graficamente os resultados numéricos obtidos para as áreas efetivas de força e de escoamento; associados à geometria com raio de arredondamento tanto no assento como na palheta. As figuras 8.17 e 8.18 exibem os valores obtidos da área efetiva de escoamento, para os afastamentos adimensionais 0,012 e 0,020, respectivamente. Nota-se que estas figuras são muito semelhantes às figuras 6.17 e 6.18, para a palheta sem raio de arredondamento, e mostram um comportamento da área efetiva de escoamento sempre crescente com o aumento do raio de arredondamento do assento e da palheta.

Os valores obtidos neste capítulo para o assento e a palheta com arredondamento são um pouco menores do que aqueles para a palheta plana. Este é um resultado interessante porque mostra que embora o arredondamento da palheta possa favorecer a entrada do fluido na região do difusor, resulta também em um aumento da superfície de palheta com conseqüente aumento do atrito viscoso, levando a menores valores da área efetiva de escoamento e aumento da perda de carga.

As figuras 8.19 e 8.20 exibem a área efetiva de força em função do raio de arredondamento, para quatro números de Reynolds e dois afastamentos adimensionais, 0,012 e 0,020, respectivamente. A observação conjunta das figuras 8.19 e 8.20 com as figuras 6.19 e 6.20, mostra um comportamento semelhante das áreas efetivas de força. O pior desempenho da área efetiva de força é obtido com a inclusão de um raio de arredondamento na palheta, para as geometrias que já possuam raio de arredondamento no assento.

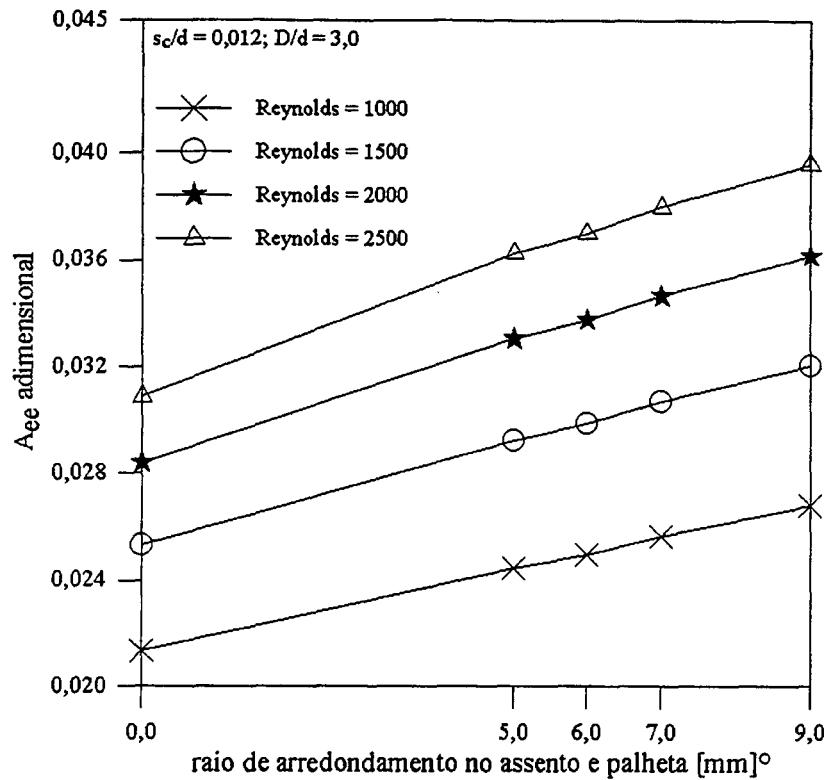


Figura 8.17 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

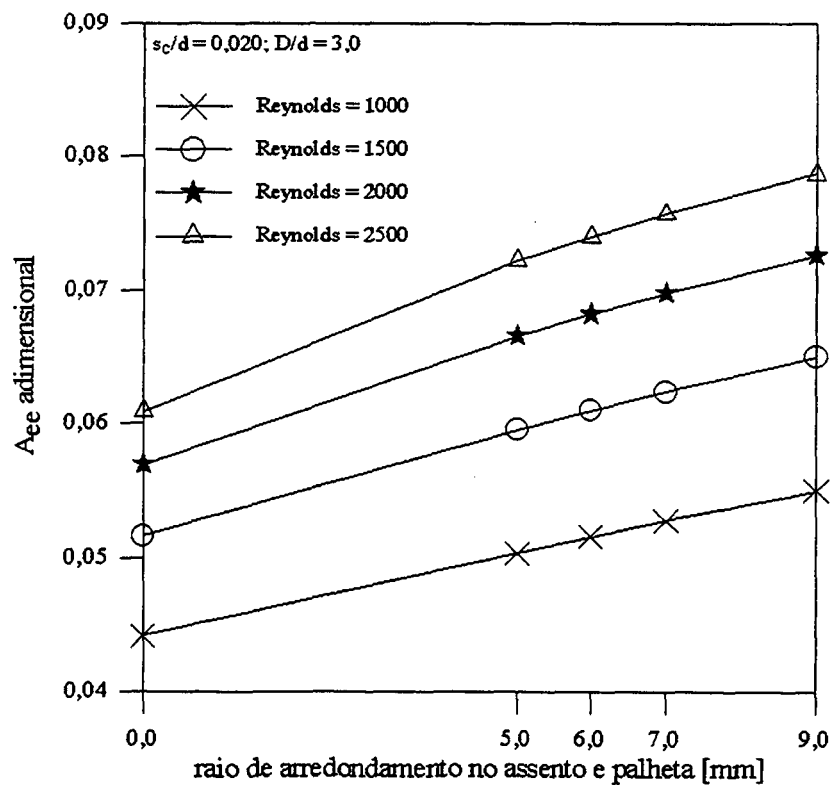


Figura 8.18 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de escoamento adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

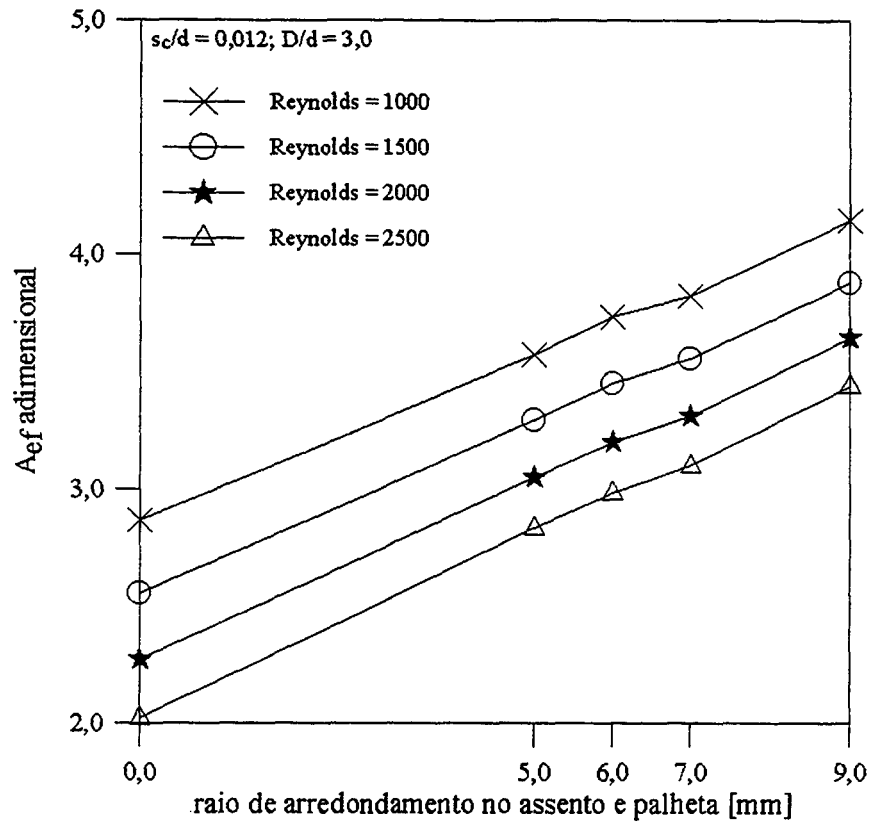


Figura 8.19 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

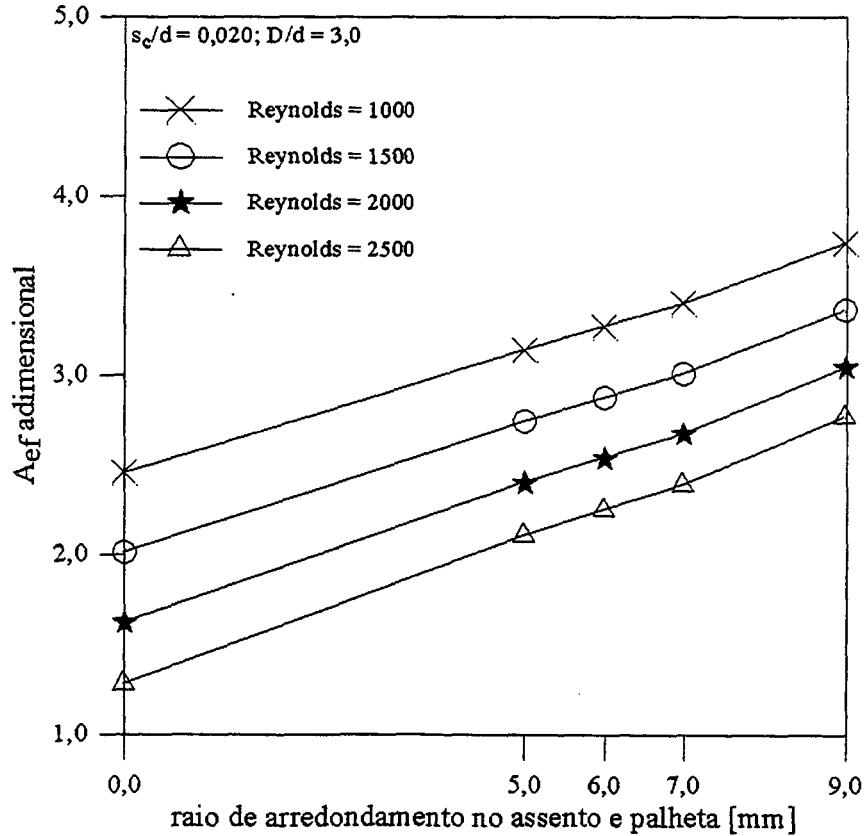


Figura 8.20 – Influência do número de Reynolds na área efetiva de força adimensional para diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

### 8.5 Comentários Gerais

As tabelas 8.1 e 8.2 sumarizam os resultados obtidos através de testes realizados numericamente, colocando-se diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta da válvula. Em ambas tabelas observa-se que a perda de carga e a área efetiva de escoamento aumentam com o crescimento do número de Reynolds, enquanto a força adimensional e área efetiva de força diminuem com o aumento do número de Reynolds.

Tabela 8.1 - Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensionais, para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e raios de arredondamento no assento e na palheta.

Raio [mm]	Reynolds	PC [N]	$A_{eea}$	$A_{efa}$	$F_a$
0	1000	0,037220	0,021337	2,868033	4951,989
	1500	0,059294	0,025332	2,557714	3130,255
	2000	0,083780	0,028399	2,276417	2217,001
	2500	0,110712	0,030866	2,021548	1666,898
5	1000	0,028336	0,024433	3,571276	4697,662
	1500	0,044472	0,029228	3,296915	3030,824
	2000	0,061754	0,033043	3,051719	2195,152
	2500	0,080003	0,036260	2,833397	1692,683
6	1000	0,027141	0,024963	3,736839	4605,033
	1500	0,042547	0,029877	3,453863	3010,533
	2000	0,059131	0,033762	3,204460	2180,898
	2500	0,076775	0,037006	2,983941	1689,392
7	1000	0,025704	0,025647	3,825756	4567,013
	1500	0,040343	0,030677	3,554786	2966,375
	2000	0,056079	0,034660	3,313027	2165,902
	2500	0,072711	0,038015	3,100357	1685,027
9	1000	0,023523	0,026803	4,143364	4528,571
	1500	0,036964	0,032038	3,878652	2967,389
	2000	0,051474	0,036163	3,644775	2188,795
	2500	0,066915	0,039609	3,439746	1721,982

A observação dos valores dispostos na tabela 8.1 indicam que:

- (i) a perda de carga decresce em média aproximadamente 25% com a utilização do raio de arredondamento de 5 mm; para raios de arredondamento maiores a perda de carga continua decrescendo progressivamente mas de forma mais gradual;
- (ii) a área efetiva de escoamento adimensional aumenta em média aproximadamente 14% com o raio de arredondamento de 5 mm. Aumentando o raio de arredondamento este parâmetro de eficiência continua crescendo mas de forma mais gradual.

- (iii) modificando o raio de arredondamento de 0 mm para 5 mm a área efetiva de força adimensional cresce em média aproximadamente 24%. Com o aumento do raio de arredondamento a área efetiva de força continua crescendo;
- (iv) a força adimensional decresce em média aproximadamente 3% aumentando o raio de arredondamento de 0 para 5 mm, exceto para o número de Reynolds 2500 que a força tende a aumentar com o aumento do raio de arredondamento no assento e na palheta da válvula.

Na tabela 8.2 resumem-se os resultados obtidos numericamente para os diferentes raios de arredondamento no assento e na palheta da válvula.

Tabela 8.2 – Comparação da perda de carga, áreas efetivas e força adimensionais, para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e raios de arredondamento no assento e na palheta.

Raio [mm]	Reynolds	PC [N]	$A_{cca}$	$A_{efa}$	$F_a$
0	1000	0,008633	0,044184	2,459499	989,2310
	1500	0,014201	0,051600	2,012175	593,3962
	2000	0,020689	0,056934	1,624449	393,5190
	2500	0,028167	0,060932	1,285811	271,9582
5	1000	0,006635	0,050338	3,142227	973,6804
	1500	0,010623	0,059551	2,746907	608,2032
	2000	0,015052	0,066588	2,405998	426,0764
	2500	0,019917	0,072243	2,111510	317,6913
6	1000	0,006328	0,051529	3,272509	967,7230
	1500	0,010123	0,060988	2,881603	608,3040
	2000	0,014338	0,068201	2,544263	429,5019
	2500	0,018970	0,073980	2,253371	323,2930
7	1000	0,006036	0,052752	3,401448	959,7278
	1500	0,009649	0,062441	3,013909	606,9722
	2000	0,013667	0,069808	2,679832	431,8045
	2500	0,018086	0,075714	2,393798	327,8902
9	1000	0,005553	0,054975	3,739107	971,4149
	1500	0,008891	0,065005	3,364134	625,1148
	2000	0,012605	0,072632	3,046533	453,4574
	2500	0,016701	0,078720	2,775113	351,6415

Os valores da tabela 8.2 indicam que:

- (i) o decréscimo da perda de carga é de aproximadamente 25% para todos os números de Reynolds e o raio de arredondamento de 5 mm;
- (ii) a área efetiva de escoamento adimensional aumenta em média aproximadamente 14% com o raio de arredondamento de 5 mm. Aumentando o raio de

arredondamento este parâmetro de eficiência continua crescendo progressivamente, mas de forma mais gradual.

- (iii) modificando o raio de arredondamento de 0 para 5 mm a área efetiva de força adimensional cresce em média aproximadamente 22%, 27%, 32% e 42% para os números de Reynolds igual a 1000, 1500, 2000 e 2500, respectivamente. Com o aumento do raio de arredondamento a área efetiva segue crescendo;
- (iv) a força adimensional para os números de Reynolds igual a 1500, 2000 e 2500 apresentou o comportamento crescente para todos os raios de arredondamento estudados. Para o número de Reynolds igual a 1000 a força adimensional decresceu com o crescimento do raio de arredondamento.

Comparando os valores obtidos com a utilização do raio de arredondamento no assento e na palheta da válvula com os valores obtidos sem arredondamento algum, observa-se que o uso do arredondamento é bastante promissor, podendo melhorar o desempenho da válvula.

Uma comparação a ser feita neste momento é entre os valores de força adimensional e de perda de carga para a geometria com arredondamento tanto na palheta como no assento e a geometria com arredondamento apenas no assento. Esta comparação será explorada para  $Re = 1500$  e os seguintes casos:

- (i) raio de arredondamento no assento,  $s_c/d = 0,012$ ;  $r = 5$  e  $9$  mm;
- (ii) raio de arredondamento no assento e na palheta,  $s_c/d = 0,012$ ;  $r = 5$  e  $9$  mm;
- (iii) raio de arredondamento no assento,  $s_c/d = 0,020$ ;  $r = 5$  e  $9$  mm;
- (iv) raio de arredondamento no assento e na palheta,  $s_c/d = 0,020$ ;  $r = 5$  e  $9$  mm.

Tabela 8.3 – Influência do raio de arredondamento no assento e raio de arredondamento no assento e na palheta no cálculo da força adimensional e perda de carga para  $D/d = 3,0$  e  $Re = 1500$ .

Casos \ Raio	$F_a$		PC [N]	
	5 mm	9 mm	5 mm	9 mm
(i)	2917,69	2782,98	0,041461	0,033470
(ii)	3030,82	2967,39	0,044472	0,036964
(iii)	602,75	598,29	0,010382	0,008396
(iv)	608,20	625,11	0,010623	0,008891

A tabela 8.3 fornece resultados importantes para a análise do escoamento nas válvulas. Observa-se nesta tabela que:

- (i) a força adimensional aumenta, para ambos afastamentos analisados, quando introduz-se também o raio de arredondamento na palheta porém, este aumento é pequeno;
- (ii) a perda de carga sofre um aumento de aproximadamente 7% e 10% do caso (i) para o caso (ii) com os raios de arredondamento 5,0 e 9,0 mm, respectivamente. No maior afastamento, isto é, para o afastamento adimensional 0,020; a perda de carga sofre um aumento de 2% e 6% do caso (iii) para o caso (iv) com os raios de arredondamento 5,0 e 9,0 mm, respectivamente.

Nas figuras 8.21 e 8.22 são apresentados os valores da pressão adimensional sobre a palheta para o número de Reynolds 1500 e afastamentos adimensionais de 0,012 e 0,020, respectivamente. Vê-se nas figuras que o raio de arredondamento no assento e na palheta faz com que a pressão seja maior na região do patamar em relação aos valores obtidos apenas para o arredondamento no assento. Acredita-se que estas pressões mais elevadas na região que recebe frontalmente o fluido esteja associada à dificuldade do escoamento em tratar o vértice da palheta que adentra a região do orifício de passagem. Este efeito é mais acentuado para os menores valores de afastamento adimensional.

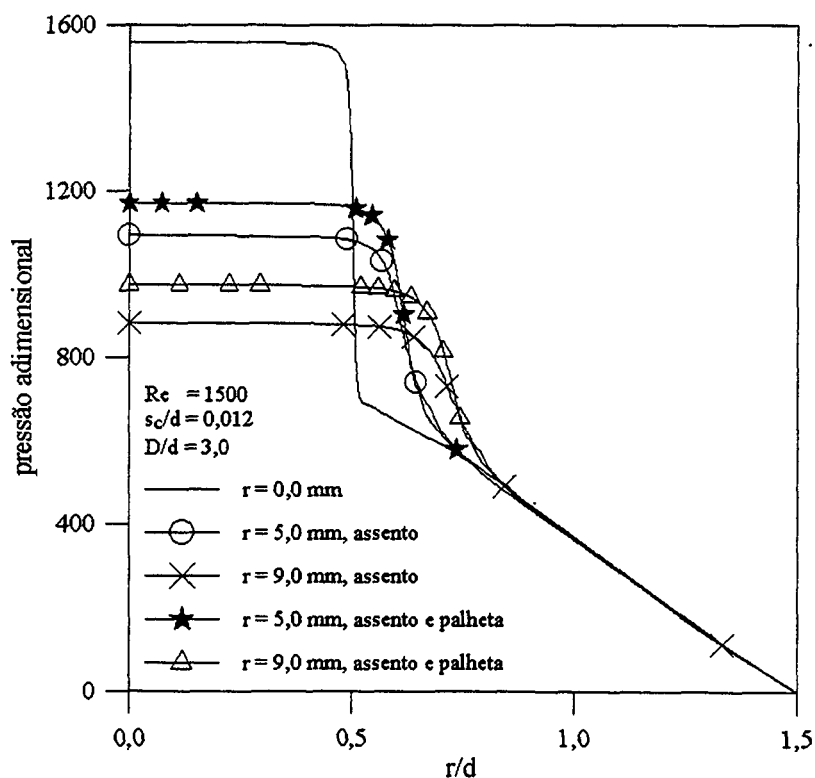


Figura 8.21 – Comparação dos perfis adimensionais de pressão para os diferentes raios de arredondamento no assento, e raios de arredondamento no assento e na palheta,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,012$ .

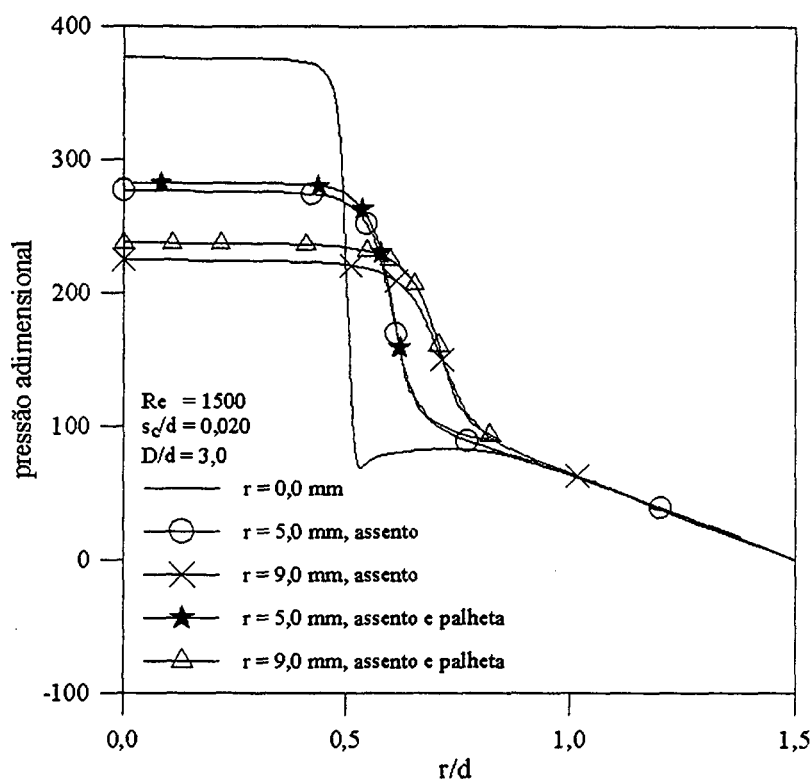


Figura 8.22 – Comparação dos perfis adimensionais de pressão para os diferentes raios de arredondamento no assento, e raios de arredondamento no assento e na palheta,  $Re = 1500$  e  $s_c/d = 0,020$ .

A partir da análise anterior pode-se dizer que o raio de arredondamento no assento e na palheta não trouxe mudanças significativas para o desempenho das válvulas. Nota-se que tanto a área efetiva de escoamento como a área efetiva de força, diminuem com a introdução dos raios de arredondamento no assento e na palheta, bem como a perda de carga aumentou e a força adimensional permaneceu quase inalterável.

## 8.6 Linhas de Corrente

As figuras 8.23 a 8.30 apresentam as linhas de corrente obtidas ao resolver o escoamento na região da válvula com raio de arredondamento no assento e na palheta. Observa-se que as linhas de corrente não são influenciadas de forma relevante pela mudança do raio de arredondamento, e de uma forma geral todas as figuras apresentam o mesmo padrão de escoamento. Nota-se que devido à presença dos raios de arredondamento na palheta e no assento, a passagem do escoamento axial no orifício de passagem para o escoamento radial no difusor fica facilitada e ocorre de forma suave. Como consequência, as linhas de corrente tendem a



acompanhar as superfícies sólidas da palheta e do assento e não ocorrem regiões de separação e de recirculação do fluido.

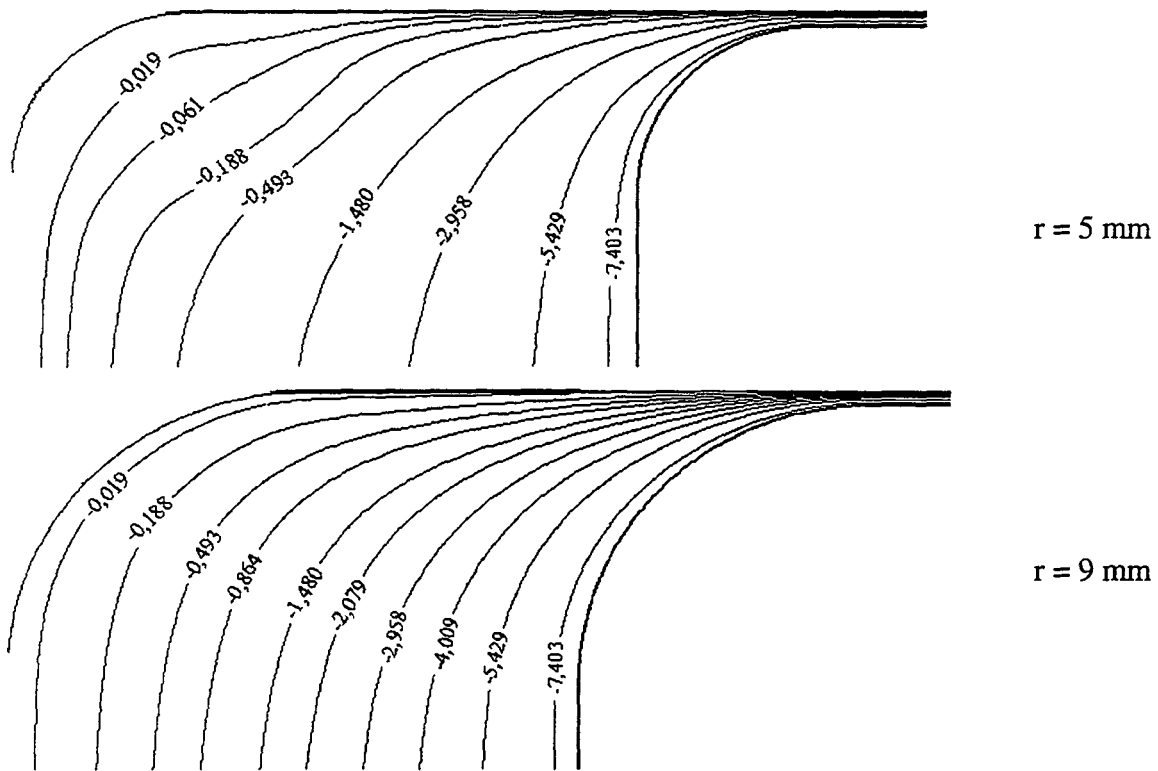


Figura 8.23 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ .

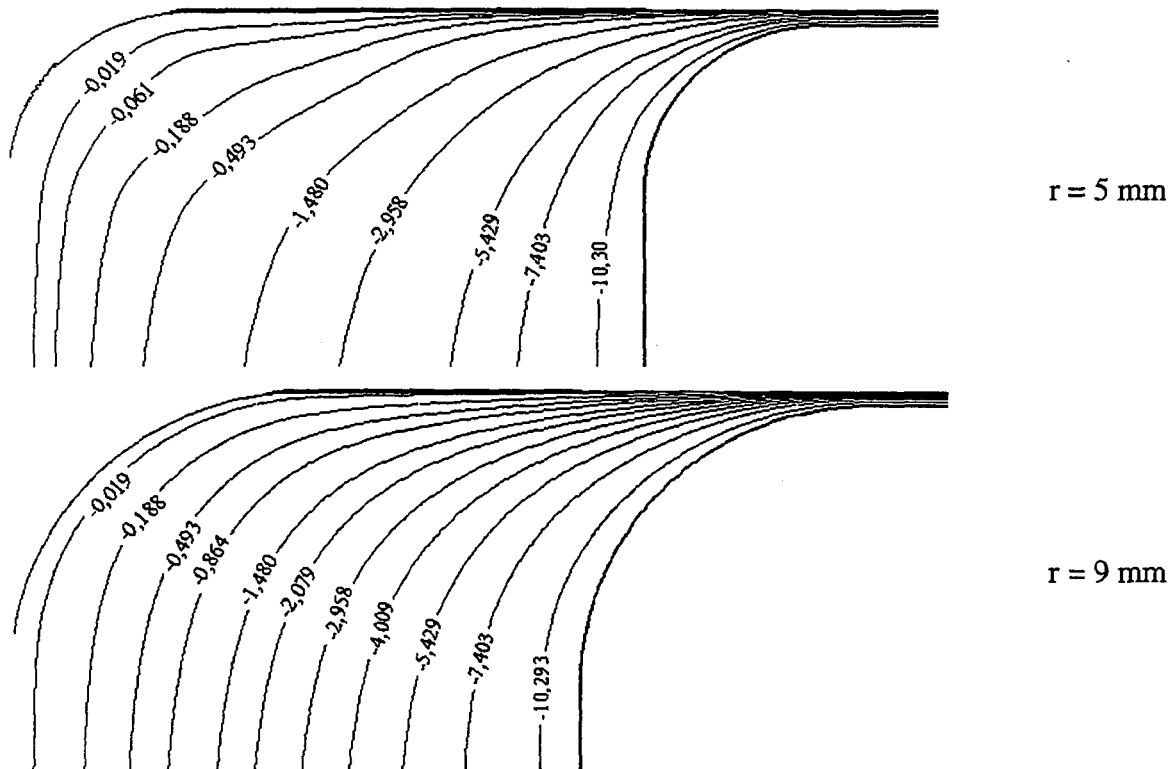


Figura 8.24 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ .

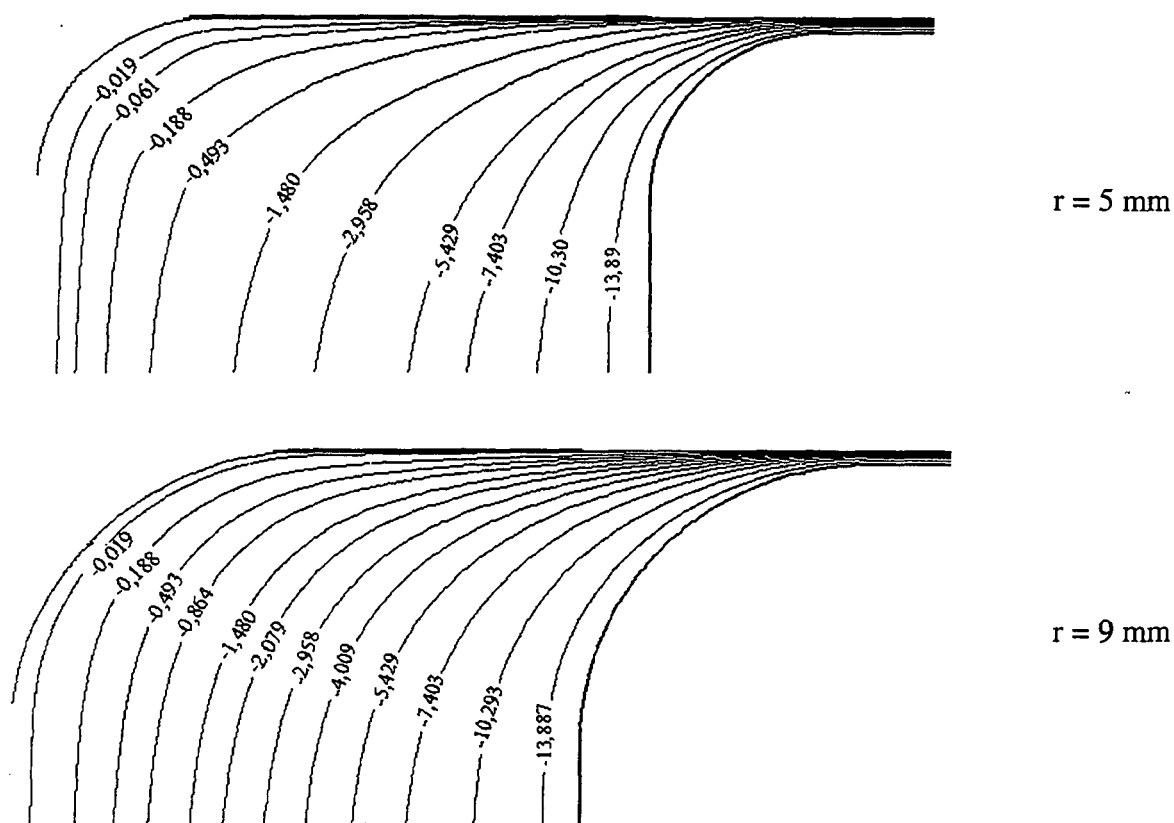


Figura 8.25 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );  $D/d = 3,0$ ;  $s/d = 0,012$  e  $Re = 2000$ .

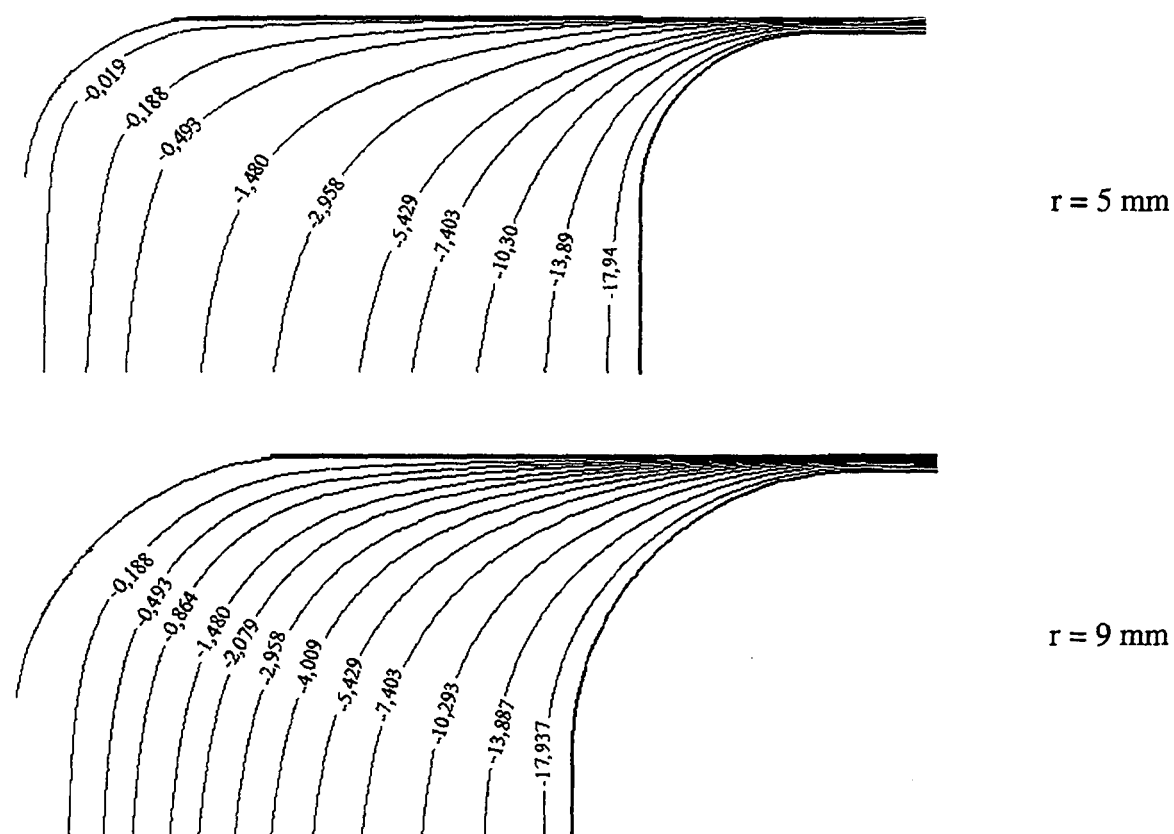


Figura 8.26 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );  $D/d = 3,0$ ;  $s/d = 0,012$  e  $Re = 2500$ .

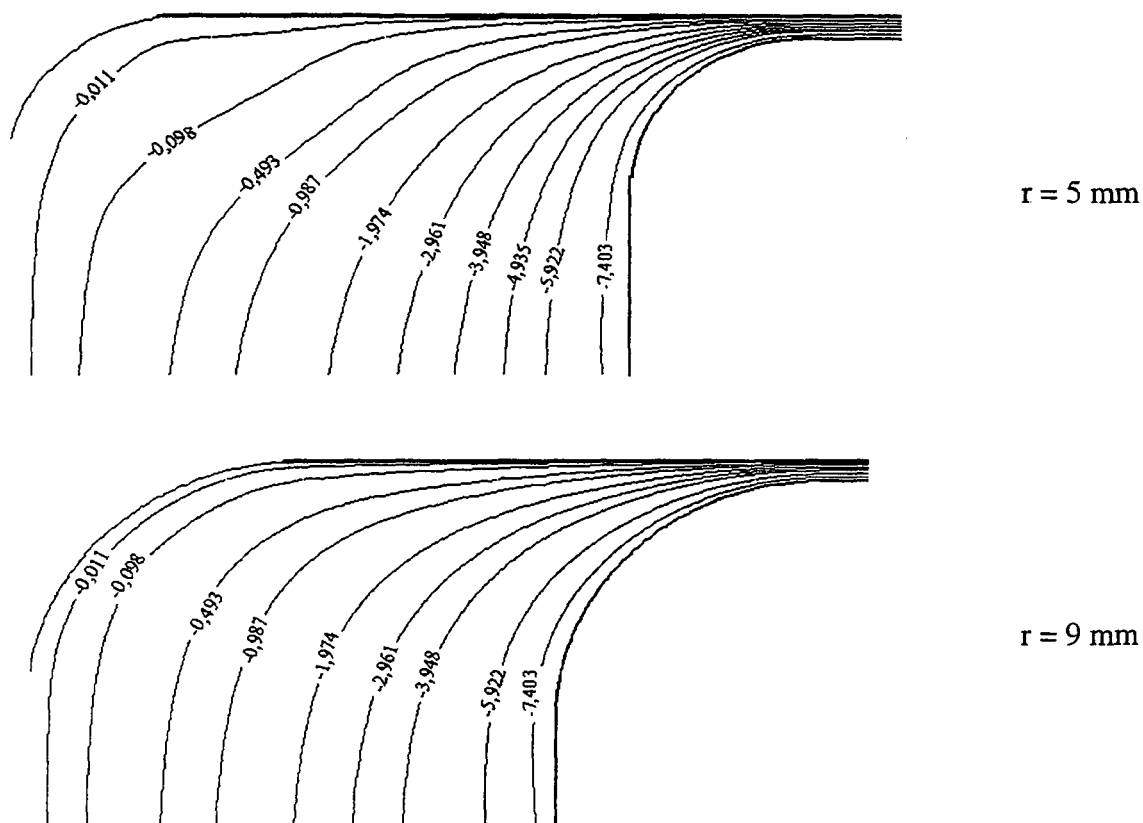


Figura 8.27 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 1000$ .

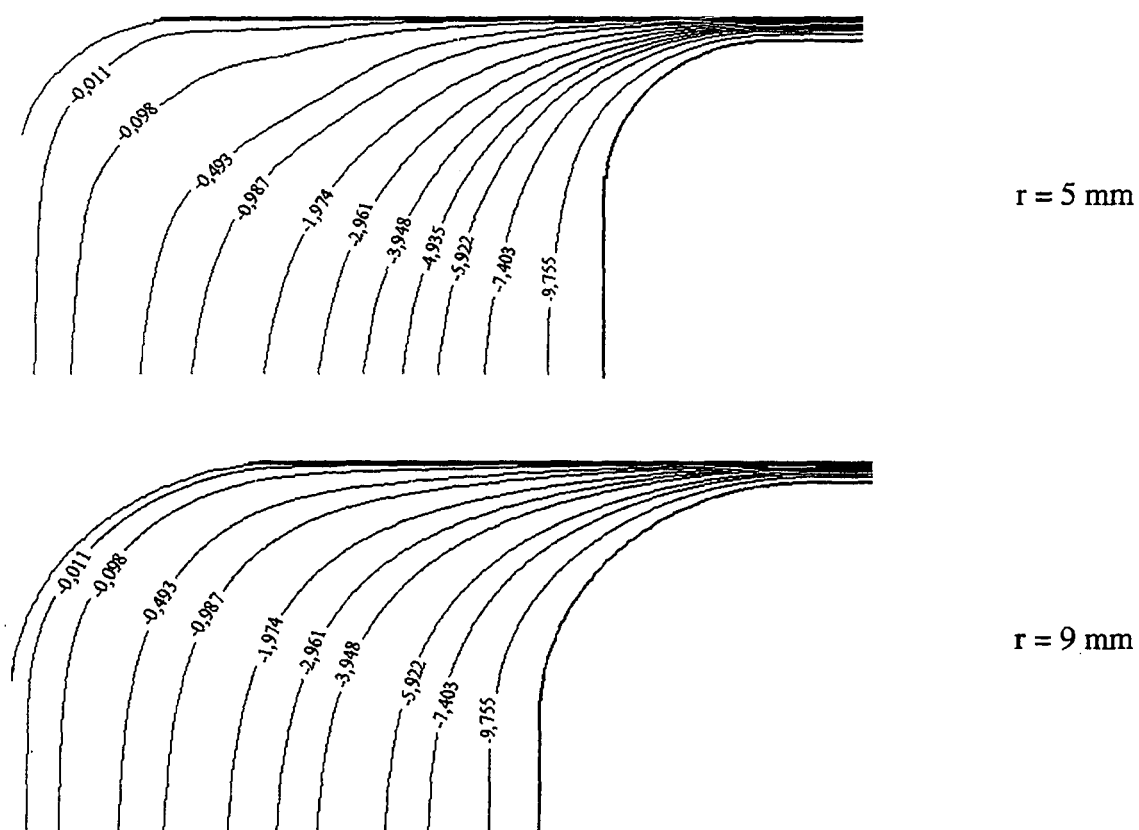


Figura 8.28 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 1500$ .

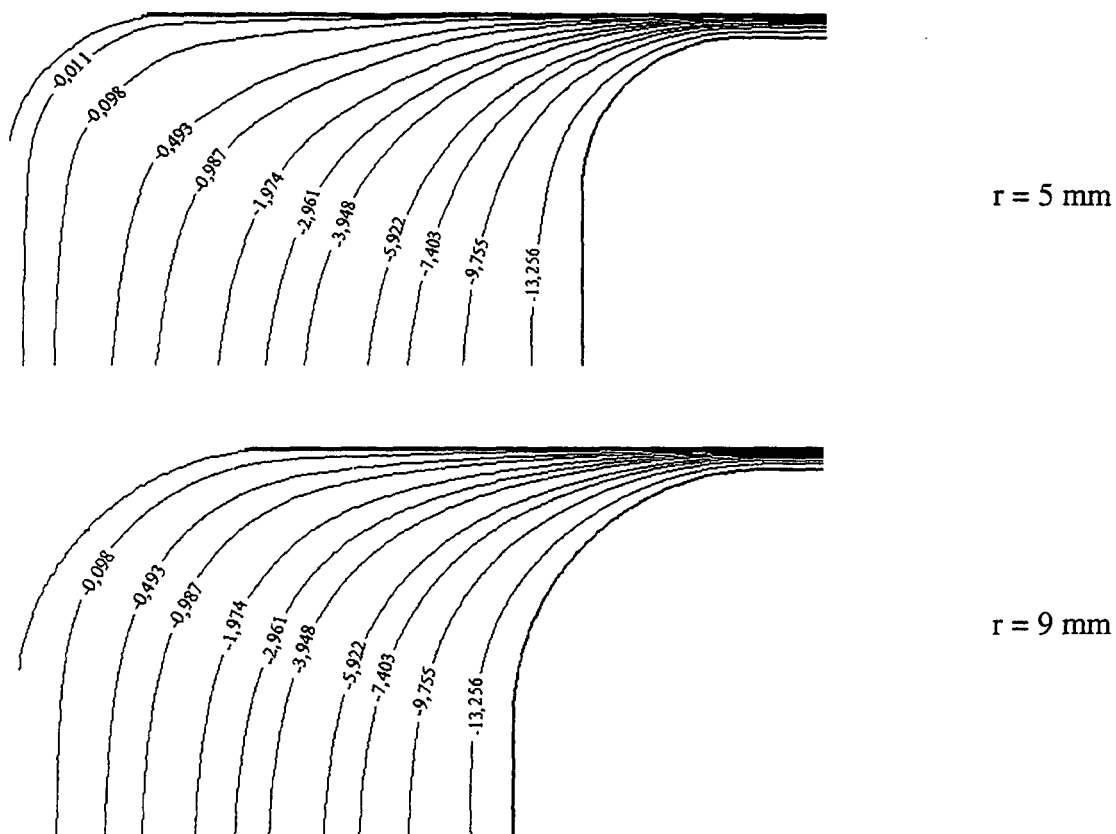


Figura 8.29 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 2000$ .

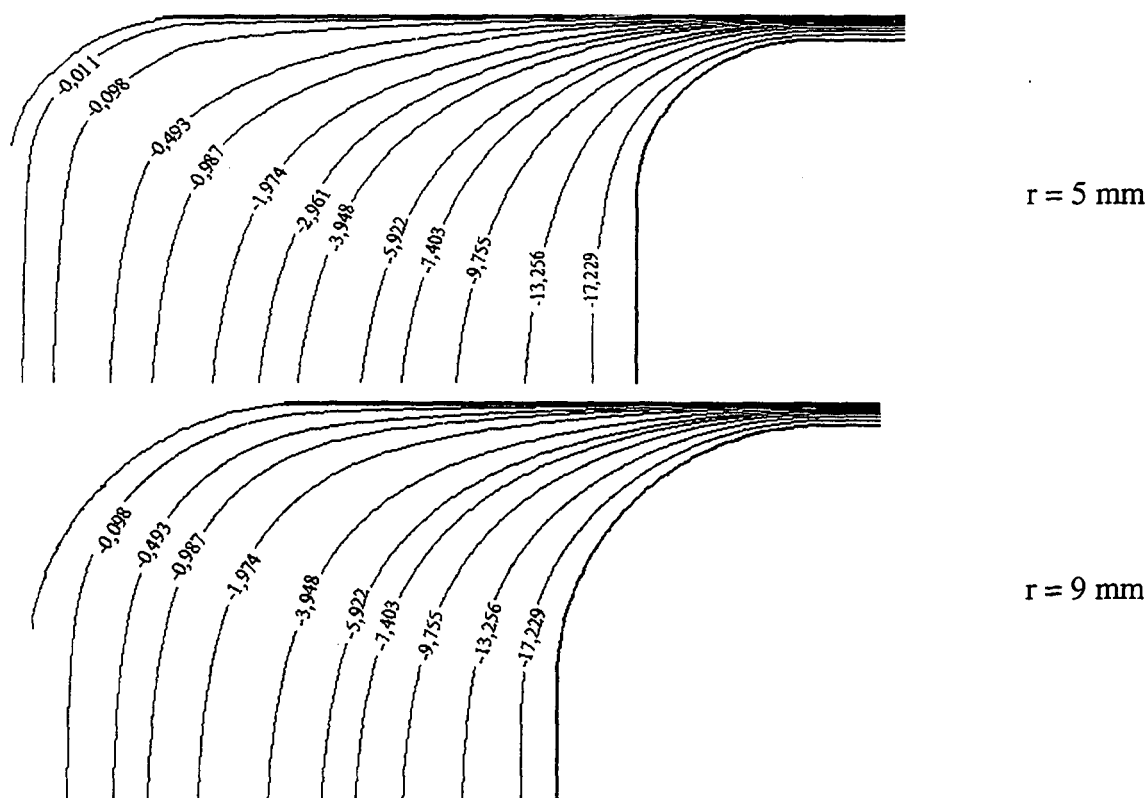


Figura 8.30 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre as linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ );  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 2500$ .

## 8.7 Campos de Pressão

Nas figuras 8.31 a 8.38 são ilustradas as isobáricas obtidas para os diversos casos estudados com raio de arredondamento no assento e na palheta da válvula. As figuras 8.31 a 8.34 mostram os valores do campo de pressão para o afastamento adimensional 0,012, e para o afastamento adimensional 0,020 as figuras 8.35 e 8.38 foram preparadas.

O aumento do raio de arredondamento influencia no decrescimento dos valores do campo de pressões em todos os casos analisados. Ainda, o aumento do número de Reynolds resulta em um decrescimento nos valores do campo de pressões.

Próximo a superfície do orifício de passagem e do assento, as isobáricas apresentam todas a mesma configuração. No entanto, as isobáricas próximas da superfície da palheta, na região do orifício, e, particularmente, para um raio de arredondamento de 5 mm,  $Re = 1000$  e 1500, indicam um padrão diferenciado. Este comportamento também pode ser detectado nas linhas de corrente conforme indicam as figuras 8.23 e 8.27 para  $r = 5$  mm. Acredita-se que esta região de pressão mais elevada que ocorre próxima do eixo de simetria do orifício esteja associada à dificuldade do escoamento em lidar com o vértice da palheta que adentra a região do orifício de passagem (ver figuras 8.1 e 8.2).

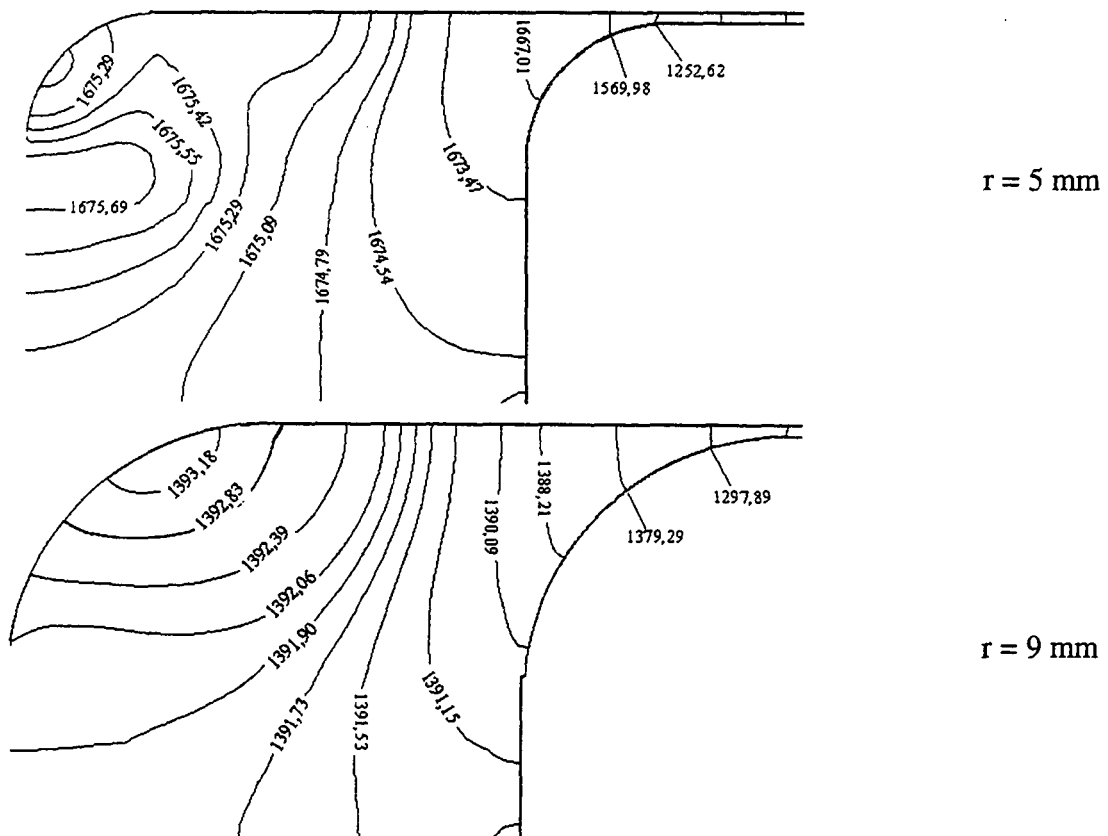


Figura 8.31 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_e/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ .

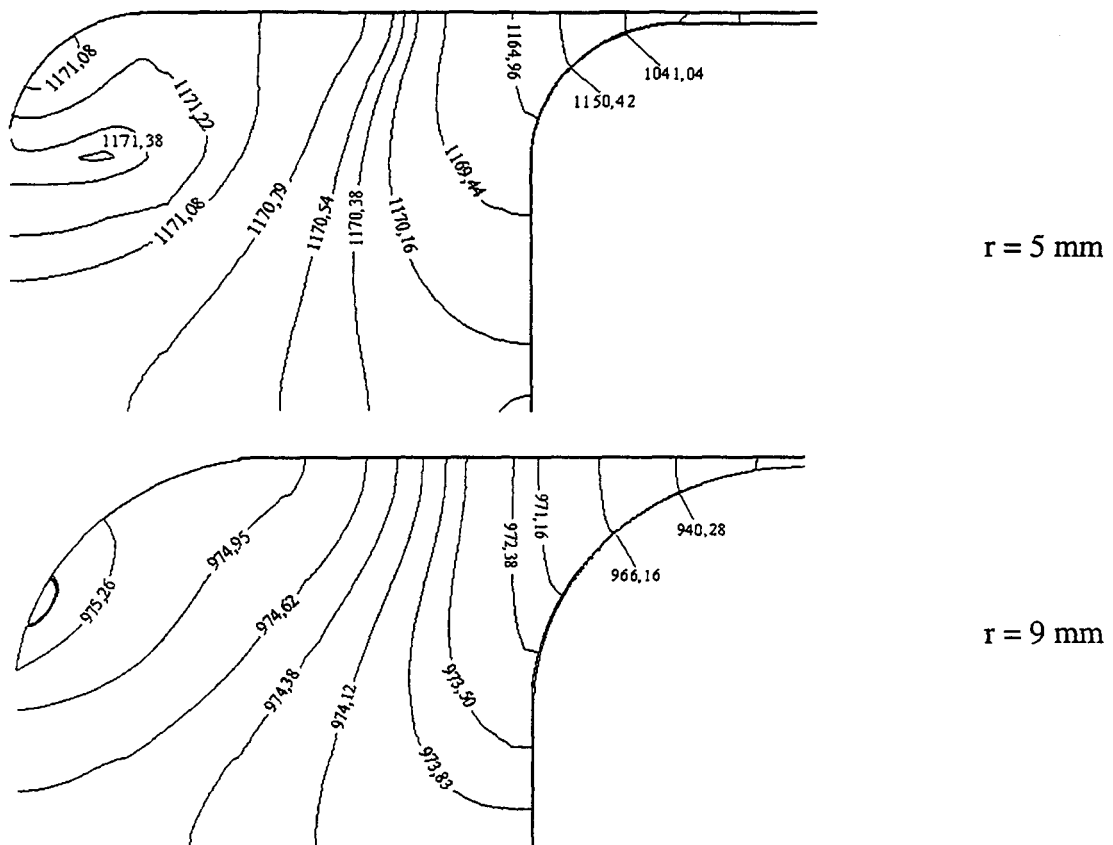


Figura 8.32 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ .

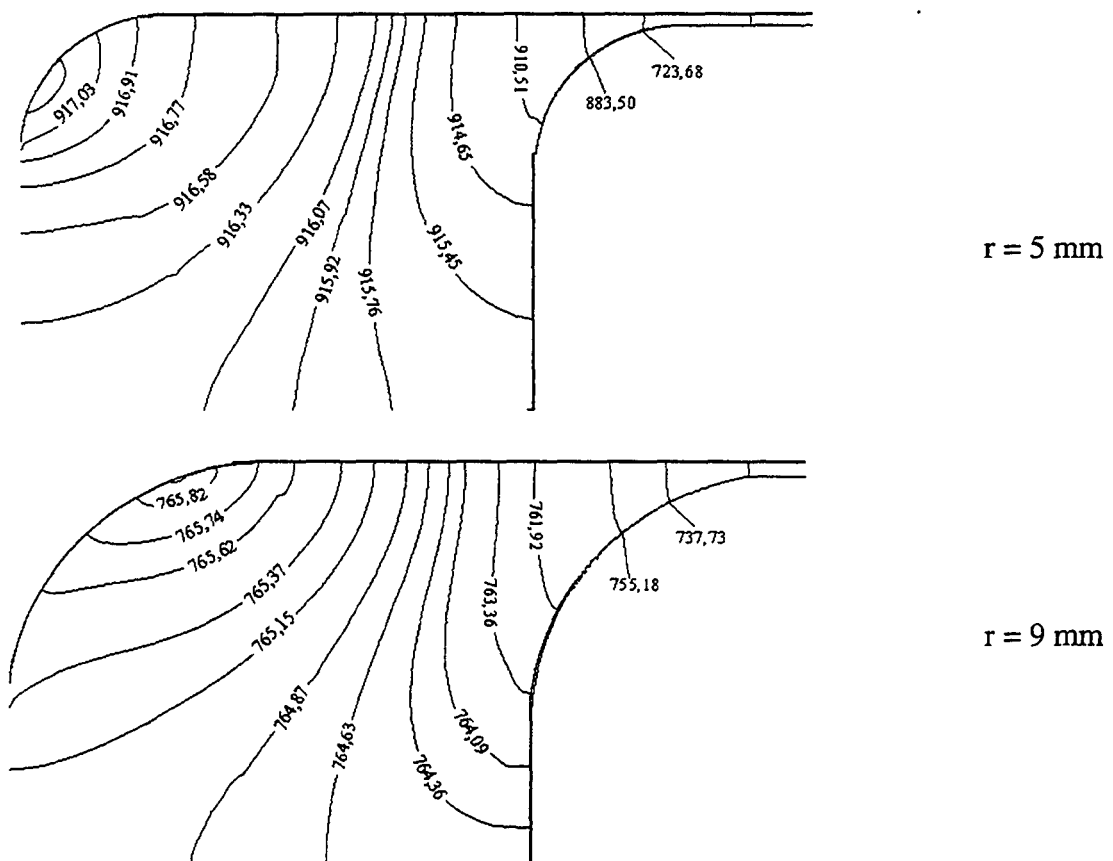


Figura 8.33 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 2000$ .

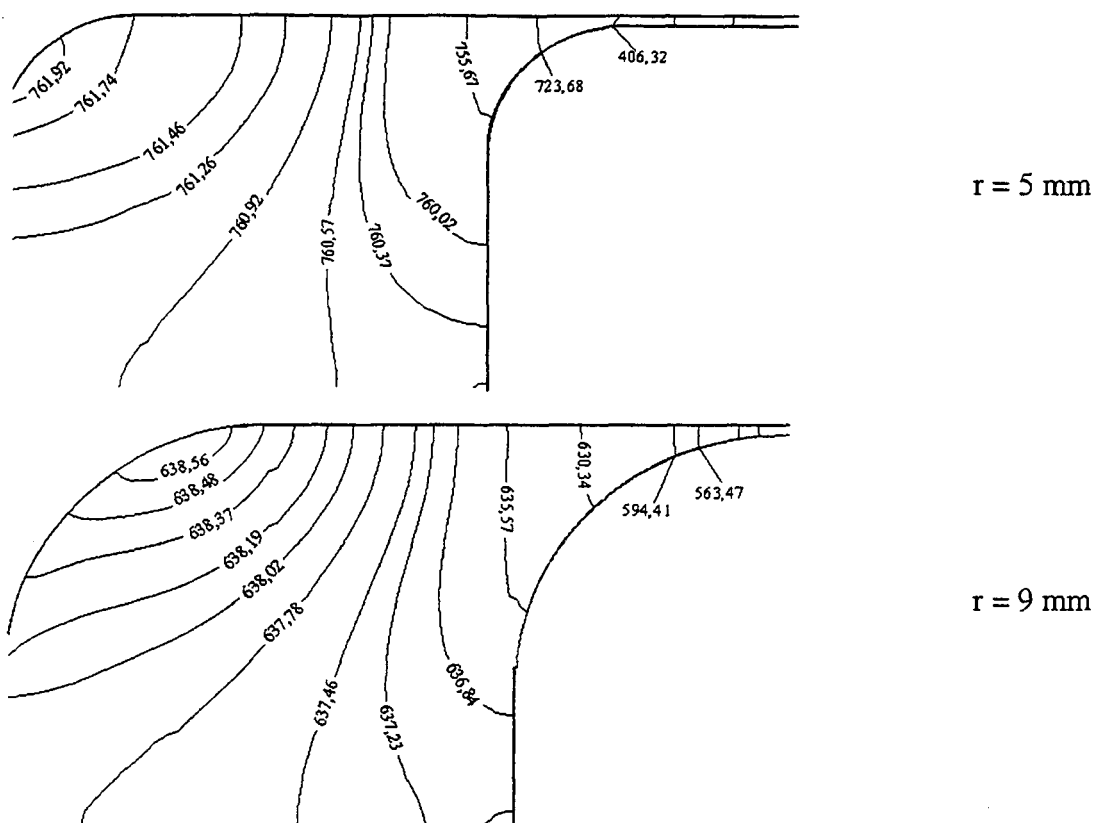


Figura 8.34 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 2500$ .

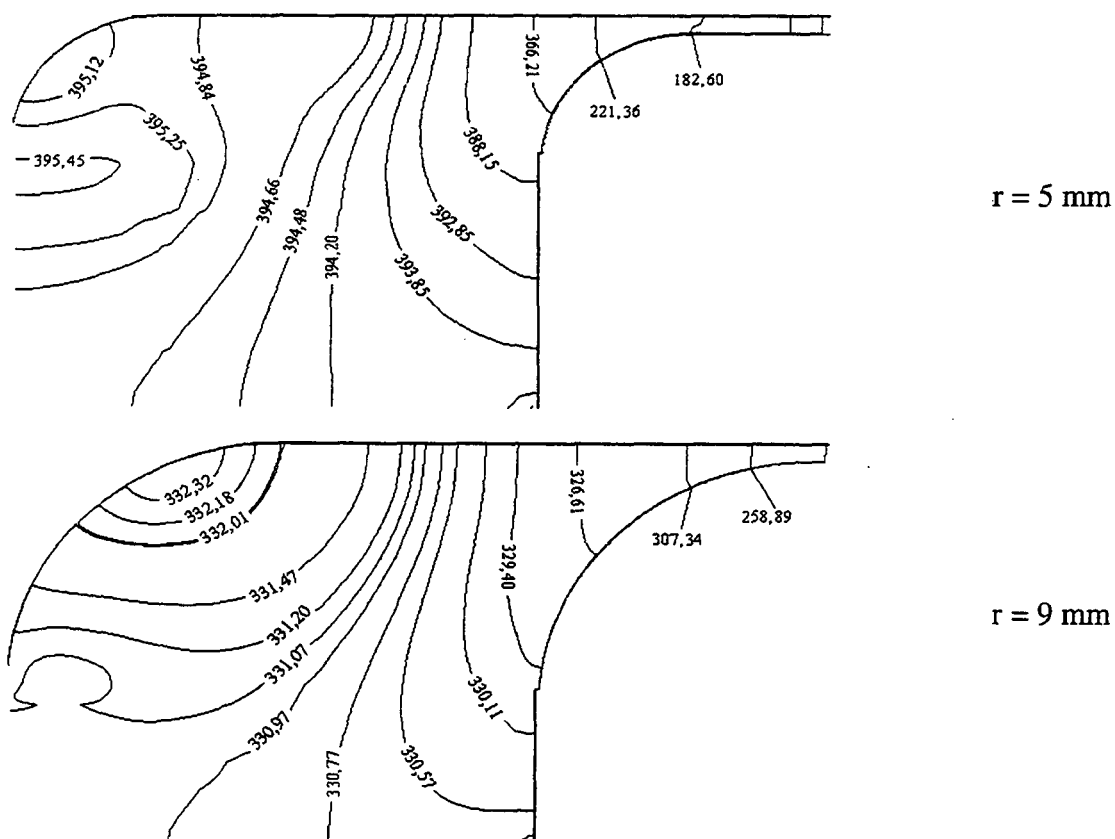


Figura 8.35 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 1000$ .

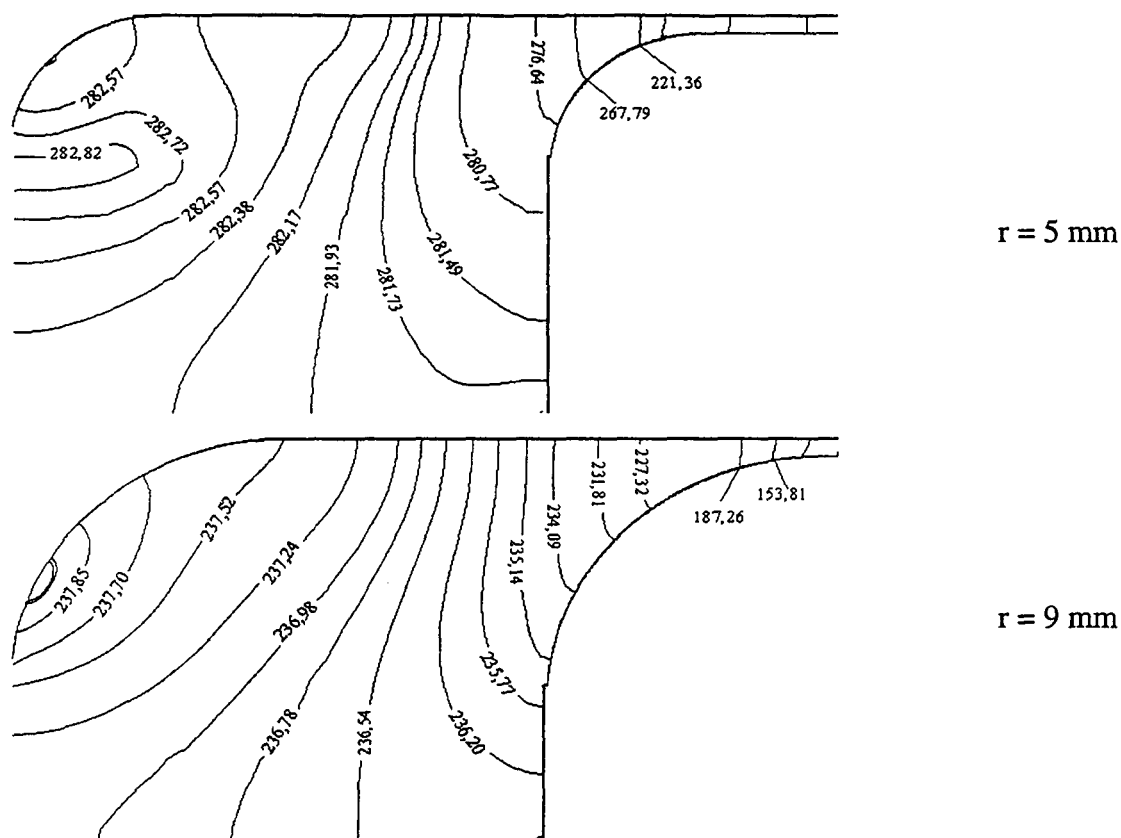


Figura 8.36 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 1500$ .

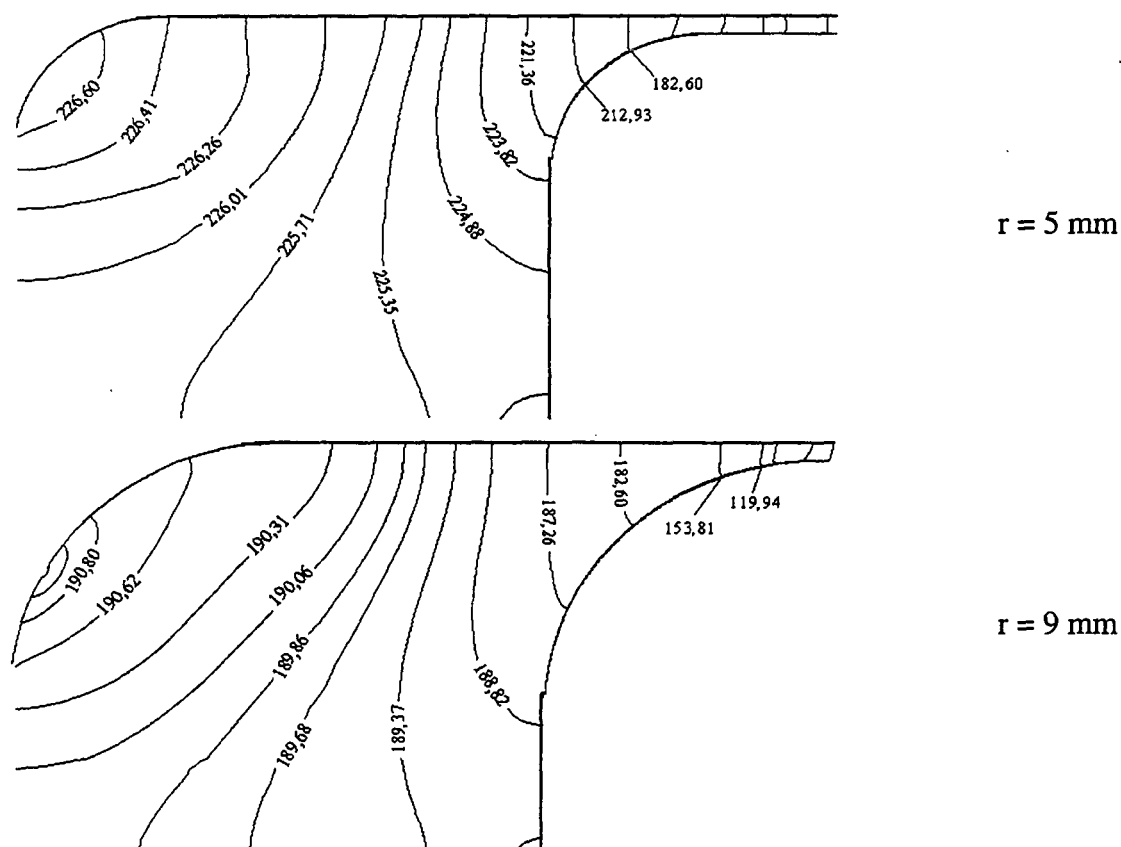


Figura 8.37 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 2000$ .



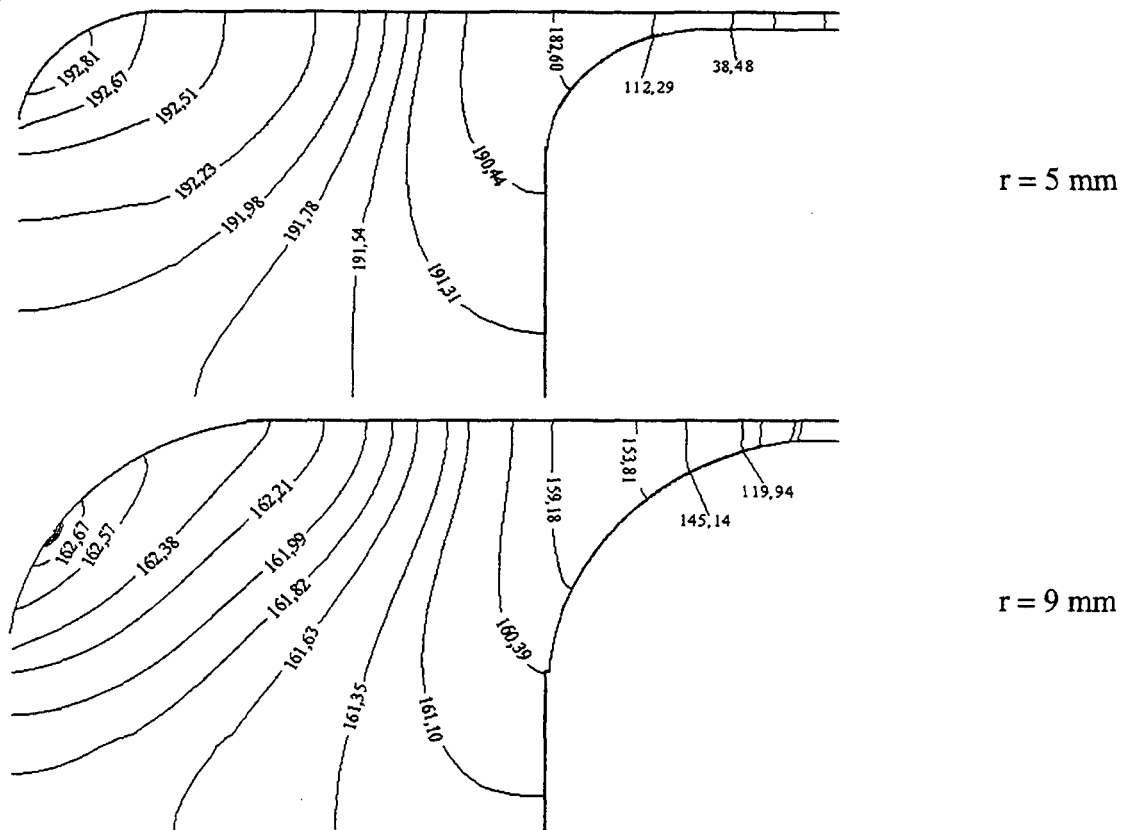


Figura 8.38 – Influência do raio de arredondamento no assento e na palheta sobre o campo de pressão adimensional;  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 2500$ .

A metodologia ELAFINT aqui utilizada mostrou-se bastante eficaz no tratamento das fronteiras arredondadas do assento e da palheta. Na interface entre o fluido (região do escoamento) e o sólido (assento e palheta arredondados) surgiram quatorze tipos de volumes de controle interfaciais, os quais foram modelados eficazmente pela metodologia euleriana-lagrangiana.

### 9.1 Introdução

Conforme explorado nos quatro últimos capítulos, o escoamento através do orifício de passagem e do difusor radial é extremamente dependente da geometria do assento e da palheta. Pequenas alterações geométricas causam um grande impacto nos campos de pressão e de velocidade, e alteram significativamente os parâmetros de eficiência da válvula. Um próximo passo a ser dado é tentar otimizar a geometria da válvula à luz de algumas variáveis pré-definidas. Neste contexto, nos próximos dois capítulos a atenção será voltada para o estabelecimento de uma metodologia numérica associada à otimização de forma, e para a aplicação desta metodologia no escoamento através do difusor radial.

Muitos problemas práticos envolvem a determinação de uma forma ótima, como por exemplo, a trajetória balística de mísseis, a forma de um aerofólio que maximize a força de sustentação, ou as configurações de veículos e asas de aviões que melhorem a aerodinâmica. Em muitos casos, os métodos variacionais são usados para determinar a forma ótima. Porém, muitos problemas de otimização de forma, de interesse prático, não são resolvidos por métodos de cálculo variacional, sendo necessário recorrer a métodos envolvendo uma representação discreta da forma a ser determinada. Em tais métodos o domínio da função objetivo muda de contínuo para discreto. Assim o problema de otimização de forma é reduzido a uma dimensão finita.

Uma questão crucial, que normalmente surge, é qual método de otimização a utilizar, isto é, qual método é mais adequado para resolver um determinado problema. A escolha do método pode, em alguns casos, fazer com que o resultado final não seja tão preciso quanto o esperado e o tempo total de processamento seja proibitivo, devido às avaliações desnecessárias dos campos do escoamento (Chat-Uthai *et al.*, 1996).

A solução do problema de otimização de forma em conjunção com dinâmica dos fluidos computacional é obtida, normalmente, pela combinação de métodos de otimização determinísticos ou estocásticos com métodos que resolvem o escoamento, notadamente, métodos de elementos finitos, elementos no contorno ou volumes finitos.

Em geral os algoritmos de otimização podem ser classificados em três classes: determinísticos, estocásticos ou híbridos. Cada método tem suas vantagens e desvantagens, estas apresentadas no decorrer deste capítulo.

O objetivo deste capítulo é fornecer o conhecimento necessário para a definição e solução do problema de otimização de forma associado ao escoamento através do difusor radial. Primeiramente é realizada uma breve revisão bibliográfica de otimização de forma com ênfase em mecânica dos fluidos. Em seguida algumas categorias de variáveis de projeto são identificadas, e a modelagem com respeito à forma é descrita. Além disto, os possíveis métodos para a solução de problemas de otimização são apresentados e, finalmente, justifica-se a escolha do método de otimização utilizado no presente trabalho.

## 9.2 Processo de Otimização de Forma

A otimização de forma pode ser definida como a determinação da forma limite que melhor representa os critérios de projeto satisfazendo simultaneamente todas as restrições impostas (Richards, 1995). A partir desta definição a teoria de otimização tem duas metas principais, determinar o ótimo e obter metodologias que melhorem e acelerem a obtenção do ótimo.

A otimização de forma requer uma função objetivo e um conjunto de restrições que limitam o espaço sob o qual a função objetivo deve ser otimizada. Para o difusor radial, espera-se obter, por exemplo, a distribuição de força máxima sob a palheta e a perda de carga mínima na região do escoamento.

As informações mínimas requeridas necessárias em qualquer processo de otimização, são a função objetivo e as restrições. Alguns métodos precisam de outras informações, tais como a continuidade e as derivadas da função objetivo.

O procedimento para a determinação das derivadas da função objetivo e das restrições, quando são requeridas pelo método de otimização, é denominado análise de sensibilidade. Em muitos problemas a informação das derivadas é inviável ou exige um grande tempo de processamento. Existem alguns métodos de otimização que são independentes da informação das derivadas, tais como Algoritmos Genéticos e *Simulated Annealing* (Richards, 1995).

A figura 9.1 ilustra uma simplificação do processo de otimização de forma. Nesta figura o bloco contendo o "início" representa uma condição inicial que deve ser fornecida pelo usuário antes que o processo de otimização prossiga. Na figura observa-se quatro módulos principais no

processo de otimização de forma: a representação da curva interfacial, a análise, a otimização, e o término.

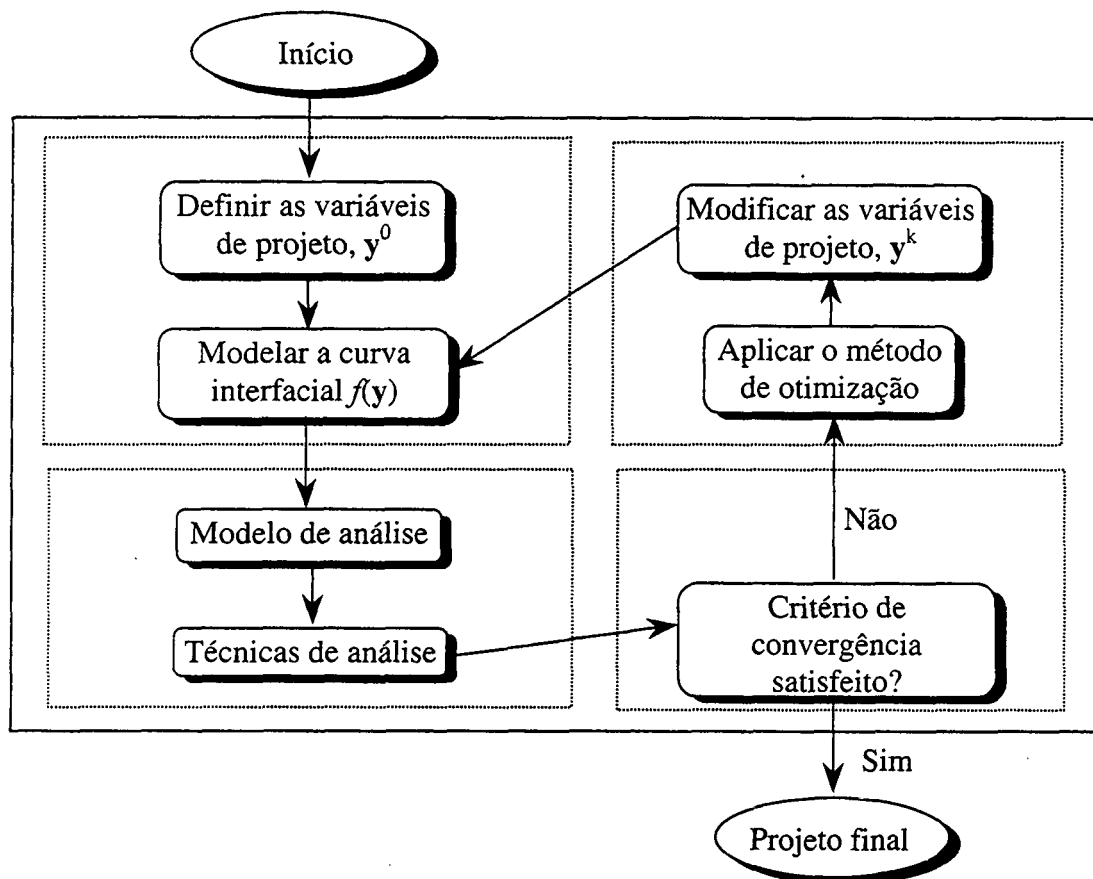


Figura 9.1 - Processo genérico de otimização de forma.

A obtenção da forma ótima depende do módulo de representação da fronteira, isto é, das variáveis de projeto selecionadas para representar os contornos do espaço de busca. Na literatura muitas representações para a interface têm sido investigadas, alguns exemplos incluem as funções polinomiais, as funções trigonométricas, as splines cúbicas, onde as variáveis de projetos podem ser alguns pontos através dos quais a curva passa (Bobaru e Mukherjee, 2001), e as  $\beta$ -splines (Fancello *et al.*, 1993; Sharatchandra *et al.*, 1998).

No módulo de análise determinam-se os valores da função objetivo, das restrições e alguma informação auxiliar, necessária no módulo de otimização. Para algumas categorias de problemas a função objetivo pode ser calculada diretamente; já para outras categorias mais complexas, como a solução do problema de otimização de forma em conjunção com a dinâmica dos fluidos computacional, devem ser aplicadas técnicas numéricas como o método de elementos finitos, elementos no contorno ou volumes finitos para obter o valor da função objetivo (Madsen, 1998).

Devido às dificuldades em unir os módulos de análise e de otimização, muitos métodos acoplam os dois módulos. Esta é a razão para o histórico uso dos nós dos elementos finitos como variáveis de projeto, tornando mais fácil implementar um sistema que utiliza a mesma representação para os módulos de fronteira e análise.

O módulo de término é baseado no critério de convergência que pode ser o número máximo de iterações, o tempo de processamento, a diferença entre as variáveis de projeto na iteração atual e na iteração anterior, o vetor gradiente (se um método de otimização envolvendo o cálculo do gradiente esteja sendo usado), ou outros critérios. O módulo de otimização realiza modificações nas variáveis de projeto resultando em um projeto ótimo ou pelo menos melhorado. As variáveis de projeto retornam ao módulo de representação da interface informações que possibilitam que a mesma seja modificada.

### 9.3 Revisão Bibliográfica de Otimização de Forma

Na literatura investigada observou-se que em otimização estrutural é freqüente o uso do método de elementos finitos juntamente com análise de sensibilidade. Em problemas envolvendo escoamento de fluidos são várias as técnicas de otimização de forma aplicadas. Fazendo uma busca na literatura foram encontrados muitos artigos sobre otimização de forma. Entretanto, na revisão bibliográfica a ser apresentada dar-se-á ênfase especial aos trabalhos de otimização de forma em conjunção com CFD.

#### 9.3.1 Otimização de Forma em Estruturas

Na otimização estrutural a parametrização da forma da estrutura é fundamental. O projeto usualmente é resolvido por ferramentas de Projeto Auxiliado por Computador (CAD) e técnicas computacionais tais como elementos finitos e elementos no contorno, usados para o cálculo da resposta estrutural. Em CAD a geometria da estrutura é definida por projetos geométricos como polinômios, curvas Bézier (Cholaseuk *et al.*, 1999) e  $\beta$ -splines (Fancello *et al.*, 1993; Zumwalt e El-Sayed, 1993). A geometria definida pelas curvas e superfícies pode ser transformada em um modelo de nós e elementos.

A função objetivo e as restrições geralmente dependem implicitamente das variáveis de projeto. Assim, a abordagem convencional repassa o problema de projeto implícito original para

uma sequência de subproblemas explícitos, cada um sendo construído pelo uso de aproximações locais requerendo os valores da função e das derivadas nos pontos de projeto (Schramm e Pilkey, 1993). Em relação à otimização estrutural alguns trabalhos significativos serão agora descritos.

Fancello *et al.* (1993) otimizaram a forma em um problema de contato bidimensional com duas funções objetivo. Os conceitos de derivadas materiais foram usados para obter a formulação contínua de análise de sensibilidade. A otimização de forma foi executada pela modificação direta da geometria através de curvas  $\beta$ -splines. Um gerador automático da malha foi usado em cada nova configuração, para determinar os dados de entrada dos elementos finitos. A técnica do Lagrangiano Aumentado (para resolver o problema de contato) e o algoritmo de Ponto Interior (para resolver o problema de otimização de forma) foram usados na obtenção dos resultados. Detalhes destes métodos podem ser obtidos em Arora (1989) e Herskovits (1995).

Fleury *et al.* (1993) resolveram um problema bidimensional onde as variáveis de projeto foram incorporadas na malha de elementos finitos. Avaliaram os campos de velocidades utilizando análise de sensibilidade e um eficiente algoritmo de programação matemática para resolver o problema de otimização.

Zumwalt e El-Sayed (1993) desenvolveram um método para otimização de forma usando uma técnica de elemento de projeto que incorpora a formulação  $\beta$ -spline. Esta formulação é geral e capaz de obter uma variedade de formas com poucos parâmetros de controle. Nas curvas  $\beta$ -splines é possível controlar diretamente a continuidade, podendo modelar descontinuidades em extremidades e superfícies, eliminando a necessidade de recompor elementos de projeto para modelar as formas complexas. Uma eficiente expressão analítica da análise de sensibilidade foi desenvolvida e exemplos numéricos foram apresentados para demonstrar a generalidade e a eficiência da abordagem proposta.

Baumal *et al.* (1998) usou Algoritmos Genéticos para determinar o controle ativo e passivo de parâmetros mecânicos de um sistema de suspensão de um veículo. O objetivo foi minimizar a aceleração extrema do assento dos passageiros, sujeito a restrições representando a habilidade requerida na estrada e o espaço de trabalho da suspensão.

Herskovits *et al.* (1996) e Dias *et al.* (1998) empregaram o método de Elementos Finitos e técnicas de programação não-linear na solução de problemas de análise estrutural. Consideraram formas geométricas fechadas com fronteiras definidas por curvas  $\beta$ -splines suaves. As variáveis de projeto determinaram a forma do contorno. O problema foi resolvido com um algoritmo de Pontos Interiores baseado no método de Herskovits (Herskovits, 1995).

Bugeda e Gil (1999) analisaram o comportamento estrutural usando o método de elementos finitos com um modelo material constitutivo não-linear. Duas abordagens diferentes

foram propostas devido ao tipo de comportamento não-linear: uma abordagem incremental clássica para casos gerais de plasticidade, e uma estratégia especial para materiais cuja tensão é suave. As abordagens foram validadas através da aplicação em exemplos diferentes.

Hilding *et al.* (2001) apresentaram uma metodologia computacional para otimização de forma de estruturas de contato sem fricção. Empregaram análise de sensibilidade analítica, método de elementos finitos adaptativo e um algoritmo de otimização de programação convexa sequencial para resolver o problema de contato eficazmente. Resultados de três exemplos de aplicações foram apresentados, onde a pressão de contato e a tensão efetiva foram otimizadas.

Perreira *et al.* (2001a, 2001b) abordaram o problema de otimização topológica voltando a atenção para um problema comum em Mecânica Estrutural. Buscaram a topologia estrutural ótima com vistas à menor massa e que a estrutura não falhasse por escoamento do material. Empregaram um algoritmo de otimização não-linear baseado em regiões de confiança (*trust-region*) especializado para norma  $L_\infty$ . O algoritmo, denominado BOX-QUACAN, baseia-se na construção de um modelo quadrático definido em uma região de confiança e de um procedimento de busca do ponto ótimo ao longo das faces. Nos resultados apresentados foi utilizada uma implementação do algoritmo BOX-QUACAN, adaptado ao problema.

### 9.3.2 Otimização de Forma em CFD

Historicamente o predecessor de otimização numérica de forma em mecânica dos fluidos é o método de projeto inverso. Em um problema de projeto inverso prescreve-se uma distribuição de velocidade ou pressão em volta de um objeto, e o problema é resolvido determinando a forma deste objeto que satisfaça a distribuição especificada. Lighthill em 1945 contribuiu pioneiramente planejando um método de projeto inverso para o escoamento incompressível passando por aerofólios, empregando soluções potencial do escoamento para obter uma desejada distribuição de pressão (Arian e Vatsa, 1998).

Os métodos de projeto inverso são baseados nas equações de Euler e modificações nas interfaces. Estes métodos são usados no projeto de aerofólios, asas, cascatas de turbomáquinas e geometrias de dutos (Çabuk e Modi, 1992).

A principal desvantagem dos métodos de projeto inverso é que requerem uma definição prévia do projetista, por exemplo, da distribuição ótima de pressão ou velocidade. Necessitando, obviamente, de um entendimento preliminar do fenômeno considerado, isto é, envolve um problema já considerando a existência de soluções. Por estas razões, não há esperança de se

aplicar métodos de projeto inverso para finalidades gerais. Contudo, podem ser aplicados eficazmente em problemas específicos.

Enquanto os métodos clássicos de projeto inverso datam de antes da metade do século passado, as primeiras tentativas para executar a otimização de forma em problemas envolvendo escoamento de fluidos com outros métodos é mais recente. Alguns destes trabalhos são citados a seguir.

Pironneau (1974) e Glowinski e Pironneau (1975) usaram o método adjunto para determinar a forma de um corpo que resulte no arrasto mínimo quando movimentado com velocidade constante. Os resultados foram validados para as equações de Navier-Stokes incompressíveis, em regime permanente, com uma única solução, isto é, quando a camada limite não separa.

Haftka e Malkus (1981) propuseram uma modificação no cálculo das derivadas de sensibilidade térmica usando diferenças finitas. A metodologia foi aplicada no exemplo numérico de um cilindro isolado. Haftka (1982) introduziu um método para calcular a matriz Hessiana resolvendo  $n$  equações de sensibilidade, onde  $n$  é o número de variáveis de projeto, juntamente com a equação adjunta.

Jameson (1988) aplicou o método adjunto para o projeto da forma ótima em um aerofólio usando as equações de Euler. Sugeriu que o problema de projeto fosse tratado como um problema de controle no qual o controle é o perfil da interface.

Beux e Dervieux (1993) aplicaram o método do gradiente para o controle ótimo de um sistema em que a simulação é expansiva. O problema de otimização de forma de um bocal de mangueira foi utilizado para testar a metodologia em um escoamento de Euler transônico e subsônico.

Jou *et al.* (1995) usaram uma aproximação do método de Haftka (1982) para construir a matriz Hessiana, na otimização de forma de uma asa tridimensional governada pela equação potencial completa, acoplada com a equação da camada limite.

Bugeda e Onate (1995) apresentaram uma metodologia para resolver problemas de otimização de forma no contexto de escoamento de fluidos envolvendo malhas adaptativas. A metodologia baseou-se no cálculo das sensibilidades das variáveis de projeto geométricas, na malha, nas variáveis do escoamento, e no erro estimado ao projetar os parâmetros de um projeto para o próximo. A eficiência da metodologia proposta foi validada em dois problemas bidimensionais: o primeiro correspondendo a um escoamento interno, e o segundo a um escoamento externo. Bugeda e Onate (1999) apresentaram uma continuação do trabalho anteriormente citado. No trabalho a análise de sensibilidade foi utilizada para resolver o escoamento potencial acoplado a um modelo de camada limite.



Arian e Ta'asan (1996) analisaram a influência da matriz Hessiana em problemas de otimização aerodinâmicos, invíscidos, e sugeriram um método de pré-condicionamento para as equações diferenciais ordinárias. Este tipo de problema é altamente mal-condicionado e para obter uma convergência eficaz é necessário utilizar o pré-condicionamento. A matriz Hessiana, derivada de segunda ordem com respeito as variáveis de projeto, foi aproximada pela abordagem contínua.

Burgreen e Baysal (1996) desenvolveram um eficiente projeto tridimensional baseado na análise de sensibilidade discreta, capaz de tratar um grande número de variáveis de projeto. As equações de Euler foram utilizadas para resolver o escoamento transônico em uma asa tridimensional. A metodologia de diferenças finitas foi usada para calcular as derivadas para o método de otimização baseado em gradientes. As regiões limitadas da geometria foram modificadas via perturbação da função interfacial.

Osio e Amon (1996) apresentaram uma metodologia adaptativa para projetos de engenharia. O procedimento Bayesiano de multi-estágio foi utilizado, sendo conveniente para controlar um conjunto de dados e analisá-los. A metodologia foi aplicada para o projeto térmico de dispositivos eletrônicos com cinco parâmetros de projeto. A distribuição de temperatura nos dispositivos eletrônicos foi calculada usando simulação numérica direta de elemento espectral, objetivando encontrar novas combinações de projeto e minimizar a temperatura máxima dos dispositivos.

Stewart (1998) desenvolveu e analisou novos algoritmos para o cálculo preciso de sensibilidades de projeto. Focalizou o uso de método de elementos finitos aplicados na equação de sensibilidade contínua. O trabalho concentrou-se em dois métodos para melhorar a precisão sem compromisso com velocidade. Técnicas de projeção local e global foram empregadas para obter maior precisão nas aproximações das derivadas.

Arian e Vatsa (1998) reformularam o método de pré-condicionamento, sugerido por Arian e Ta'asan (1996), aplicando nas equações de Euler para resolver um problema aerodinâmico de otimização de forma. Abordaram o escoamento compressível, bidimensional. O local da intersecção de cada ponto da malha computacional com o aerofólio foi utilizado como uma variável de projeto. Ambas as aproximações das derivadas (gradiente e Hessiana) foram calculadas com a abordagem contínua.

Venter *et al.* (1998) usaram aproximações para o domínio de resposta melhorando os ruídos numéricos e os problemas de integração do método de otimização associado com a solução de problemas de engenharia. As aproximações para o domínio de resposta foram usadas com sucesso para determinar o peso mínimo de uma placa com mudança de espessura. O método

de otimização baseado em derivadas foi usado devido as aproximações para o domínio de resposta serem suaves.

Recentemente evidencia-se um interesse crescente em abordagens de otimização alternativas, que não utilizam o cálculo das derivadas da variável de projeto. Exemplos destas abordagens emergentes são otimização via Algoritmos Genéticos e via Aproximações da Superfície de Resposta (*Response Surface Approximations*, RSA). Uma particularidade comum entre estes dois métodos é melhorar a robustez e a eficiência computacional.

Obayashi e Takanashi (1996) aplicaram Algoritmos Genéticos para otimizar a distribuição de pressão em volta de um aerofólio. O aerofólio foi parametrizado por  $\beta$ -splines. Resultados do projeto foram obtidos para casos transônicos com e sem onda de choque. O projeto de asas tridimensionais foi apresentado especificando o padrão das linhas isobáricas na direção do comprimento da asa.

Sharatchandra *et al.* (1998) empregaram Algoritmos Genéticos para otimização funcional restrita. A procura da função ótima foi transladada para determinar os coeficientes de uma expansão em série, e o Algoritmo Genético foi aplicado para este propósito. O procedimento de seleção de Boltzmann (Mahfoud, 1997) foi usado para buscar o ótimo global. O método foi validado utilizando dois problemas testes onde o ótimo global já era conhecido. Com a representação em séries ortogonais, resultados precisos foram obtidos usando o tamanho da população no Algoritmo Genético em uma ordem de magnitude menor do que a usada em estudos prévios. O trabalho ofereceu uma abordagem que pode drasticamente reduzir o número de avaliações da função objetivo.

Poloni *et al.* (2000) aplicaram uma metodologia híbrida para a otimização multi-objetivo, combinando Algoritmos Genéticos, rede neural e otimizadores baseados em gradiente para projetar um veleiro de competição. Acoplaram ao código de otimização a simulação das equações de Navier-Stokes tridimensional. Para execução da otimização foi empregada uma arquitetura em paralelo.

Makinen *et al.* (1999) abordaram a otimização com múltiplos objetivos para o projeto de um aerofólio bidimensional. Uma aproximação para a solução ótima do conjunto de Pareto foi obtida usando Algoritmos Genéticos. Na primeira função objetivo as equações invíscidas de Euler foram resolvidas usando volumes finitos, na segunda função objetivo o campo de ondas eletromagnéticas foi resolvido por uma equação de Helmholtz bidimensional. Os resultados numéricos ilustraram a eficiência da metodologia adotada.

Venter *et al.* (1998) construíram RSA, através de resultados numéricos obtidos com a metodologia de elementos finitos. O peso mínimo de uma placa isotrópica com abrupta mudança

de espessura foi obtido. Polinômios cúbicos e quárticos foram usados como RSA. Um algoritmo de otimização baseado em derivadas foi empregado devido as RSA serem suaves por natureza. Os resultados mostraram que utilizando RSA a solução ótima pode ser apresentada na forma de um projeto aplicável em uma ampla classe de parâmetros geométricos.

Madsen (2000) utilizou RSA na otimização de forma envolvendo escoamentos em difusores. Dois exemplos com duas e cinco variáveis de projeto foram abordados com as formas da parede do difusor sendo descritas por polinômios e  $\beta$ -splines. Condições de monotonicidade reduziram drasticamente o espaço de projeto. Para melhorar o espaço de busca alguns pontos de projeto foram excluídos por testes estatísticos. O difusor ótimo exibiu uma separação mínima no escoamento e as duas parametrizações (polinômios e  $\beta$ -splines) obtiveram formas similares para a parede do difusor. A principal vantagem de usar a Aproximação da Superfície de Resposta no procedimento de otimização foi suavizar a resposta ruidosa da função.

Existem várias publicações em otimização de forma utilizando Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), muitas das quais estão contidas ou referenciadas em Madsen (1998). No presente capítulo apenas algumas destas referências mais representativas foram citadas.

Nas referências citadas observa-se que o grande volume de publicações pertencente à otimização de forma em mecânica dos fluidos é, geralmente, em aplicações aeroespacial, considerando, por exemplo, a forma ótima de aerofólios ou partes da fuselagem de aviões. Contudo, o uso contemporâneo das equações de Euler e Navier-Stokes em otimização de forma tem aumentado devido ao melhoramento tanto das metodologias de análise de sensibilidade como do tempo computacional, que são essenciais para o panorama atual de otimização em escoamento de fluidos.

#### 9.4 Formulação Matemática do Problema de Otimização de Forma

Os problemas de otimização de forma objetivam determinar os valores ótimos das variáveis de projeto, tal que algum critério de desempenho expresso explicitamente em termos de uma função objetivo seja minimizado ou maximizado. O projeto pode satisfazer certas restrições geométricas ou comportamentais. Obviamente, esta estrutura geral que fornece o projeto ótimo para uma série de problemas diferentes, é que demonstra o papel importante desempenhado pelas técnicas de otimização em muitas áreas, por exemplo, o uso difundido da programação matemática na economia. Entretanto, do ponto de vista matemático o contexto para resolver os

problemas de otimização não faz diferença, e todos estes problemas podem ser postos no seguinte formato padrão,

$$\underset{y \in \Omega \subseteq \mathcal{R}^n}{\text{Minimize}} J(y), \quad (9.1)$$

onde a função  $J$  é chamada função objetivo e o conjunto  $\Omega$ , freqüentemente definido por um conjunto de igualdades e/ou desigualdades, é o conjunto factível. Os pontos de  $\Omega$  são os pontos factíveis da equação (9.1).

De fato, o interesse neste trabalho é tanto minimizar como maximizar funções, contudo falar-se-á apenas em minimizar dado que, claramente, maximizar  $J(y)$  em uma região qualquer do espaço  $\mathcal{R}^n$  é equivalente a minimizar  $-J(y)$  na mesma região. As soluções  $y^* \in \Omega$  do problema (9.1) são chamadas minimizadores e os valores correspondentes  $J(y^*)$  são os mínimos do problema. A continuidade de  $J$  é assumida, bem como a existência de derivadas primeiras, que podem ser obtidas por diferenças finitas. Os diferentes problemas de otimização são classificados na tabela 9.1 conforme as características do conjunto  $\Omega$  (Martinez e Santos, 1996).

Tabela 9.1 - Classificação dos problemas de otimização.

$\Omega$	Problema
$\mathcal{R}^n$	minimização sem restrições
$\{y \in \mathcal{R}^n \mid \underline{y} \leq y \leq \bar{y}\}$	minimização em caixas
$\{y \in \mathcal{R}^n \mid Ay = b, A \in \mathcal{R}^{m \times n}\}$	minimização com restrições lineares de igualdade
$\{y \in \mathcal{R}^n \mid Ay = b, Cy \leq d, A, C \in \mathcal{R}^{m \times n}\}$	minimização com restrições lineares
$\{y \in \mathcal{R}^n \mid h(y) = 0, h: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^p\}$	minimização com restrições de igualdade
$\{y \in \mathcal{R}^n \mid h(y) = 0, h: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^p \text{ e } g(y) \leq 0, g: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^m\}$	geral de programação não linear

Quando escreve-se  $\underline{y} \leq y \leq \bar{y}$  entende-se o conjunto dos  $y \in \mathcal{R}^n$  tais que  $\underline{y}_i \leq y_i \leq \bar{y}_i$  para todo  $i = 1, \dots, \text{ndv}$ . O projeto é descrito pelos valores de  $\text{ndv}$  variáveis de projeto independentes  $y_i$  que são armazenadas no vetor  $y$ . Na tabela 9.1 o índice  $p$  indica o número de restrições de igualdade e o índice  $m$  indica o número de restrições de desigualdade. As funções  $J$ ,  $g$  e  $h$  são expressas por qualquer conjunto de parâmetros, que podem ser obtidos da geometria ou campos do escoamento  $\phi(y)$ . Contudo, a dependência indicada anteriormente das variáveis do

escoamento com a variável de projeto  $y$  é apenas de natureza implícita. Finalmente,  $\underline{y}_i$  e  $\overline{y}_i$  são os limites inferior e superior que limitam a variação das  $i$ -ésimas variáveis de projeto.

Sem perda de generalidade, considera-se aqui somente o problema de minimização. Dada uma função  $J: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$  e um espaço de busca  $\Omega \subseteq \mathcal{R}^n$  o mínimo de uma função  $J$  pode ser formalmente definido como um mínimo local ou global. Um ponto  $y^*$  será um minimizador local (ou minimizador relativo) de  $J$  em  $\Omega$  se existir uma vizinhança  $\Delta \equiv \{y \in \Omega / \|y - y^*\| \leq \delta\}$ , tal que  $J(y^*) \leq J(y)$ , para todo  $y \in \Delta$ . Se  $J(y^*) < J(y)$  para todo  $y \in \Delta$ , então  $y^*$  é um minimizador local estrito. Um ponto  $y^* \in \Omega$  é um minimizador global (ou minimizador absoluto) da equação (9.1) se  $J(y^*) \leq J(y)$  para todo  $y \in \Omega$ . Note que um mimizador global é também um minimizador local. Os problemas de otimização não-linear são expressos como,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Minimize } J(y) \\ y \in \Omega \subseteq \mathcal{R}^n \\ \text{sujeito a} \\ \quad g_i(y) \leq 0 \\ \quad \text{e } h_j(y) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, p \end{array} \quad (9.2)$$

onde as funções  $J$ ,  $g$  e  $h$  são suaves em  $\mathcal{R}^n$  e no mínimo uma é não-linear. Qualquer restrição de desigualdade é ativa se  $g_i(y) = 0$  e inativa se  $g_i(y) < 0$ . Denotando  $g(y) = [g_1(y), g_2(y), \dots, g_m(y)]^T$  e  $h(y) = [h_1(y), h_2(y), \dots, h_p(y)]^T$  tem-se,

$$\begin{array}{l} \text{Minimize } J(y) \\ \text{sujeito a } g(y) \leq 0 . \\ \quad \text{e } h(y) = 0 \end{array} \quad (9.3)$$

Introduzindo as variáveis auxiliares  $\lambda \in \mathcal{R}^m$  e  $\psi \in \mathcal{R}^p$ , denominadas variáveis duais ou multiplicadores de Lagrange e definindo a função Lagrangeana associada à equação (9.2) tem-se,

$$L(y, \lambda, \psi) \equiv J(y) + \lambda^T g(y) + \psi^T h(y). \quad (9.4)$$

Contudo, o contexto deste trabalho será resolver problemas de otimização com restrições de desigualdade, conforme equação (9.5),

$$\begin{aligned}
& \underset{\mathbf{y} \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n}{\text{Minimize}} \quad J(\mathbf{y}) \\
& \text{Sujeito a} \\
& \quad g_i(\mathbf{y}) \leq 0; \quad i = 1, \dots, m
\end{aligned} \tag{9.5}$$

Usualmente métodos de programação não-linear são iterativos. Dado um ponto inicial  $\mathbf{y}^0$  uma seqüência de pontos  $\{\mathbf{y}^k\}$  é obtida pelas aplicações repetidas das etapas de um algoritmo. Esta seqüência deve convergir para uma solução  $\mathbf{y}^*$  do problema (Herskovits, 1995).

#### 9.4.1 Declaração da Função Objetivo

O conhecimento das forças hidrodinâmicas que atuam sobre a palheta é de fundamental importância para a determinação do seu movimento porque, como já mencionado, o escoamento é responsável pela abertura e fechamento das válvulas automáticas. A força hidrodinâmica resultante,  $F$ , é obtida através da integração da pressão sobre a palheta. Na geometria abordada, uma força hidrodinâmica atua sobre a palheta devido ao escoamento no difusor radial. Para a geometria da válvula, vide figura 1.3, a força resultante é

$$F = \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} p r dr d\theta. \tag{9.6}$$

No presente trabalho a força é parte da função com múltiplos objetivos, e deve ser maximizada.

A perda de carga é outro parâmetro utilizado na simulação numérica do funcionamento de compressores e que também serve para avaliar a eficiência do sistema de válvulas. A perda de carga é minimizada neste trabalho e é expressa na equação que segue,

$$PC = \underbrace{\int_0^{d/2} \left( \frac{\rho U^2}{2} + p \right) r dr}_{\text{entrada do orifício de passagem}} - \underbrace{\int_0^{s_c} \left( \frac{\rho U^2}{2} + p \right) dx}_{\text{saída do difusor}} r_{M1}, \tag{9.7}$$

onde  $U = u^2 + v^2$ . Todas as variáveis contidas na equação da força e da perda de carga já foram descritas no capítulo 4 deste trabalho. Muitos problemas de otimização envolvem funções com múltiplos objetivos, que devem ser resolvidas mutuamente. Assim, uma função objetivo

ponderada é definida conforme a equação (9.8), que resulta no problema de minimização ou maximização das várias funções objetivo envolvidas (Mohamed *et al.*, 1997), conforme segue,

$$\text{Minimize } J(f(y_i)) = \text{Minimize } \sum_k t_k J_k(y), \quad (9.8)$$

onde  $J_k(y)$  são as diferentes funções objetivo, que serão otimizadas, e  $t_k$  são os fatores de ponderação. No presente trabalho, a função objetivo ponderada é regida por,

$$\text{Minimize } J(f(y)) = \text{Minimize } \{-t_1 F(f(y)) + t_2 PC(f(y))\}, \quad (9.9)$$

onde  $J(f(y))$  é a função objetivo, calculada cada vez que uma nova função interfacial  $f(y)$  é obtida,  $t_1$  e  $t_2$  são constantes cujos valores indicam a importância relativa das funções objetivo  $J_k(y)$ . A força, a ser maximizada, e a perda de carga, a ser minimizada, são ambas funções objetivo importantes para o nosso problema, contudo observou-se nos escoamentos aqui investigados que a  $PC \cong (1/30)F$ , contudo esta declaração não deve ser generalizada para qualquer escoamento, e deste modo utiliza-se, por exemplo,  $t_1 = 1/30$  e  $t_2 = 1$  para os parâmetros, caso se queira que ambas funções objetivo perda de carga (PC) e força (F) tenham a mesma importância. Em geral, a solução da equação (9.9) não é única se as funções não são linearmente dependentes (Poloni *et al.*, 2000).

Um passo importante na formulação de qualquer problema de projeto é o projetista identificar explicitamente um conjunto apropriado de variáveis de projeto  $y$ . O incontável número de diferentes maneiras de escolher as variáveis de projeto, isto é, quais parâmetros predeterminar e quais considerar livre, faz com que a decisão não seja trivial. A escolha das variáveis de projeto pode influenciar no desempenho das soluções numéricas. Olhoff e Taylor (1983) sugeriram uma classificação para os tipos de variáveis de projeto, esta classificação não será citada aqui mas pode ser obtida em Orozco e Ghattas (1996) e Madsen (1998).

O objetivo deste trabalho é resolver um problema de otimização de forma, razão pela qual a classe mais interessante de variáveis de projeto é a geométrica. Em particular, as variáveis de projeto de forma são utilizadas. As curvas utilizadas para modelar o assento da válvula são brevemente descritas na seguinte seção, e as variáveis de projeto são apresentadas.

### 9.4.2 Declaração da Curva Interfacial

No presente trabalho considera-se o seguinte problema de otimização funcional: determinar a forma da função  $f(y_i)$ ,  $y_i \in [a, b]$ , que minimize o funcional  $J[f(y_i)]$ , sob uma ou mais restrições. As restrições podem ser um misto das condições do tipo Dirichlet ou Neumann, isto é, a função,  $f$ , ou sua derivada são especificadas nos extremos do intervalo, isto é, em  $a$  e/ou  $b$ . Um exemplo da função  $f(y_i)$  é ilustrado na figura 9.2. Nesta mesma figura destaca-se também:

- (i) A seção da fronteira à ser otimizada, designada por seção móvel e denotada por  $\Omega_k$ ,  $k \in F_M$ . As seções da fronteira que permanecem fixas são  $\Omega_k$ , com  $k \in F_F$ .
- (ii) Um conjunto de  $m$  pontos de teste (variáveis de projeto) na seção móvel.

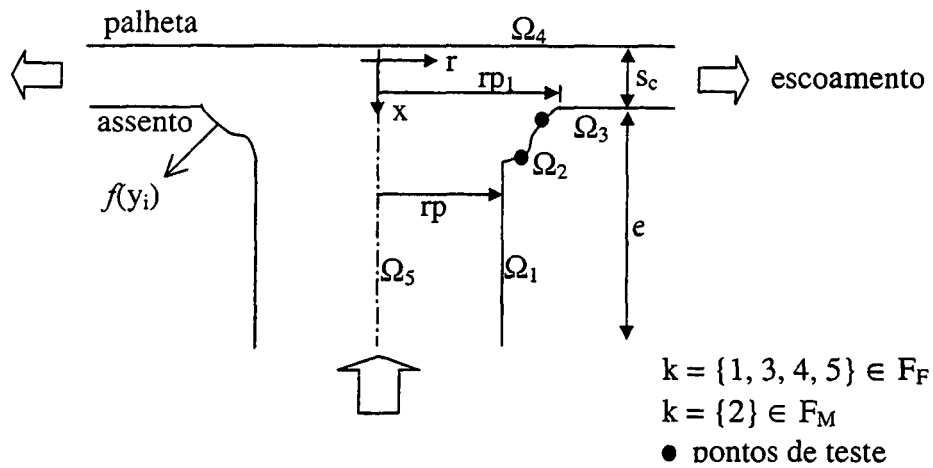


Figura 9.2 – Seção móvel e pontos de teste na geometria da válvula.

onde  $F_F$  denota a fronteira fixa e  $F_M$  a fronteira móvel. Pretende-se obter a curva  $f(y_i)$ , que modele a região do assento da válvula do compressor de tal forma que a resolução das equações de Navier-Stokes resulte, por exemplo, em uma força hidrodinâmica máxima na palheta, e uma perda de carga mínima, para uma vazão mássica constante.

A implementação do procedimento computacional de otimização de um funcional usualmente requer a representação discreta da função  $f(y_i)$ , a ser determinada (Herskovits *et al.*, 1996; Dias *et al.*, 1998). No presente trabalho a seção de fronteira móvel, conforme indicado na figura 9.2, pode ser representada por funções como:

- (i) função polinomial de segundo grau,  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ ;
- (ii) função polinomial de terceiro grau,  $f_3(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ ; e
- (iii) função  $\beta$ -spline.



Observa-se que a função  $f$  é expressa por  $f(x)$  e não por  $f(y_i)$ . Contudo, logo será elucidado o uso de  $f(y_i)$ , note que o correto seria  $f(x, y_i)$ , mas optou-se pelo uso apenas de  $f(y_i)$  a fim de evitar o uso excessivo de índices. Assim, a forma do assento do difusor será descrita por uma função explícita  $f(x)$  que denota a posição vertical dos pontos no assento. A curva  $f(x)$  conecta dois pares ordenados  $(s_c + e/2, rp)$  e  $(s_c, rp_1)$ , ou seja, a curva é fixa em dois pontos e poderá mudar no interior deste intervalo, conforme segue,

$$f(x) = \begin{cases} rp_1; & x = s_c \\ rp; & x = s_c + e/2 \end{cases} \quad (9.10)$$

onde  $rp_1$ ,  $rp$ ,  $s_c$  e  $e$  estão indicados na figura 9.2.

Se o polinômio é de segundo grau ele será controlado pela posição radial de um ponto colocado em  $x = x^*$ . A posição radial deste ponto de controle é denotada por  $y_1$ , onde  $y_1$  é a variável de projeto. A prática de usar os pontos de controle como variáveis de projeto dá uma interpretação geométrica mais robusta do que simplesmente usar os coeficientes polinomiais  $a_i$ 's (Madsen, 1998).

Dados três pontos da função polinomial de segundo grau, dois pontos finais,  $(s_c + e/2, rp)$  e  $(s_c, rp_1)$ , e um ponto intermediário  $(s_c + e/4, y_1)$ , onde  $x^* = s_c + e/4$ , obtém-se o seguinte sistema linear de equações algébricas,

$$\begin{cases} rp_1 = a_2 s_c^2 + a_1 s_c + a_0 \\ rp = a_2 (s_c + e/2)^2 + a_1 (s_c + e/2) + a_0 \\ y_1 = a_2 (s_c + e/4)^2 + a_1 (s_c + e/4) + a_0 \end{cases} \quad (9.11)$$

O sistema linear quando resolvido resulta nos seguintes coeficientes,

$$\begin{cases} a_0 = \left( \frac{-16s_c^2 y_1 + 8s_c^2 rp_1 + 8s_c^2 rp - 8s_c e y_1 + 6s_c e rp_1 + 2s_c e rp + e^2 rp_1}{e^2} \right) \\ a_1 = -2 \left( \frac{-16s_c y_1 + 8s_c rp_1 + 8s_c rp - 4e y_1 + 3e rp_1 + e rp}{e^2} \right) \\ a_2 = 8 \left( \frac{-2y_1 + rp_1 + rp}{e^2} \right) \end{cases} \quad (9.12)$$

Observa-se que os coeficientes  $a_i$ 's são expressos em termos das posições da ordenada  $y_1$ . Logo  $y_1$  é a variável de projeto, razão pela qual optou-se pelo uso de  $f(y_i)$  no lugar de  $f(x)$ .

A variável de projeto deve satisfazer a seguinte restrição,  $y_1 \in (r_p, r_{p1})$ . Numa primeira análise estes limites são utilizados com o objetivo de ilustração, contudo eles podem sofrer alterações quando a simulação numérica iniciar. O intervalo resultante das restrições é expresso como,

$$r_p < y_1 < r_{p1}. \quad (9.13)$$

A natureza do problema de otimização funcional foi transladada para o problema de determinar o vetor ótimo, por exemplo,  $y_i = \{y_1, y_2, \dots, y_{ndv}\}$ , que forma a fronteira irregular. A abordagem em diferenças finitas, para avaliar as derivadas, é o ponto crítico em uma estratégia numérica de otimização de forma. Em particular a abordagem de diferenças finitas impõe severas limitações no número de variáveis de projeto,  $ndv$ , com o objetivo de manter o esforço computacional dentro de um limite razoável. A informação das derivadas por diferenças finitas requer no mínimo  $(ndv+1)$  análises do escoamento em cada iteração do método de otimização.

O problema de otimização pode ser escrito na forma geral, equação (9.1), com as restrições normalizadas, ou seja,

$$\begin{aligned} \text{Minimize } J(f(y_1)) &= \text{Minimize} \{-t_1 F(f(y_1)) + t_2 PC(f(y_1))\} \\ \text{Sujeito a} \\ g_1(y_1) &= 1 - \frac{y_1}{r_p} < 0 \\ g_2(y_1) &= \frac{y_1}{r_{p1}} - 1 < 0 \end{aligned} \quad (9.14)$$

A normalização das restrições facilita a comparação numérica entre as restrições. Observe que todas as restrições são comparadas com o valor unitário, eliminando as diferenças entre ordens de grandezas provenientes das unidades utilizadas para cada característica física que precisa ser controlada (Silva, 1997).

As características mais importantes de um algoritmo do ponto de vista de otimização são convergência global, eficiência e generalidade. Um algoritmo globalmente convergente é confiável se o mesmo garante que uma solução será obtida a partir de qualquer valor inicial para a variável de projeto. Um algoritmo eficiente tem alta taxa de convergência e realiza o menor número possível de avaliações da função objetivo, das funções restrições e de seus gradientes, a

cada iteração. Um algoritmo de otimização geral é capaz de resolver qualquer problema que possa ser colocado na forma padrão, equação (9.1), sem impor quaisquer restrições às funções do problema, além da sua continuidade.

Outra característica importante de um algoritmo do ponto de vista de otimização é a utilização de um método simples, isto é, que não exija o ajuste de um grande número de parâmetros. Contudo, é lógico que para um usuário aplicar de maneira eficiente e confiável ferramentas gerais de análise e projeto em engenharia, um conhecimento razoável do problema e das ferramentas matemáticas é necessário (Silva, 1997). Na literatura específica existem vários métodos de otimização. Alguns são descritos brevemente na próxima seção.

## 9.5 Métodos de Otimização

Na figura 9.3 são apontadas três classes básicas de métodos de otimização: métodos determinísticos, estocásticos (ou probabilísticos) e híbridos (ou mistos) (Filho *et al.*, 1994; Nash, 1990). Cada método possui suas variantes.

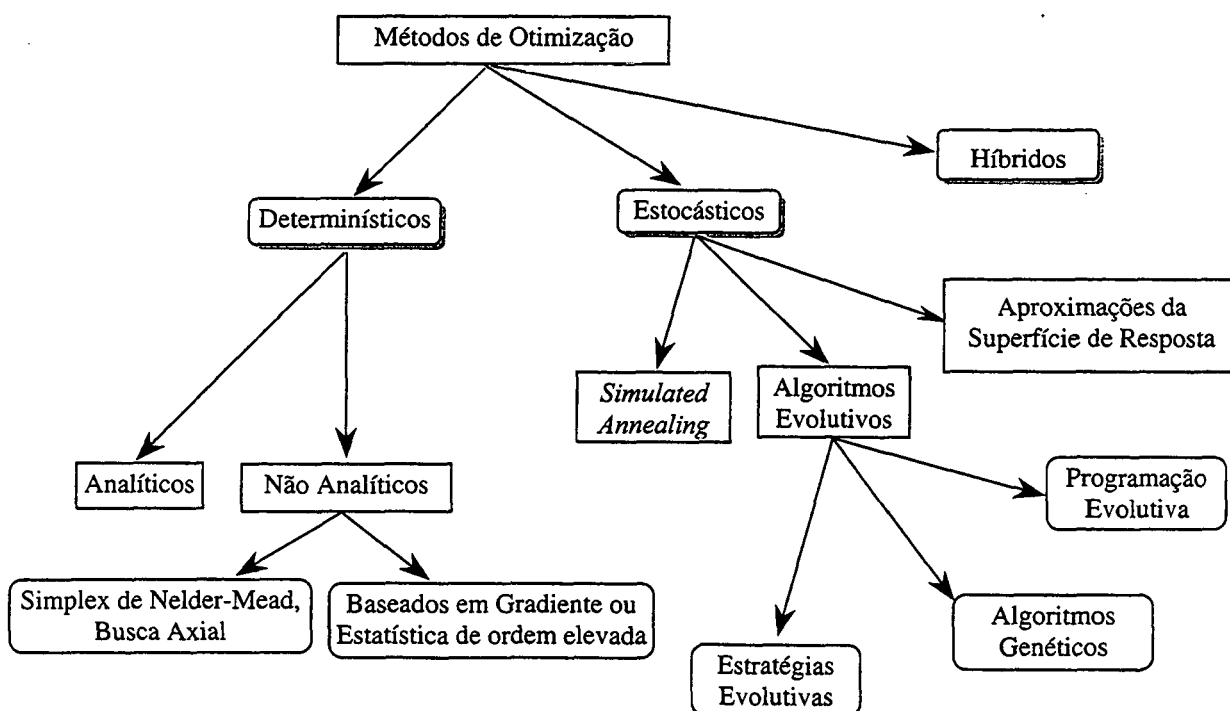


Figura 9.3 - Tipos de métodos de otimização.

### 9.5.1 Métodos Determinísticos

Os métodos determinísticos geralmente requerem informações sobre o gradiente e a Hessiana da função objetivo, e é calculado um passo adequado baseado no modelo (Wright, 1995). Em problemas com grande número de parâmetros (variáveis de projeto) o cálculo do gradiente pode tornar-se muito caro, consumindo muito tempo. Por exemplo, o valor da função objetivo pode ser obtido resolvendo um subproblema numérico ou executando uma sequência de experimentos em laboratório. A eficiência dos métodos determinísticos depende da estimativa inicial das variáveis de projeto, da avaliação precisa da direção de busca, do método usado para executar a busca linear e do critério de convergência.

As desvantagens dos métodos determinísticos são a necessidade da avaliação do gradiente da função objetivo e das funções restrições e a impossibilidade de garantir a obtenção do ótimo global em problemas multidimensionais. Entre os métodos determinísticos estão: Newton, Quase-Newton, Gradiente-Conjugado e Diretos. O método de Newton minimiza a cada iteração uma aproximação quadrática. O método de Newton requer que a função seja diferenciável duas vezes, e que ambos o vetor gradiente e a matriz Hessiana possam ser calculados em todos os pontos, isto é, em todas as variáveis de projeto.

Os métodos Quase-Newton não requerem que a matriz Hessiana seja calculada explicitamente, mas que possa ser construída iterativamente. Estes métodos precisam da primeira derivada da função objetivo, que pode ser aproximada por diferenças finitas (Renders e Flasse, 1996). Entre os métodos Quase-Newton pode-se citar o método de Davidon-Fletcher-Powell (DFP) e o método de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS).

Nos métodos diretos as derivadas da função objetivo e das restrições não são requeridas, oferecendo grande vantagem, especialmente quando a função objetivo não é expressa explicitamente pelas variáveis do projeto. Nestes métodos a velocidade de convergência é considerada rápida, isto é, superior aos algoritmos estocásticos. Contudo, a solução pode ser um ótimo local e não um ótimo global (Wright, 1995). Entre os métodos diretos pode-se citar o Simplex de Nelder-Mead. A idéia básica no método simplex<sup>1</sup> é comparar os valores da função objetivo nos vértices de um simplex e mover o simplex gradualmente buscando o ponto ótimo durante o processo iterativo. A função é avaliada em cada vértice (ponto) do simplex, e o vértice cuja função objetivo tenha o maior valor é trocado por outro vértice que a função objetivo tenha menor valor. O método simplex de Nelder-Mead apresenta três operações: reflexão, contração e expansão. Estas operações são executadas para gerar um novo vértice. A ordem de preferência é reflexão, contração e expansão. Só se uma das operações falhar pode-se aplicar outra, seguindo a ordem citada anteriormente (Nelder e Mead, 1965; Nash, 1990, Rao, 1996).

---

<sup>1</sup> O método simplex apresentado aqui não deve ser confundido com o método simplex de programação linear.

O método de Pontos Interiores de Herskovits (MPIH) utiliza avaliações de gradientes e aproximações da matriz Hessiana obtida a partir dos métodos Quase-Newton. Assim, este método é classificado como um método determinístico.

### 9.5.2 Métodos Estocásticos

Os métodos estocásticos, tais como algoritmos genéticos, estratégias evolutivas e programação evolutiva, não requerem a avaliação do gradiente da função objetivo. A solução é independente da estimativa inicial para as variáveis de projeto e existe a possibilidade de determinar o ótimo global.

Tais métodos apresentam a desvantagem de precisar de um número maior de avaliações da função objetivo que os métodos determinísticos e, conseqüentemente, maior tempo computacional. Estes métodos, recentemente, estão sendo aplicados na otimização de forma (Sharatchandra *et al.*, 1998; Yokose *et al.*, 1999; Guoqiang *et al.*, 1999), principalmente pelas características de evitar o ótimo local da função objetivo. Na seqüência são descritos superficialmente os métodos Algoritmos Genéticos e *Simulated Annealing* (SA).

Os Algoritmos Genéticos (AGs) foram desenvolvidos por John Holland em 1975. Os AGs são técnicas não determinísticas de busca, otimização e aprendizagem de máquina, que manipulam um espaço de soluções potenciais utilizando mecanismos inspirados nas teorias de evolução natural de Charles Darwin e na genética de Gregor Mendel. Os AGs são robustos e eficientes em espaços de busca irregulares, multidimensionais e complexos.

Em AGs uma população de possíveis soluções para o problema evolui de acordo com operadores probabilísticos concebidos a partir de metáforas biológicas. Os indivíduos representam soluções cada vez melhores à medida que o processo evolutivo continua (Sirinivas e Patnaik, 1994; Tanomaru, 1995). Geralmente, os AGs operam em uma população de pontos, trabalham em um espaço de soluções codificadas, realizam transições probabilísticas, necessitam apenas do valor da função objetivo para cada indivíduo da população, e não requerem derivadas ou qualquer outro tipo de conhecimento da função objetivo. Informações detalhadas podem ser obtidas em Goldberg (1989), Tanomaru (1995), Chong e Zak (1996).

*Simulated Annealing* (SA) (têmpera simulada, em uma tradução literal) é uma técnica de otimização combinatorial baseada na avaliação aleatória da função objetivo de tal maneira que transições fora do ótimo local são possíveis. A SA difere dos algoritmos de otimização convencionais porque pode resolver funções que possuem graus arbitrários de não-linearidades, descontinuidades e estocasticidade (Sun, 1995). A SA é implementada facilmente em poucas

linhas de código computacional, em relação a outros algoritmos de otimização não-lineares e tem grande probabilidade de encontrar a solução ótima global.

### 9.5.3 Métodos Híbridos

Ambos os métodos apresentados anteriormente não possuem exatamente as características desejadas para os algoritmos de otimização. O que geralmente se quer é alta probabilidade de obter o ótimo global com convergência rápida. Com este objetivo, algoritmos baseados na hibridização dos métodos determinísticos e estocásticos estão sendo propostos (Renders e Flasse, 1996; Vasconcelos *et al.*, 1997; Oh *et al.*, 1999). A idéia de combinar dois métodos é unir suas vantagens e reduzir suas desvantagens. Os métodos estocásticos melhoram o desempenho de encontrar o ótimo global, e os métodos determinísticos aumentam a convergência, além de serem usados para a procura local (Renders e Flasse, 1996). Diversos modos de unir métodos estocásticos com métodos determinísticos podem ser propostos.

## 9.6 Considerações Finais

Neste capítulo foi definido o problema de otimização de forma que será investigado no próximo capítulo deste trabalho. As variáveis de projeto e a função objetivo foram identificadas de forma cuidadosa, visto que elas influenciam significativamente no desempenho das soluções numéricas obtidas. Uma breve revisão bibliográfica referente a trabalhos de otimização de forma em conjunção com Dinâmica dos Fluidos Computacional foi realizada.

Conforme apresentado neste capítulo, os métodos de otimização foram classificados em três tipos e dissertados brevemente. No próximo capítulo um método de otimização determinístico, o MPIH, será descrito e aplicado para resolver o escoamento através do difusor, tentando otimizar a geometria da válvula.

### 10.1 Introdução

O problema de otimização de forma pode ser caracterizado por um funcional definido em um domínio  $\Omega$  sujeito a restrições de igualdade e/ou desigualdade. Os métodos de otimização numérica são baseados em fórmulas iterativas. A escolha das variáveis de projeto depende do problema e da experiência do projetista. A mudança nas variáveis de projeto é decomposta usualmente em duas partes: encontrar a direção de busca ( $d$ ) e determinar o tamanho do passo ( $t$ ).

Para resolver os dois itens anteriores é preciso discutir alguns métodos numéricos. O tamanho do passo é obtido utilizando métodos de busca linear (unidirecional). Em um problema de otimização, primeiro obtém-se a direção de busca e a seguir determina-se o tamanho do passo através da busca do mínimo da função objetivo ao longo de uma direção no domínio  $\Omega$ . A busca linear resulta em um tamanho de passo tal que na nova iteração a função objetivo tenha um valor inferior ao anterior, e nenhuma restrição seja violada.

No presente capítulo é descrito o método de Pontos Interiores de Herskovits (MPIH) (Herskovits, 1995) para a resolução do problema de otimização. Apresentam-se os critérios de Armijo (Loewen, 2001) e Wolfe (Herskovits e Santos, 1997b) para a busca linear, bem como os métodos que podem ser empregados para obter a aproximação da matriz Hessiana do Lagrangeano utilizada no método de Pontos Interiores. Finalmente, os resultados obtidos com o emprego deste método de otimização são apresentados para diferentes estudos de caso.

A metodologia de Pontos Interiores de Herskovits foi escolhida para otimizar a geometria da válvula porque este problema possui poucas variáveis de projeto. Assim, a avaliação das derivadas com respeito a função objetivo e as restrições é um procedimento rápido e pouco dispendioso.

### 10.2 Método de Pontos Interiores de Herskovits

O Método de Pontos Interiores de Herskovits, MPIH, consiste de um algoritmo para otimização não linear sujeita a restrições de igualdade e/ou desigualdade. Devido à sua

característica de convergência global com taxa super linear, e por gerar uma sequência de pontos viáveis, tal método tem sido aplicado com sucesso em problemas estruturais (Herskovits e Coelho, 1989; Silva, 1997; Herskovits *et al.*, 1998; Dias *et al.*, 1998) e mecânica dos fluidos (Baron e Pironneau, 1993; Bijan e Pironneau, 1995). O método exige a solução de dois sistemas lineares para determinar a direção de busca, cuja matriz possui dimensão  $(ndv + m + p)^1$ . Além disso, como a sequência dos multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade é estritamente positiva, as direções de busca são sempre direções de decréscimo da função objetivo. No caso de haver apenas restrições de desigualdade, não há necessidade de função de penalização.

Para descrever as idéias básicas deste método considera-se o problema de otimização apenas com restrições de desigualdade, que será resolvido no presente trabalho,

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } J(y) \\ &\text{Sujeito a } g(y) \leq 0 \end{aligned} \quad (10.1)$$

As condições de otimalidade de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) são expressas como,

$$\bar{\nabla} J(y) + \bar{\nabla} g(y)\lambda = 0, \quad (10.2)$$

$$G(y)\lambda = 0, \quad (10.3)$$

$$\lambda \geq 0, \quad (10.4)$$

$$g(y) \leq 0. \quad (10.5)$$

Aplicando o método de Newton  $(x^{k+1} = x^k - F/F' \Rightarrow F'(x^{k+1} - x^k) = -F)$  para resolver o sistema não linear formado pelas equações (10.2) e (10.3), obtém-se uma fórmula iterativa em  $(y, \lambda)$ ,

---

<sup>1</sup> Estes símbolos foram definidos no capítulo 9, apenas lembrando que  $ndv$  é o número de variáveis de projeto,  $m$  é o número de restrições de desigualdade e  $p$  o número de restrições de igualdade.



$$\begin{bmatrix} H(\mathbf{y}^k, \lambda^k) & \bar{\nabla} \mathbf{g}(\mathbf{y}^k) \\ \Lambda^k \bar{\nabla}^T \mathbf{g}(\mathbf{y}^k) & \mathbf{G}(\mathbf{y}^k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}^{k+1} - \mathbf{y}^k \\ \lambda_0^{k+1} - \lambda^k \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{\nabla} J(\mathbf{y}^k) + \bar{\nabla} \mathbf{g}(\mathbf{y}^k) \lambda^k \\ \mathbf{G}(\mathbf{y}^k) \lambda^k \end{bmatrix}, \quad (10.6)$$

onde  $\lambda \in \mathcal{R}^m$  é o vetor de variáveis dual ou multiplicadores de Lagrange, definido para avaliar a função Lagrangeana associada ao problema (10.1), conforme equação a seguir,

$$L(\mathbf{y}, \lambda) \equiv J(\mathbf{y}) + \lambda^T \mathbf{g}(\mathbf{y}), \quad (10.7)$$

onde  $\bar{\nabla} \mathbf{g}(\mathbf{y}) \in \mathcal{R}^{n \times m}$  é a matriz de derivadas das funções restrições  $\mathbf{g}$ ,  $H(\mathbf{y}, \lambda) = \nabla^2 J(\mathbf{y}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla^2 g_i(\mathbf{y})$  é a matriz Hessiana da função Lagrangeana, equação (10.7),  $\mathbf{G}(\mathbf{y})$  representa uma matriz diagonal tal que  $G_{ii}(\mathbf{y}) = g_i(\mathbf{y})$ ,  $(\mathbf{y}^k, \lambda^k)$  é o ponto inicial do processo iterativo,  $(\mathbf{y}^{k+1}, \lambda_0^{k+1})$  é a nova estimativa para o ponto e  $\Lambda^k$  é a matriz diagonal com  $\Lambda_{ii}^k = \lambda_i$ .

O processo iterativo da equação (10.6) é executado de tal forma que um par de pontos  $(\mathbf{y}^k, \lambda^k)$  interior ao espaço de busca  $\Omega$  é modificado, resultando em outro ponto com uma melhor estimativa para a função objetivo. Introduzindo uma direção  $\mathbf{d}_0^k = \mathbf{y}^{k+1} - \mathbf{y}^k$  na equação (10.6) tem-se o seguinte sistema linear em  $(\mathbf{d}_0^k, \lambda_0^{k+1})$ ,

$$\mathbf{Q} \mathbf{d}_0^k + \bar{\nabla} \mathbf{g}(\mathbf{y}^k) \lambda_0^{k+1} = -\bar{\nabla} J(\mathbf{y}^k) \quad (10.8)$$

$$\Lambda^k \bar{\nabla}^T \mathbf{g}(\mathbf{y}^k) \mathbf{d}_0^k + \mathbf{G}(\mathbf{y}^k) \lambda_0^{k+1} = 0, \quad (10.9)$$

onde a matriz  $\mathbf{Q}$  é uma estimativa da matriz Hessiana. A matriz  $\mathbf{Q}$  pode ser obtida através de métodos Quase-Newton ou até mesmo ser a própria matriz identidade. Dependendo da maneira com que a matriz simétrica  $\mathbf{Q} \in \mathcal{R}^{n \times n}$  é definida, a equação (10.8) representa um processo de primeira ou segunda ordem, o que será abordado na seção 10.2.3 do presente capítulo. Contudo, para ter convergência global a matriz  $\mathbf{Q}$  deve ser positiva definida<sup>2</sup> (Goldfeld *et al.*, 1996; Herskovits e Santos, 1997b).

Pode ser provado que  $\mathbf{d}_0^k$  é uma direção descendente do funcional  $J$ , porém  $\mathbf{d}_0^k$  não é usado como uma direção de busca porque não é necessariamente viável. Como este é um método de direções viáveis, deve-se evitar que alguma restrição se torne ativa antes de se obter a solução. Para um ponto no contorno da região  $\Omega$ , qualquer direção de busca viável deve ser

<sup>2</sup> Uma matriz quadrada  $\mathbf{Q}$  é simétrica se  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T$ .  $\mathbf{Q}$  é positiva definida se for simétrica e se  $\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} > 0$ , para  $\forall \mathbf{x} \neq 0$ .

necessariamente tangente às restrições ativas, exigindo um tamanho de passo tendendo a zero, o que reduz muito a taxa de convergência.

De fato, a equação (10.9) é equivalente a,

$$\lambda_i^k \bar{\nabla}^T g_i(\mathbf{y}^k) d_0^k + g_i(\mathbf{y}^k) \lambda_{oi}^{k+1} = 0, \text{ para } i = 1, 2, \dots, m. \quad (10.10)$$

Se  $g_i(\mathbf{y}^k) = 0$ , para  $i = 1, 2, \dots, m$ , resulta em  $\bar{\nabla}^T g_i(\mathbf{y}^k) d_0^k = 0$ . Para evitar este efeito Herskovits propôs defletir  $d_0^k$  para o interior da região viável modificando a equação (10.9). Adicionou um vetor negativo no lado direito da mesma equação, definindo um novo sistema linear em  $d^k$  e  $\bar{\lambda}^{k+1}$ ,

$$Qd^k + \bar{\nabla}g(\mathbf{y}^k)\bar{\lambda}^{k+1} = -\bar{\nabla}J(\mathbf{y}^k) \quad (10.11)$$

$$\Lambda^k \bar{\nabla}^T g(\mathbf{y}^k) d^k + G(\mathbf{y}^k) \bar{\lambda}^{k+1} = -\rho^k \lambda^k, \quad (10.12)$$

onde  $\rho^k > 0$ ,  $d^k$  é a nova direção e  $\bar{\lambda}^{k+1}$  é a nova estimativa de  $\lambda$ . Assim,  $d^k$  é uma direção viável, desde que  $\bar{\nabla}^T g(\mathbf{y}^k) d^k = -\rho^k < 0$  para todas as restrições ativas.

A inclusão de um número negativo no lado direito da equação (10.9) produz uma deflexão de  $d_0^k$  para o interior da região viável, onde a deflexão é proporcional a  $\rho^k$ . Deve-se estabelecer algum limite para seu cálculo, de tal forma que  $d^k$  ainda seja uma direção de descida para  $J(\mathbf{y}^k)$ . Como, geralmente, o decréscimo de  $J(\mathbf{y}^k)$  na direção  $d^k$  é menor que na direção  $d_0^k$  (Silva, 1997), ou seja,

$$(d^k)^T \bar{\nabla}J(\mathbf{y}^k) \geq (d_0^k)^T \bar{\nabla}J(\mathbf{y}^k), \quad (10.13)$$

introduz-se então a constante  $\alpha \in (0, 1)$  de forma que

$$(d^k)^T \bar{\nabla}J(\mathbf{y}^k) \leq \alpha (d_0^k)^T \bar{\nabla}J(\mathbf{y}^k). \quad (10.14)$$

Como,  $(d_0^k)^T \bar{\nabla}J(\mathbf{y}^k) \leq 0$  então  $(d^k)^T \bar{\nabla}J(\mathbf{y}^k) \leq 0$  e consequentemente  $d^k$  é uma direção de descida viável. Em geral, a taxa de descida do funcional  $J$  usando  $d^k$  é menor que a obtida com  $d_0^k$ . Este é o preço pago por obter uma direção de descida viável (Herskovits, 1995).

Considerando um sistema auxiliar,

$$Qd_1^k + \bar{\nabla}g(y^k)\lambda_1^{k+1} = 0 \quad (10.15)$$

$$\Lambda^k \bar{\nabla}^T g(y^k)d_1^k + G(y^k)\lambda_1^{k+1} = -\lambda^k, \quad (10.16)$$

facilmente mostra-se que o vetor de direção de busca,  $d^k$ , é expresso por

$$d^k = d_0^k + \rho_H^k d_1^k. \quad (10.17)$$

O vetor  $d_0^k$  indica a direção de decréscimo de  $J(y^k)$ , enquanto  $\rho_H$  é o fator que controla a contribuição do vetor de deflexão  $d_1^k$  na direção final  $d^k$ .

Para obter o limite superior de  $\rho_H$  substitui-se a expressão anterior na equação (10.14) obtendo

$$\rho_H^k \leq \frac{(\alpha - 1)(d_0^k)^T \bar{\nabla}J(y^k)}{(d_1^k)^T \bar{\nabla}J(y^k)}. \quad (10.18)$$

Em resumo, para calcular a direção de descida  $d^k$  a cada iteração, resolvem-se os sistemas lineares, cuja matriz é a mesma, formados pelas equações (10.8), (10.9), (10.15) e (10.16). Em seguida calcula-se as expressões (10.18) e (10.17). Assim demonstra-se, que a direção  $d^k$  é uma direção de decréscimo de  $J(y^k)$ . Diferentes maneiras podem ser adotadas para calcular os multiplicadores de Lagrange de tal forma que sejam positivos. Uma destas formas é apresentada na próxima seção, na descrição do algoritmo básico do método de Pontos Interiores de Herskovits.

Herskovits (1992) provou que o algoritmo do método de Ponto Interior de Herskovits tem convergência global para pontos obedecendo às condições de KKT. Usando métodos Quase-Newton para obter a matriz  $Q$ , o algoritmo apresenta convergência super linear se o comprimento do passo,  $t$ , na busca linear, se tornar unitário próximo à solução. Porém, para alguns problemas com restrições altamente não lineares, o comprimento unitário do passo pode não ser obtido tornando a taxa de convergência baixa (Herskovits, 1992; Herskovits e Santos, 1997a).

A partir das considerações da seção anterior apresenta-se um algoritmo básico de Pontos Interiores para problemas de otimização sujeitos apenas a restrições de desigualdade.

### *Fluxograma do Método de Pontos Interiores de Herskovits*

#### *Etapa 1 - Inicialização*

- i) Assumir valores convenientes para os parâmetros adimensionais  $\alpha, \nu, \phi, \gamma, \epsilon$ , e  $\xi \in (0, 1)$  e  $\phi > 0$ . Escolher um projeto inicial viável, ou seja,  $\mathbf{y}^0 \in \Omega$  tal que  $g_i(\mathbf{y}^0) \leq 0$  ( $i = 1, \dots, m$ ) e um conjunto de multiplicadores de Lagrange  $\lambda_i^k > 0$ , por exemplo,  $\lambda_i^k = -1/g_i(\mathbf{y}^0)$ .
- ii) Escolher uma matriz positiva definida  $Q$  de ordem  $n \times n$ , como estimativa da matriz Hessiana do Lagrangeano. Na ausência de maiores informações, pode-se assumir  $Q \equiv I$  como estimativa inicial.

#### *Etapa 2 - Cálculo da Direção de Busca $d$*

- i) Resolver o sistema linear para  $(d_0, \lambda_0)$

$$\begin{bmatrix} Q & \bar{\nabla}g \\ \Delta \bar{\nabla}^T g & g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_0^k \\ \lambda_0^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{\nabla}J \\ 0 \end{bmatrix}$$

Se  $d_0^k = 0$  pare.

- ii) Resolver o sistema linear para  $(d_1, \lambda_1)$

$$\begin{bmatrix} Q & \bar{\nabla}g \\ \Delta \bar{\nabla}^T g & g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^k \\ \lambda_1^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\lambda \end{bmatrix}$$

- iii) Se  $d_1^k \bar{\nabla}J > 0$  então

$$\rho_H^k = \inf \left\{ \phi \|d_0^k\|^2; (\alpha - 1)(d_0^k)^T \bar{\nabla}J / (d_1^k)^T \bar{\nabla}J \right\}$$

caso contrário

$$\rho_H^k = \phi \|d_0^k\|^2$$

- iv) Calcular a direção de busca pela expressão,

$$d^k = d_0^k + \rho_H^k d_1^k$$

e

$$\bar{\lambda}^k = \lambda_0^k + \rho_H^k \lambda_1^k$$

#### *Etapa 3 - Busca Linear*

Calcular o tamanho do passo,  $t_k$ , que satisfaça as condições de decréscimo e viabilidade, critério de Armijo e Wolfe. Se os dois critérios são satisfeitos então assumir  $\mathbf{y}^{k+1} = \mathbf{y}^k + t_k d^k$ , e ir para a quarta etapa utilizando as avaliações  $J(\mathbf{y}^k + t_k d^k)$  e  $g_i(\mathbf{y}^k + t_k d^k)$  para o cálculo das iterações seguintes.

#### *Etapa 4 - Teste de Convergência*

Se  $\|d_0^k\|^2 > \xi$  e  $\left\| \frac{J(y^{k+1}) - J(y^k)}{J(y^k)} \right\| > \xi$  ir para a quinta etapa; senão, encerrar o processo iterativo, onde  $y^{k+1}$  é a solução ótima obtida pelo algoritmo de Pontos Interiores para o problema de otimização.

#### Etapa 5 - Atualizações

- i) Calcular os gradientes no novo ponto  $\bar{\nabla}J(y^{k+1})$  e  $\bar{\nabla}g(y^{k+1})$ .
- ii) Atualizar a matriz Q pelo método Quase-Newton.
- iii) Definir o novo valor para os multiplicadores de Lagrange  
 Se  $\|d_0^k\|^2 \geq \gamma$  então  $\lambda^{k+1} = -1/g(y^{k+1})$   
 Senão  $\lambda^{k+1} = \max\{\lambda_0^k; \varepsilon\|d_0^k\|^2\}$
- iv) Se  $\|d_0^k\|^2 < \gamma$  então  $\gamma = \|d_0^k\|^2$ , o parâmetro  $\gamma$  será usado na estimativa do tamanho de passo,  $t_0$ , na busca linear.
- v) Volte para a segunda etapa.

#### 10.2.1 Busca Linear

Uma vez obtida a direção de busca,  $d^k$ , deve-se determinar o tamanho de passo,  $t_k$ , tal que o novo projeto seja viável,  $J(y^{k+1}) < J(y^k)$ , e as restrições não sejam violadas,  $g_i(y^{k+1}) \leq 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . Na busca linear imprecisa, exige-se apenas a viabilidade de  $y^{k+1}$  aplicada a algum decréscimo de  $J(y^{k+1})$ , realizando, no entanto, um número mínimo de avaliações das funções objetivo e restrições, e de suas derivadas.

Algumas vezes a avaliação de gradientes pode tornar mais complexo o processo iterativo. Nestes casos o analista numérico deve usar do bom senso ao optar pelo método de busca direcional mais adequado e mais rápido para o seu problema. Procedimentos de busca linear são vastamente desenvolvidos em trabalhos de otimização porque são componentes essenciais em programas que minimizam uma determinada função (Arora, 1989). Pode-se destacar duas etapas a serem seguidas na obtenção do passo ótimo:

- (i) identificar o intervalo de busca;
- (ii) encontrar o passo mínimo no intervalo, e proceder a redução no intervalo.

O algoritmo de Ponto Interior necessita da busca linear restrita. Em vez de fazer uma minimização exata no tamanho do passo,  $t$ , é muito mais eficiente empregar técnicas de busca linear inexatas. Para tal é necessário escolher um algoritmo iterativo para obter um tamanho de passo adequado. Herskovits (1995) empregou a busca linear baseada nos critérios de Armijo e Wolfe para otimização restrita. A seguir estes dois critérios são descritos.

Uma condição vastamente usada e aceita na busca linear em métodos de otimização, desde os anos 70, é o critério de Armijo. Na busca linear imprecisa, exige-se a viabilidade do ponto aliada a algum decréscimo da função objetivo, realizando, no entanto, um número mínimo de avaliações das funções e de suas derivadas. Em problemas sem restrições o critério de Armijo é utilizado apenas para impor um determinado decréscimo da função objetivo, ao invés de determinar o passo que proporcione o maior decréscimo possível na direção de busca escolhida (Loewen, 2001).

Assim, dados  $v, \eta_1 \in (0, 1)$ , toma-se  $t_k$  como o primeiro elemento da sequência  $(1, v, v^2, v^3, \dots)$  satisfazendo as seguintes inequações,

$$J(\mathbf{y}^k + t_k \mathbf{d}^k) \leq J(\mathbf{y}^k) + \eta_1 (\mathbf{d}^k)^T \bar{\nabla} J(\mathbf{y}^k) t_k, \quad (10.19)$$

$$g_i(\mathbf{y}^k + t_k \mathbf{d}^k) \leq 0, \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (10.20)$$

Valores maiores para o tamanho de passo,  $t_k$ , são preferíveis porque representam maior decréscimo no funcional  $J$  (Loewen, 2001). O critério de Armijo é eficiente para problemas sujeitos a restrições; entretanto se o valor de  $t_k$  for muito menor que a unidade, podem ser necessários vários passos para que as inequações (10.19) e (10.20) sejam satisfeitas, implicando em várias avaliações das funções do problema.

Existem algumas variantes do critério de Armijo tais como o critério de Wolfe ou o critério robusto de Wolfe (Loewen, 2001). Djuranovi-Milii (2000) considerou uma modificação na regra de Armijo baseado nas chamadas funções de força. Esta modificação foi comparada com o algoritmo original de Armijo e mostrou-se superior porque demandou um número menor de avaliações da função objetivo e de seu gradiente, que o algoritmo original. A modificação introduzida por Djuranovi-Milii é

$$J(\mathbf{y}^k + t_k \mathbf{d}^k) \leq J(\mathbf{y}^k) + \sigma(t) t_k \|\mathbf{J}(\mathbf{y}^k)\|, \quad (10.21)$$

onde  $\sigma: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  é uma sequência de funções de força tal que  $\sigma(t) \leq \delta t$  para todo  $t \geq 0$  e algum  $0 < \delta < 1$ .

O critério de Wolfe aceita o tamanho de passo,  $t_k$ , se as equações (10.19) e (10.20) são respeitadas e no mínimo uma das seguintes  $m + 1$  condições forem verdadeiras,

$$\bar{\nabla}J(\mathbf{y}^k + t_k \mathbf{d}^k) \geq \eta_2 \bar{\nabla}J^T(\mathbf{y}^k) \mathbf{d}^k, \quad (10.22)$$

$$g_i(\mathbf{y}^k + t_k \mathbf{d}^k) \geq \gamma g_i(\mathbf{y}^k), \quad i=1, 2, \dots, m, \quad (10.23)$$

onde, neste critério  $\eta_1 \in (0, 1/2)$ ,  $\eta_2 \in (1/2, 1)$  e  $\gamma \in (0, 1)$ .

As condições apresentadas nas equações (10.19) e (10.20) definem o limite superior no tamanho do passo em ambos os critérios de Armijo e Wolfe; no critério de Wolfe o limite inferior é dado por uma das condições expressas nas equações (10.22) ou (10.23). Se um tamanho de passo muito longo é obtido, interpolações são feitas até o critério ser satisfeito (Herskovits e Santos, 1997b). O critério de Wolfe é empregado neste trabalho na busca linear após o critério de Armijo ser satisfeito.

Com a nova variável de projeto  $\mathbf{y}^{k+1}$  já determinada, pode-se retornar ao programa de análise e avaliar para a próxima iteração os gradientes das funções restrições  $\bar{\nabla}g(\mathbf{y}^{k+1})$ ,  $\bar{\nabla}J(\mathbf{y}^{k+1})$ , caso estes não tenham sido avaliados na busca linear. Resta estabelecer regras para atualizar a matriz aproximada da Hessiana,  $Q$ , e os multiplicadores de Lagrange,  $\lambda$ . Para obter a matriz  $Q$  diferentes métodos podem ser utilizados, neste trabalho optou-se pelos métodos do tipo Quase-Newton.

### 10.2.2 Cálculo da Matriz Hessiana

No algoritmo de Pontos Interiores de Herskovits a matriz  $Q$  é a aproximação da derivada de segunda ordem da função Lagrangeana (equação (10.7)), isto é, a matriz Hessiana pode ser obtida, por exemplo, com métodos Quase-Newton, ou ser a matriz identidade. Nesta seção estas duas alternativas são apresentadas. Os métodos de primeira ordem usam  $Q \equiv I$ , que é uma extensão do método de Gradiente. Em particular, quando todas as restrições são ativas, a direção de busca torna-se a mesma obtida pelo gradiente projetado. Como o esforço computacional e uso de memória são menores nesta avaliação, o emprego da matriz Identidade para aproximar a matriz  $Q$  pode ser eficiente em aplicações de engenharia que não necessitam de uma solução muito precisa (Herskovits e Santos, 1997b).

Os métodos Quase-Newton são intermediários entre a simplicidade do método de Gradiente e a rapidez do método de Newton. Como o próprio nome indica, estes métodos aproximam a matriz Hessiana em um processo iterativo finito, utilizando apenas derivadas de primeira ordem, e mantendo um compromisso entre a rapidez de convergência do método de

Newton e a avaliação aproximada da Hessiana a cada passo iterativo. A matriz  $Q$  em métodos Quase-Newton é calculada a cada iteração utilizando informações obtidas nas iterações anteriores. Pode-se citar dois tipos de métodos Quase-Newton, o método de Davidon-Fletcher-Powell e o método de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (Arora, 1989).

Em métodos Quase-Newton para otimização restrita,  $Q$  é uma aproximação da matriz Hessiana do Lagrangeano  $H(y, \lambda)$ . Obtém-se  $Q$  a partir de  $\bar{\nabla}_y L(y, \lambda)$  em vez de  $\bar{\nabla} J(y)$ ; porém,  $H(y, \lambda)$  não é necessariamente positiva definida, o que é requerido pelo método de Pontos Interiores de Herskovits. A fim de superar esta dificuldade, emprega-se o método BFGS modificado por Powell (Herskovits e Santos, 1997b), descrito a seguir.

### *Fluxograma do Método BFGS modificado por Powell*

#### *Etapa 1 – Inicialização*

Estimar a aproximada da matriz Hessiana do Lagrangeano  $Q \equiv I$ .

#### *Etapa 2- Cálculo dos Parâmetros*

$$\begin{aligned}\delta_k &= y^{k+1} - y^k \\ \Gamma_k &= \bar{\nabla}_y L(y^{k+1}, \lambda_0^k) - \bar{\nabla}_y L(y^k, \lambda_0^k)\end{aligned}$$

#### *Etapa 3 - Teste*

Se  $\delta_k^T \Gamma_k < 0,2 \delta_k^T Q^k \delta_k$  então

$$\begin{aligned}\phi_B &= \frac{0,8 \delta_k^T Q^k \delta_k}{\delta_k^T Q^k \delta_k - \delta_k^T \Gamma_k} \\ \Gamma_{k+1} &= \phi_B \Gamma_k + (1 - \phi_B) Q^k \delta_k\end{aligned}$$

#### *Etapa 4 - Cálculo da Estimativa para a Aproximada da Matriz Hessiana*

$$Q^{k+1} = Q^k + \frac{\Gamma_{k+1} \Gamma_{k+1}^T}{\delta_k^T \Gamma_{k+1}} - \frac{Q^k \delta_k \delta_k^T Q^k}{\delta_k^T Q^k \delta_k}$$

## **10.3 Resultados Numéricos para o Método de Pontos Interiores de Herskovits**

Os resultados numéricos obtidos para a função interfacial polinomial de segundo grau,  $f_2(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ , utilizando o MPIH são apresentados nas próximas seções. Com este tipo de curva apenas uma variável de projeto, denominada  $y_1$ , foi otimizada.

Na figura 10.1 é ilustrada a geometria do difusor radial com algumas das várias curvas interfaciais  $f_2(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$  que podem surgir durante o processo de otimização, modelando a região do assento da válvula.



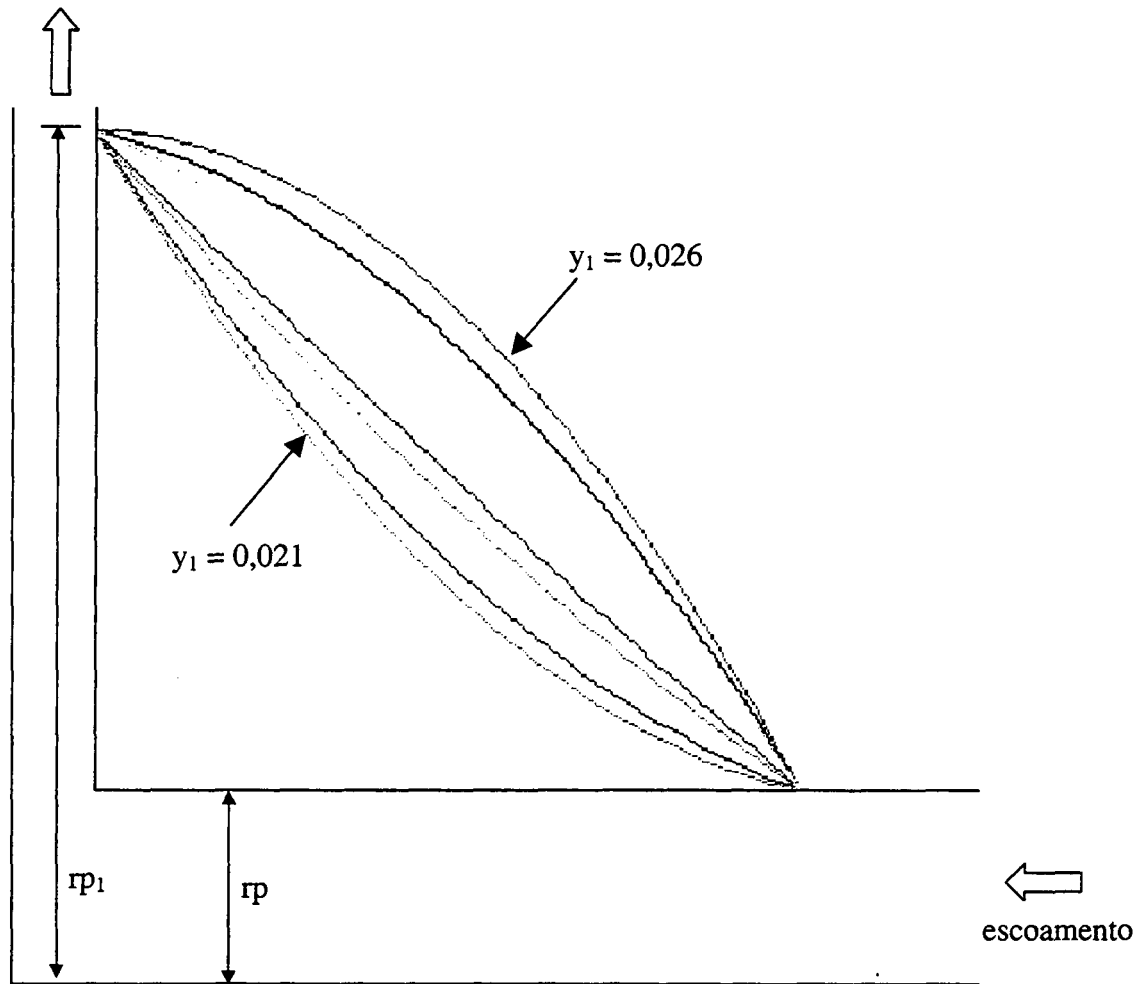


Figura 10.1 – Geometria do difusor radial com o assento modelado por  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

Oito casos foram investigados para o método de Pontos Interiores de Herskovits utilizando dois afastamentos, dois números de Reynolds, duas relações de diâmetros, diferentes funções objetivo, e são classificados conforme segue:

*Caso 1)* Minimizar a perda de carga (PC) para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ ;

*Caso 2)* Maximizar a força (F) para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ ;

*Caso 3)* Minimizar a função  $J = PC - F/20$  para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ ;

*Caso 4)* Minimizar a função  $J = PC - F/30$  para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ ;

*Caso 5)* Maximizar a função  $J = (A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$  para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

*Caso 6)* Maximizar a função  $J = (A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$  para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 1,66$  e  $s_c/d = 0,012$ .

*Caso 7)* Maximizar a função  $J = (A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$  para  $Re = 1500$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

*Caso 8)* Maximizar a função  $J = (A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$  para  $Re = 1500$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

Estes oito casos foram escolhidos porque atingem um espectro bastante amplo, isto é, analisando os casos nota-se que a mudança da relação de diâmetros,  $D/d$ , do número de Reynolds, do afastamento adimensional e das funções objetivos foram todas investigadas. De um modo geral, a investigação do método de otimização não ficou restrita a um único caso. Em todos os casos investigados exige-se que a variável de projeto  $y_1$  pertença ao intervalo que segue,

$$0,021 \leq y_1 \leq 0,026. \quad (10.26)$$

Estes limites foram obtidos após uma análise das curvas interfaciais em um software matemático (vide figura 10.2), onde foi identificado que fora destes limites os polinômios de segundo grau têm formato irreal para aplicação na região do assento do difusor radial. A normalização das restrições,  $g_1$  e  $g_2$ ,

$$\begin{aligned} g_1(y_1) &= 1 - y_1/0,021 \leq 0, \\ g_2(y_1) &= y_1/0,026 - 1 \leq 0, \end{aligned} \quad (10.27)$$

é um meio de facilitar a comparação numérica entre as restrições. O critério de convergência adotado para o método de otimização de Herskovits deve satisfazer às duas expressões da equação (10.28),

$$\begin{aligned} \text{errod} &= (y_1^k - y_1^{k-1})/y_1^k \leq \xi, \\ \text{errof} &= (J^k - J^{k-1})/J^k \leq \xi, \end{aligned} \quad (10.28)$$

onde  $k$  indica o nível iterativo atual,  $k-1$  indica o nível iterativo anterior,  $J$  é a função objetivo que será minimizada, e  $\xi$  é um número positivo e pequeno, indicando a exatidão adotada.

### **Caso 1 - Minimização da perda de carga**

Busca-se neste caso a minimização da perda de carga no difusor radial, onde a função objetivo é expressa por

$$\text{Minimize PC} = \text{Minimize} \left\{ \underbrace{\int_0^{d/2} \left( \frac{\rho U^2}{2} + p \right) r dr}_{\text{entrada do orifício de passagem}} - \underbrace{\int_0^{s_c} \left( \frac{\rho U^2}{2} + p \right) dx}_{\text{saída do difusor}} r_{M1} \right\}, \quad (10.29)$$

sujeito a  $g_1$  e  $g_2$ , conforme equação (10.27).

O escoamento é resolvido para o número de Reynolds 1000, relação de diâmetros  $D/d = 3,0$  e afastamento adimensional  $s_c/d = 0,012$ . Aplicando o MPIH para a minimização da perda de carga obtém-se os resultados numéricos apresentados na tabela 10.1. A tabela 10.1 apresenta na primeira coluna o número de iterações, na segunda coluna os valores para a variável de projeto  $y_1$  e na terceira coluna os valores para a perda de carga obtidos durante o processo de minimização.

Tabela 10.1 - Processo de minimização da função perda de carga utilizando o MPIH para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

k	$y_1$	PC [N]
1	0,0260	0,01983
2	0,0210	0,01956
3	0,0213	0,01954
4	0,0215	0,01952
5	0,0220	0,01949
6	0,0220	0,01949

A figura 10.2 ilustra o comportamento da perda de carga durante o processo de otimização. Nesta figura observa-se que o Método de Pontos Interiores de Herskovits convergiu para uma variável de projeto igual a 0,022, contudo não é possível afirmar que o ponto de mínimo obtido seja um mínimo global, já que nem todos os pontos pertencentes ao espaço de busca,  $0,021 \leq y \leq 0,026$ , foram percorridos pelo método de otimização.

A figura 10.3 apresenta as linhas de corrente para a curva interfacial obtida com a variável de projeto  $y_1 = 0,022$ . Observa-se nesta figura que não há região de recirculação na entrada do difusor, o que é bastante promissor para o desempenho da válvula. Adicionalmente, a geometria do assento favorece a entrada do fluido na região do difusor à luz das discussões já feitas nos capítulos anteriores. Na figura 10.4 é apresentado o perfil de pressão ao longo da palheta, para a variável de projeto  $y_1 = 0,022$ .

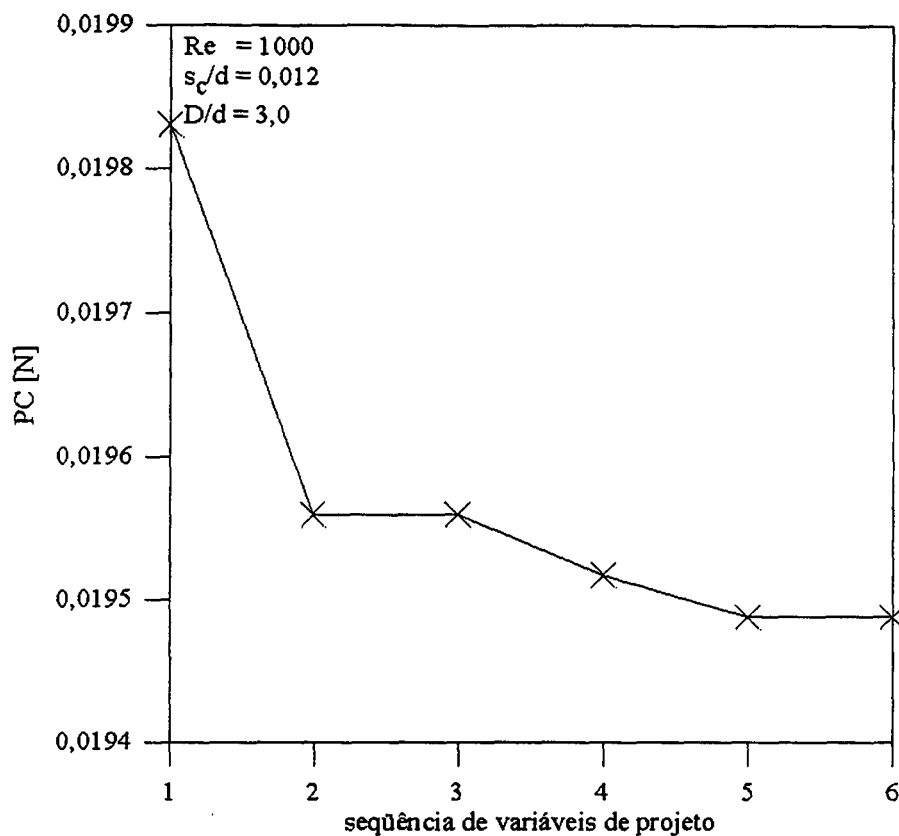


Figura 10.2 - Processo de minimização da perda de carga obtido pelo MPIH para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

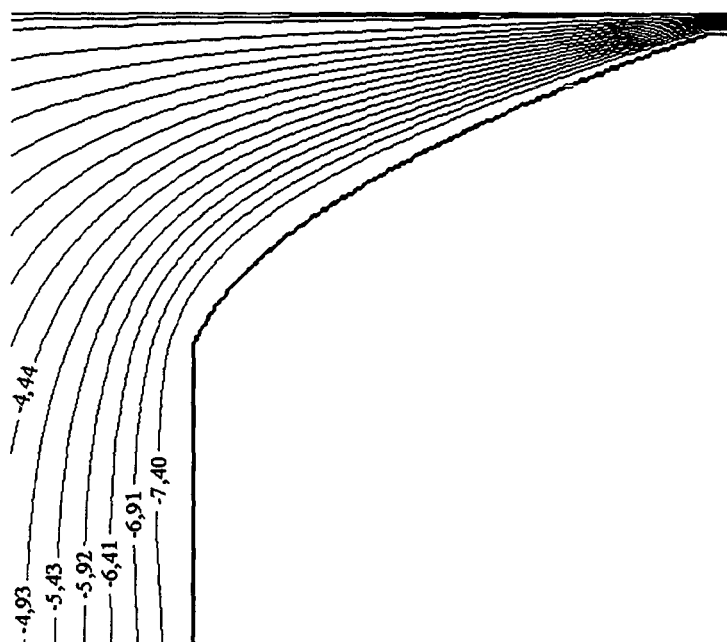


Figura 10.3 - Linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ) para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,022$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

O perfil de pressão reflete a suavidade com que o fluido contorna a extremidade do orifício de passagem e apresenta uma queda de pressão significativamente inferior daquela observada para a situação com o assento plano. Outro fato a ser destacado é que o valor da queda

de pressão obtido para a geometria otimizada é de fato o menor valor obtido para as situações exploradas aqui (situação com inclinação do assento, tabela 5.1, e situação com raio de arredondamento no assento, tabela 6.1). Na figura 10.5 são apresentadas as isobáricas para a geometria ótima. Uma comparação entre as isobáricas da figura 5.35, para o assento com inclinação, e da figura 6.23, para o assento com raio de arredondamento, mostra que as isobáricas obtidas para a geometria ótima têm os menores valores.

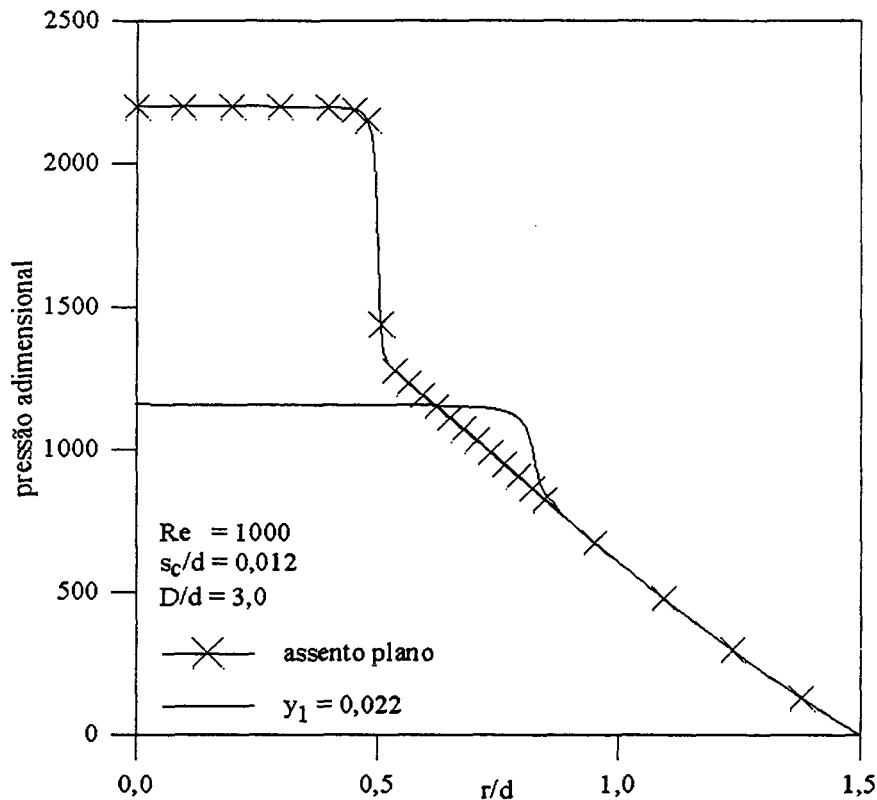


Figura 10.4 – Perfis adimensionais de pressão para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,022$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

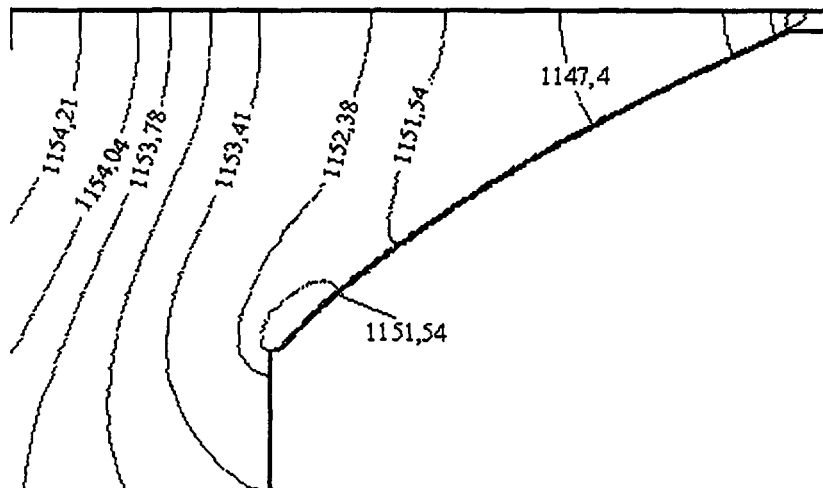


Figura 10.5 – Campo de pressão adimensional para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,022$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

**Caso 2 - Maximização da força**

Busca-se neste exemplo, a maximização da força ou minimização do oposto da força na região do difusor radial, cuja função objetivo é

$$\text{Minimize } \{-F\} = \text{Minimize } \left\{ - \int_0^{d/2} \int_0^{D/2} p r dr d\theta \right\}, \quad (10.30)$$

sujeito a  $g_1$  e  $g_2$ , conforme equação (10.27).

A função objetivo é resolvida para a relação de diâmetros  $D/d = 3,0$ ; número de Reynolds,  $Re = 1000$ , e o afastamento adimensional,  $s/d = 0,012$ . Aplicando o Método de Pontos Interiores de Herskovits, obtém-se os resultados numéricos que seguem. Na tabela 10.2 são apresentados os resultados obtidos para a variável de projeto  $y_1$  e para a força, durante o processo de otimização. Na figura 10.6 é ilustrado o comportamento da força durante o processo iterativo de otimização. Nota-se nesta figura que o método dirige-se para um valor máximo da força durante o procedimento iterativo. Pode-se afirmar que esta variável de projeto é um ótimo local para a função força, conforme já foi justificado para o caso 1.

Tabela 10.2 - Processo de maximização da função força utilizando o MPIH para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s/d = 0,012$ .

k	$y_1$	F [N]	$F_a$
1	0,0210	0,57526	4231,81573
2	0,0220	0,57503	4230,11192
3	0,0240	0,57466	4227,35341
4	0,0259	0,58346	4292,15124
5	0,0260	0,58346	4292,15124

Comparando a força adimensional obtida na tabela 10.2 com os valores apresentados nas tabelas 5.1 e 6.1, observa-se que o valor obtido para a geometria otimizada (tabela 10.2) é maior do que os valores obtidos para as inclinações no assento superiores a  $5^\circ$ , tabela 5.1, e é menor do que os valores obtidos para a situação com raio de arredondamento no assento, tabela 6.1. Portanto a força obtida pelo método de otimização não é a máxima se comparada com a geometria do difusor com raio de arredondamento no assento. A explicação plausível para este fato pode estar nos valores do campo de pressão apresentados na figura 10.9, que variam pouco

na região que recebe frontalmente o fluido até a parte final da geometria otimizada, se comparados com as isobáricas apresentadas na figura 6.23, onde a variação do campo de pressão foi maior.

Comparando a figura 10.8 e com a figura 6.5 percebe-se na figura 6.5 que a queda de pressão para a geometria do difusor com raio de arredondamento no assento,  $r = 0$  mm até  $r = 9$  mm, ocorre em  $0,5 \leq r/d \leq 0,6$  enquanto na figura 10.8 ocorre em  $r/d \cong 0,85$  fazendo com que a força obtida por esta geometria ( $y_1 = 0,026$ ) seja considerada ótima pelo método de otimização. Outro fato que pode ter determinado a escolha desta geometria ótima deve-se à restrição dos limites da variável de projeto.

A figura 10.7 apresenta as linhas de corrente para a curva interfacial obtida com a variável de projeto  $y_1 = 0,026$ . Nesta figura há formação de uma região de recirculação na saída do orifício de passagem. A figura 10.8 apresenta os perfis adimensionais de pressão ao longo da palheta, para a válvula com assento plano e para a variável de projeto  $y_1 = 0,026$ .

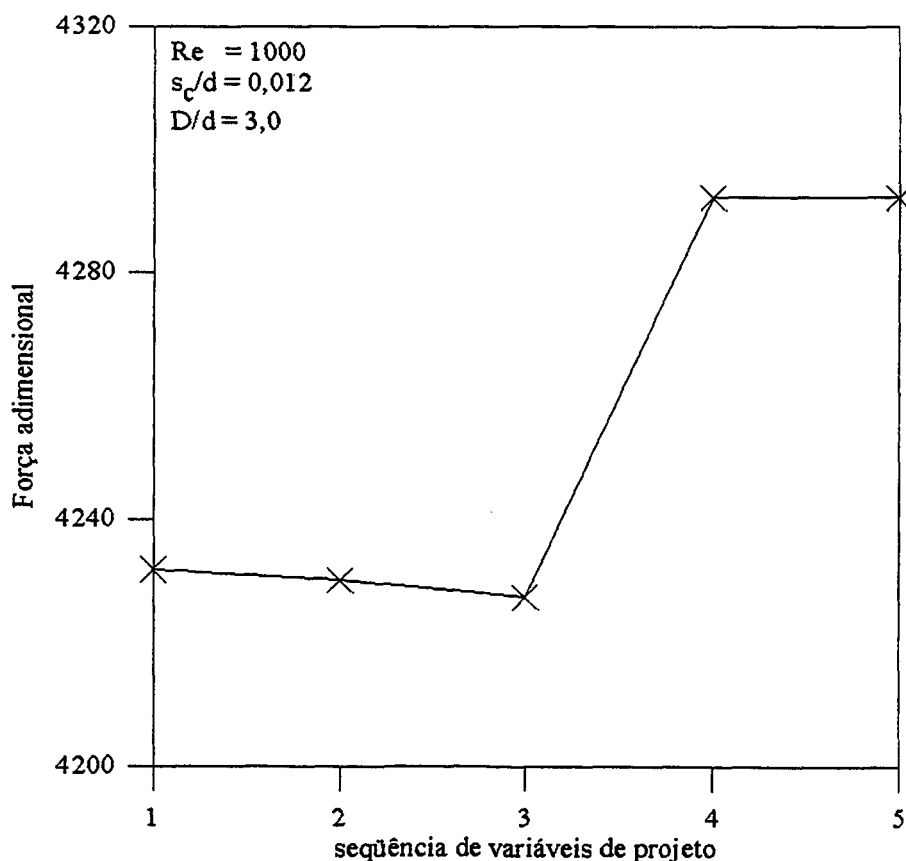


Figura 10.6 - Processo de maximização da força obtido pelo MPIH para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

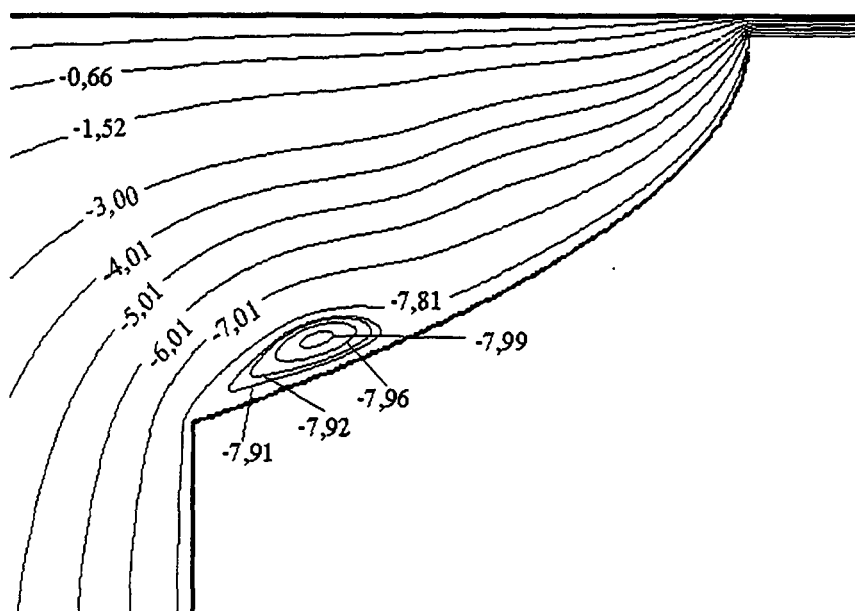


Figura 10.7 – Linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ) para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,026$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

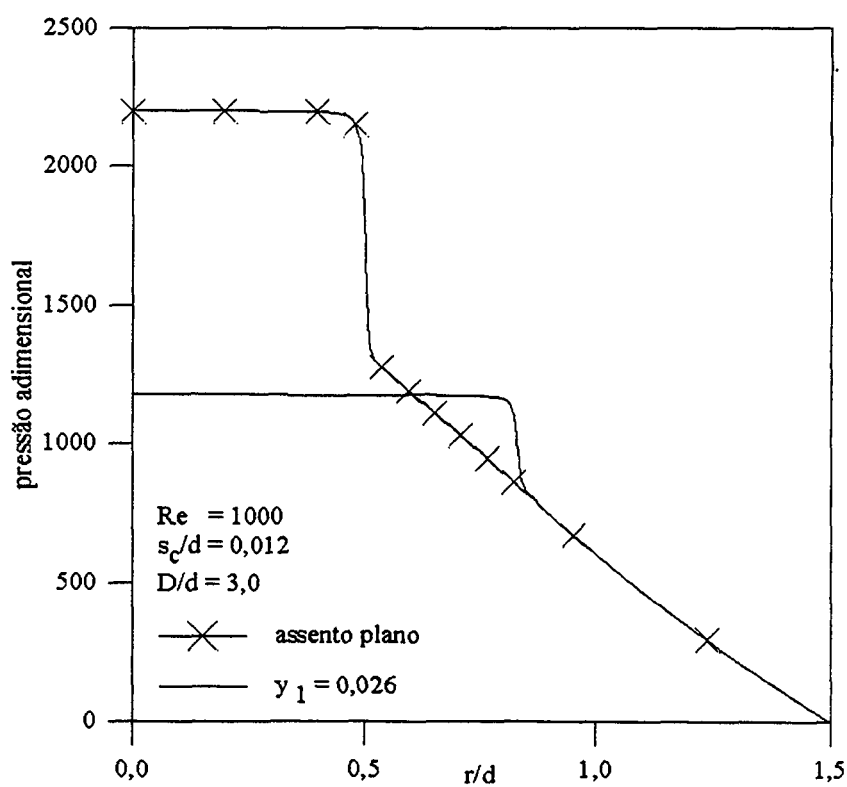


Figura 10.8 – Perfis adimensionais de pressão para  $D/d = 3,0$ ,  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,026$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .



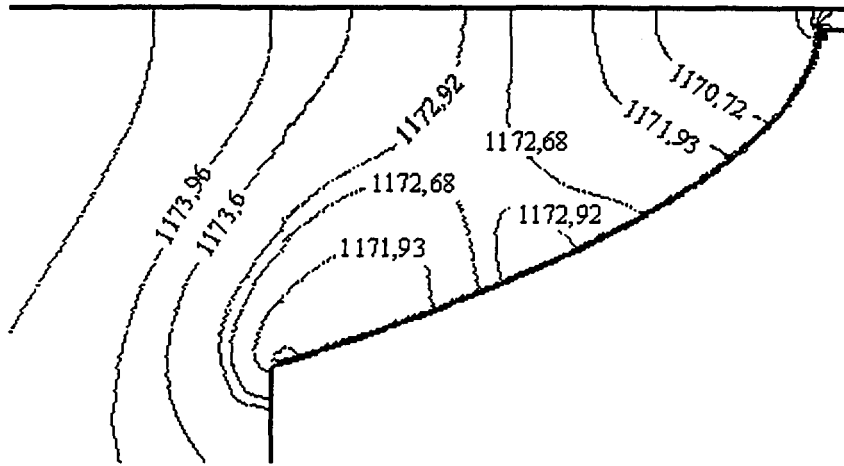


Figura 10.9 – Campo de pressão adimensional para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,026$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

### Caso 3 - Minimização da função $J = PC - F/20$

A presente função multi-objetivo dá uma ponderação maior para a PC, já que vimos anteriormente que  $PC \cong F/30$ . obter a geometria que apresenta a perda de carga mínima e a força máxima. O problema de minimização é declarado como

$$\begin{aligned} \text{Minimize } \{J\} &= \text{Minimize } \{PC - F/20\} \\ \text{sujeito a } g_1 \text{ e } g_2, &\text{ conforme equação (10.27).} \end{aligned} \quad (10.31)$$

e resolvido para o número de Reynolds 1000, relação de diâmetros 3,0 e afastamento adimensional  $s_c/d = 0,012$ . Como já descrito no capítulo 9, a partir dos valores obtidos nos capítulos 5, 6, 7 e 8, observou-se que a  $PC \cong F/30$ . Contudo neste caso optou-se por uma função objetivo que atribui uma ponderação maior para a função força. O principal objetivo desta escolha é verificar a importância de cada uma das funções, perda de carga e força, na busca da forma ótima para a região do assento do difusor.

Aplicando o Método de Pontos Interiores de Herskovits para a minimização da função objetivo obtém-se os resultados numéricos que seguem. A tabela 10.3 apresenta os valores de  $J$  obtidos durante o procedimento de minimização. A figura 10.10 apresenta os valores da função multi-objetivo ao longo do processo de busca. A figura 10.11 ilustra as linhas de corrente para a curva interfacial obtida com a variável de projeto  $y_1 = 0,0235$ . Observa-se nesta figura que há formação de uma pequena região de recirculação na saída do orifício de passagem.

Tabela 10.3 - Processo de minimização da função PC - F/20 utilizando o MPIH para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

k	$y_1$	PC- F/20 [N]	PC [N]	F [N]
1	0,0210	$-9,2046 \times 10^{-3}$	0,01956	0,57526
2	0,0220	$-9,2645 \times 10^{-3}$	0,01948	0,57503
3	0,0215	$-9,2360 \times 10^{-3}$	0,01952	0,57504
4	0,0259	$-9,3423 \times 10^{-3}$	0,01983	0,58346
5	0,0235	$-9,3439 \times 10^{-3}$	0,01939	0,57469
6	0,0235	$-9,3439 \times 10^{-3}$	0,01939	0,57469

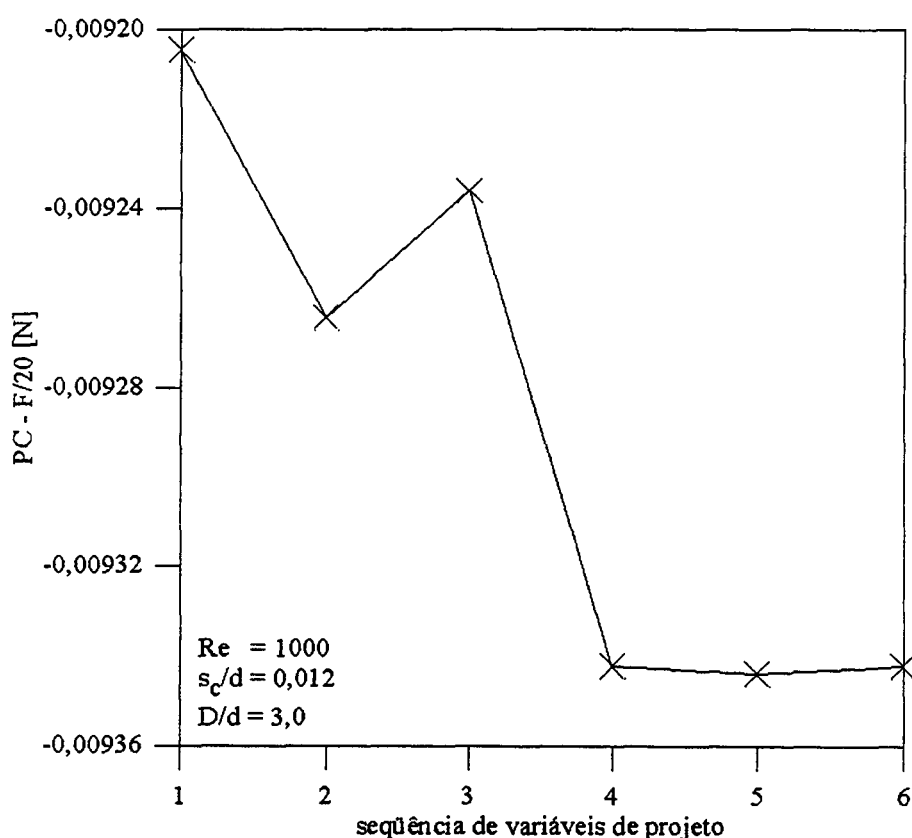


Figura 10.10 - Processo de minimização da função (PC -F/20) obtida pelo MPIH para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

A figura 10.12 apresenta os perfis adimensionais de pressão ao longo da palheta, para a válvula sem inclinação no assento e para as variáveis de projeto  $y_1 = 0,0235$  e  $0,026$ . O perfil adimensional de pressão para a variável de projeto  $0,0235$  é semelhante ao obtido para as variáveis de projeto  $0,021$  e  $0,026$ . Contudo, nota-se que para  $y_1 = 0,0235$  o perfil de pressão apresenta valores mais baixos do que para  $y_1 = 0,026$ , o que pode ser verificado também comparando-se as figuras 10.9, isobáricas para  $y_1 = 0,026$ , e 10.13, isobáricas para  $y_1 = 0,0235$ .

As pressões adimensionais são menores para  $y_1 = 0,0235$  porque a geometria formada por esta variável de projeto facilita mais a entrada do fluido na região do difusor do que a geometria formada por  $y_1 = 0,026$ . Assim, reduz a perda de carga localizada nesta região e com isto faz com que o valor do patamar de pressão na região frontal ao orifício seja reduzido. Para ambas variáveis de projeto a pressão adimensional apresenta apenas uma região de patamar localizada até  $r/d \cong 0,85$ .

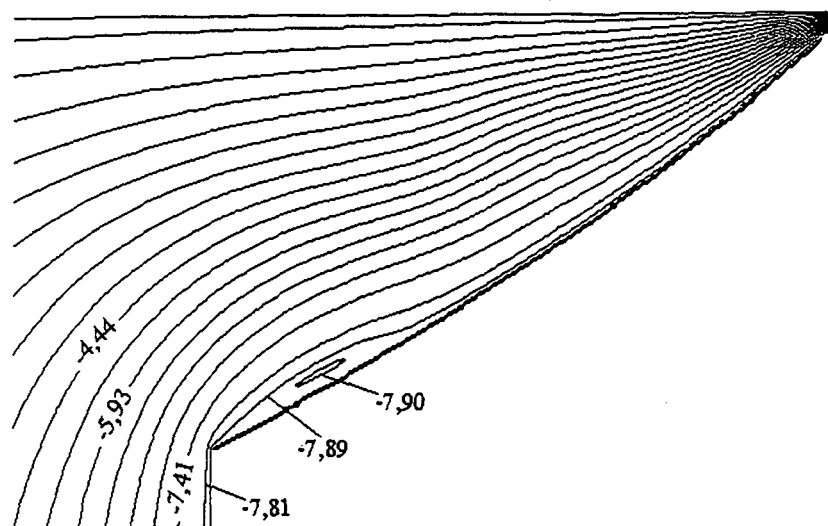


Figura 10.11 – Linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ) para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,0235$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

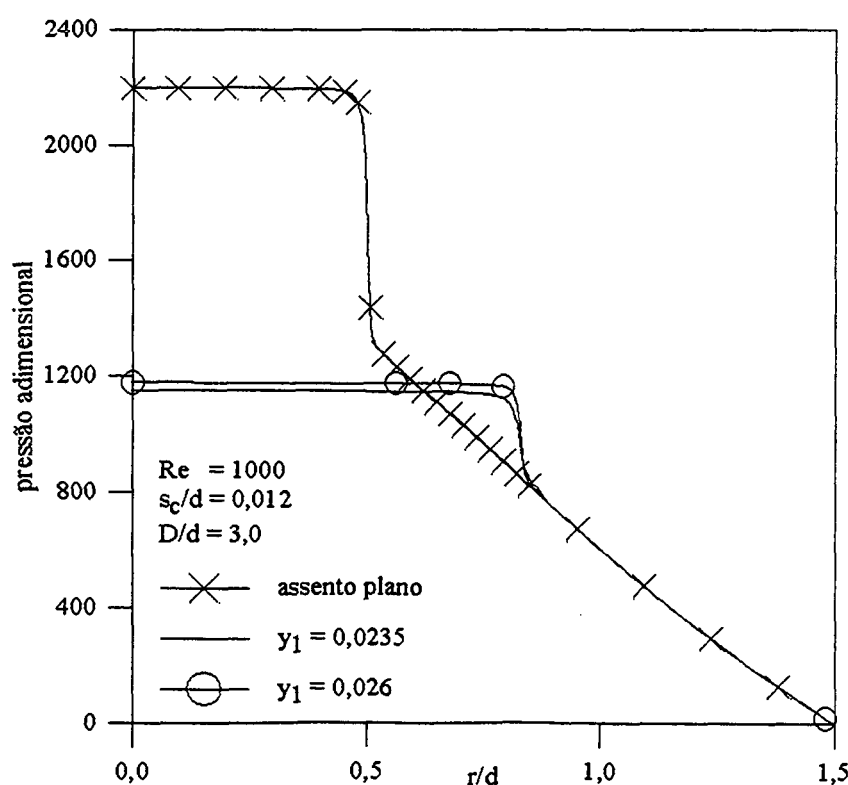


Figura 10.12 – Perfis adimensionais de pressão para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,0235$  e  $0,026$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

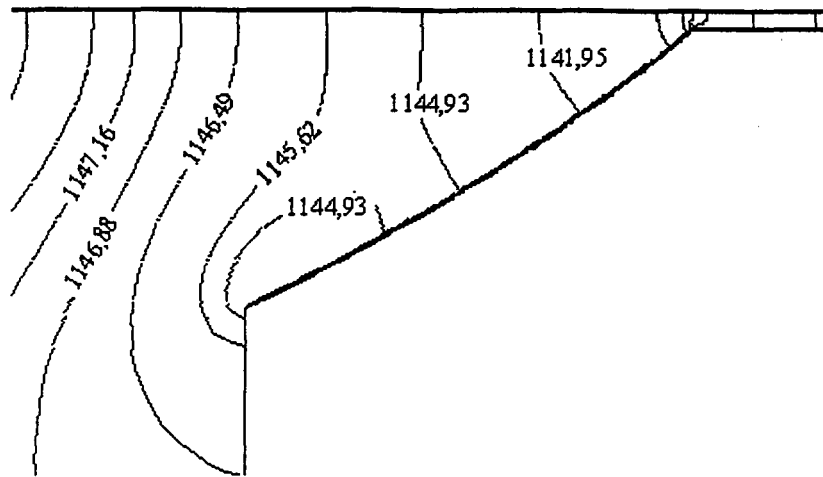


Figura 10.13 – Campo de pressão adimensional para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,0235$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

#### Caso 4 - Minimização da função $J = PC - F/30$

Com a função multi-objetivo  $PC - F/30$  pretende-se obter a geometria que apresenta a perda de carga mínima e a força máxima. O problema de minimização é declarado como

$$\begin{aligned} \text{Minimize } \{J\} &= \text{Minimize } \{PC - F/30\} \\ \text{sujeito a } g_1 \text{ e } g_2, &\text{ conforme equação (10.27)} \end{aligned} \quad (10.32)$$

e resolvido para o número de Reynolds 1000, relação de diâmetros 3,0 e afastamento adimensional  $s_c/d = 0,012$ . Como já descrito no capítulo 9, a partir dos valores obtidos nos capítulos 5, 6, 7 e 8, observou-se que a  $PC \cong F/30$  por isto esta função objetivo é explorada aqui.

Aplicando o Método de Pontos Interiores de Herskovits para a minimização da função objetivo obtém-se os resultados numéricos que seguem. A tabela 10.4 apresenta os valores de  $J$  obtidos durante o procedimento de minimização. A figura 10.14 apresenta os valores da função multi-objetivo ao longo do processo de busca, nesta figura nota-se que o método de otimização encontrou um mínimo da função objetivo. A variável de projeto obtida para a função objetivo  $PC-F/30$  é a mesma variável de projeto encontrada para a função objetivo  $PC-F/20$ , logo as linhas de corrente, perfis de pressão não serão novamente reproduzidos aqui, a mesma análise feita para os resultados do caso 3 continua valendo neste caso.

Tabela 10.4 - Processo de minimização da função PC - F/30 utilizando o MPIH para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

k	$y_1$	PC- F/30 [N]	PC [N]	F [N]
1	0,0259	0,039279	0,01983	0,58346
2	0,0210	0,038735	0,01956	0,57526
3	0,0215	0,038688	0,01952	0,57504
4	0,0220	0,038648	0,01948	0,57503
5	0,0235	0,038546	0,01939	0,57469
6	0,0235	0,038546	0,01939	0,57469

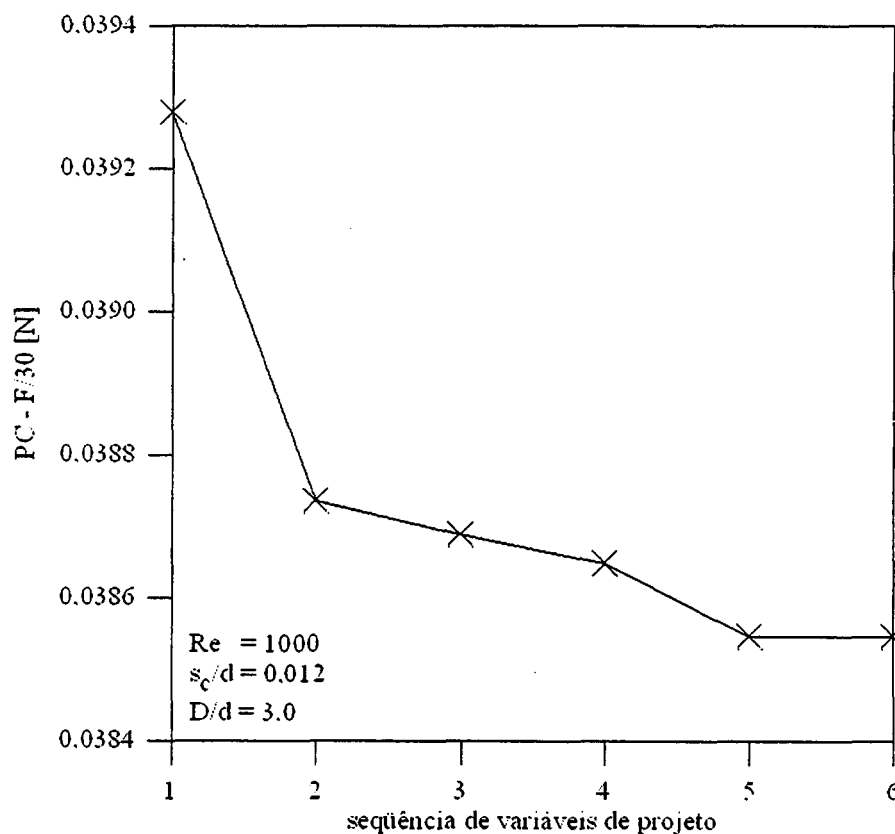


Figura 10.14 - Processo de minimização da função (PC - F/30) obtida pelo MPIH para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

**Caso 5** - Maximização da função  $J = (A_{cca}^k + A_{cfa}^k A_{cca}^1 / A_{cfa}^1) / 2A_{cca}^1$  para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

Busca-se neste caso a maximização das áreas efetivas de escoamento e de força, simultaneamente. A função J foi escolhida aqui com o intuito de verificar a influência da área

efetiva de força e de escoamento adimensionais na escolha da geometria ótima. Os valores numéricos são obtidos para o número de Reynolds 1000, a relação de diâmetros 3,0 e o afastamento adimensional 0,012. A função objetivo é

$$\text{Minimize } \{J\} = \text{Minimize } - \left( A_{\text{eea}}^k + A_{\text{efa}}^k A_{\text{eea}}^1 / A_{\text{efa}}^1 \right) / 2A_{\text{eea}}^1, \quad (10.33)$$

sujeito a  $g_1$  e  $g_2$ , conforme equação (10.27).

A tabela 10.5 apresenta na segunda coluna os resultados da variável de projeto  $y_1$  e na terceira coluna os valores da função multi-objetivo. A figura 10.15 apresenta os valores assumidos pela função multi-objetivo,  $J$ , durante o processo de otimização. Nesta figura nota-se que o método de otimização dirigiu-se para um máximo, contudo não se pode afirmar que este máximo é global, porque nem todas as variáveis de projeto do espaço de busca foram utilizadas pelo método de otimização. Pode-se afirmar que dentre as variáveis de projeto investigadas pelo método de otimização a variável de projeto 0,0235 é aquela em que a função objetivo,  $J$ , obteve o maior valor.

Tabela 10.5 - Processo de maximização da função  $J$  utilizando o MPIH, para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

k	$y_1$	$\left( A_{\text{eea}}^k + A_{\text{efa}}^k A_{\text{eea}}^1 / A_{\text{efa}}^1 \right) / 2A_{\text{eea}}^1$
1	0,0210	1,00000000000000
2	0,0220	1,0043616240290
3	0,0215	1,0014324907718
4	0,0259	0,9967847188056
5	0,0211	1,00000000004859
6	0,0210	1,00000000000000
7	0,0235	1,0077859138030
8	0,0235	1,0077859138030

As isobáricas, as linhas de corrente, e o perfil de pressão para  $y_1 = 0,0235$  já foram ilustradas para o caso 3 e são as mesmas para este caso, deste modo não serão repetidas aqui.

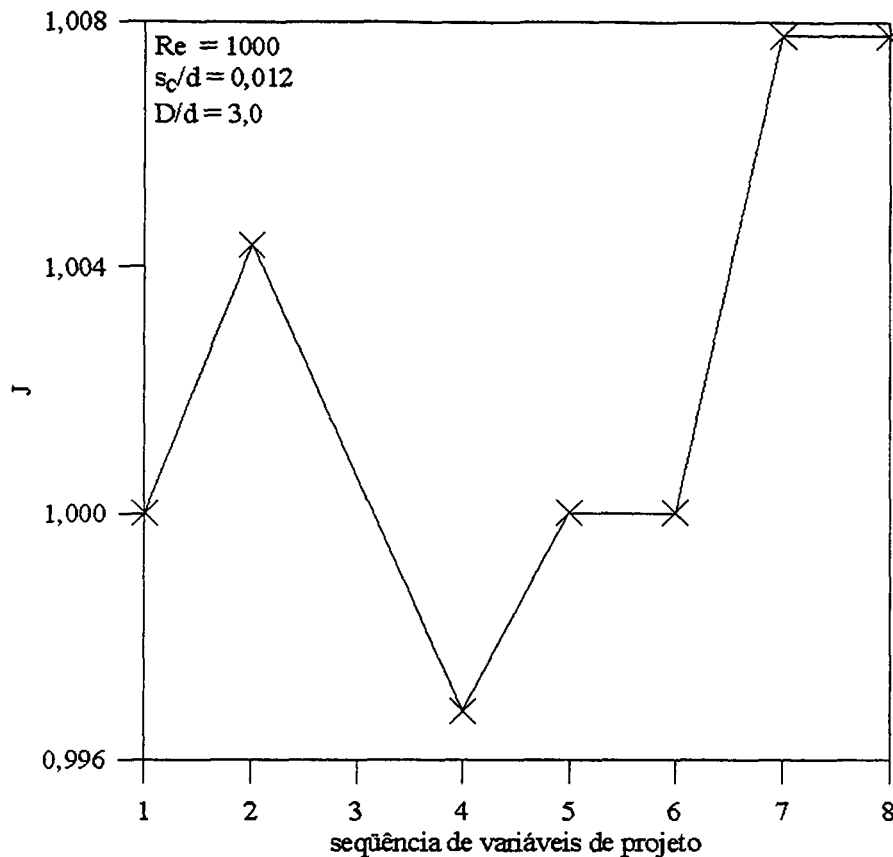


Figura 10.15 - Processo de maximização da função  $(A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$  obtida pelo MPIH, para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

**Caso 6** - Maximização da função  $J = (A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$  para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 1,66$  e  $s_c/d = 0,012$ .

A função objetivo utilizada neste caso já foi apresentada na equação (10.33). Na tabela 10.5 apresenta-se o comportamento da variável de projeto  $y_1$  e da função objetivo ao longo do processo de otimização. A diferença entre os casos 5 e 6 está no valor da relação de diâmetros, naquele caso a relação de diâmetros utilizada foi 3,0 e neste caso a relação de diâmetros 1,66 é utilizada. Este estudo foi feito para verificar a influência da relação de diâmetros,  $D/d$ , na escolha da variável de projeto para a curva polinomial de segundo grau. Conforme observado nas tabelas 10.5 e 10.6 o MPIH convergiu para variáveis de projeto diferentes.

A figura 10.16 apresenta os valores da função multi-objetivo,  $J$ , durante o processo de otimização. Nesta figura nota-se que o Método de otimização de Pontos Interiores de Herskovits dirigiu-se para um ponto de máximo. Para a condição de Reynolds 1000, afastamento adimensional 0,012 e para a função objetivo  $(A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$  a melhor configuração obtida para o assento da válvula está ilustrada na figura 10.17, onde as linhas de

corrente são apresentadas. Na figura 10.19 observa-se que o campo de pressões permanece inalterável durante toda a região do difusor. A pressão tem uma queda no final do difusor conforme observado na figura 10.18 onde os perfis de pressão são apresentados.

Tabela 10.6 - Processo de maximização da função J utilizando o MPIH para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 1,66$  e  $s_c/d = 0,012$ .

k	$y_1$	$(A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$
1	0,0259	0,9679681651721
2	0,0210	0,9718055444083
3	0,0210	0,9718055937086
4	0,0259	0,9679427722283
5	0,0260	0,9679427559991
6	0,0225	0,9961532814557
7	0,0235	1,0238514364890
8	0,0240	1,0396910669320
9	0,0240	1,0396910669320

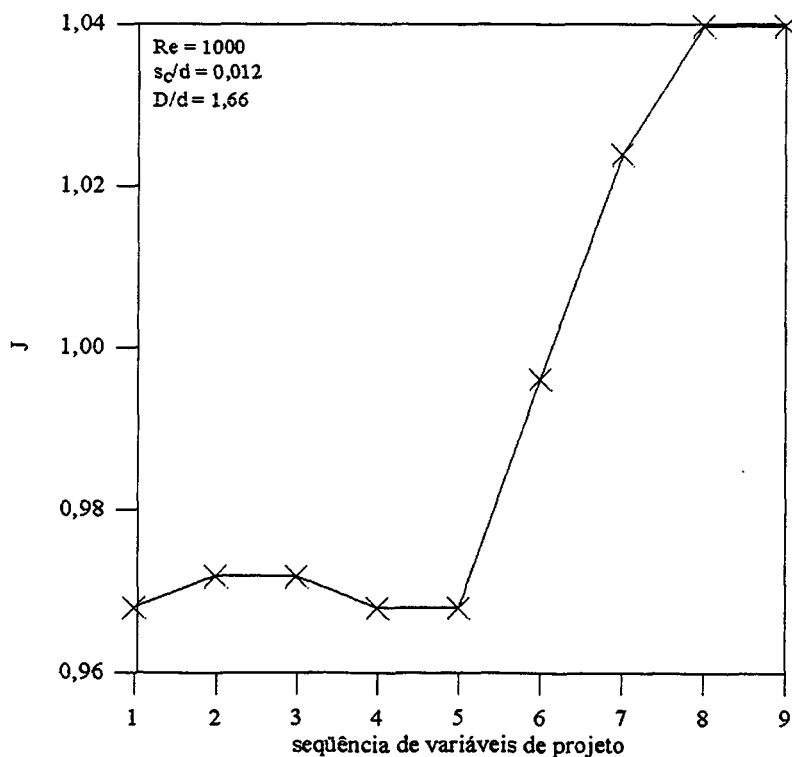


Figura 10.16 - Processo de maximização da função  $(A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$  obtida pelo MPIH, para  $Re = 1000$ ,  $D/d = 1,66$  e  $s_c/d = 0,012$ .



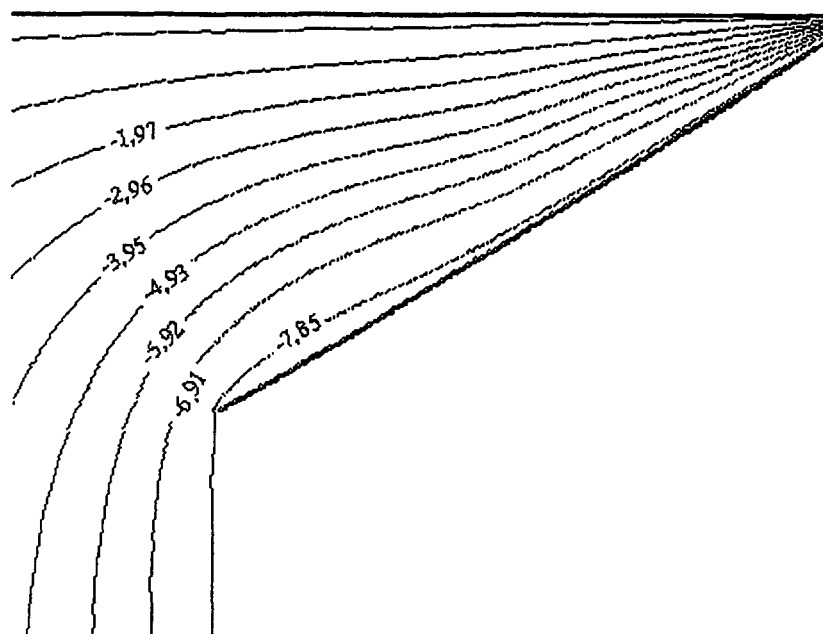


Figura 10.17 – Linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ) para  $D/d = 1,66$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

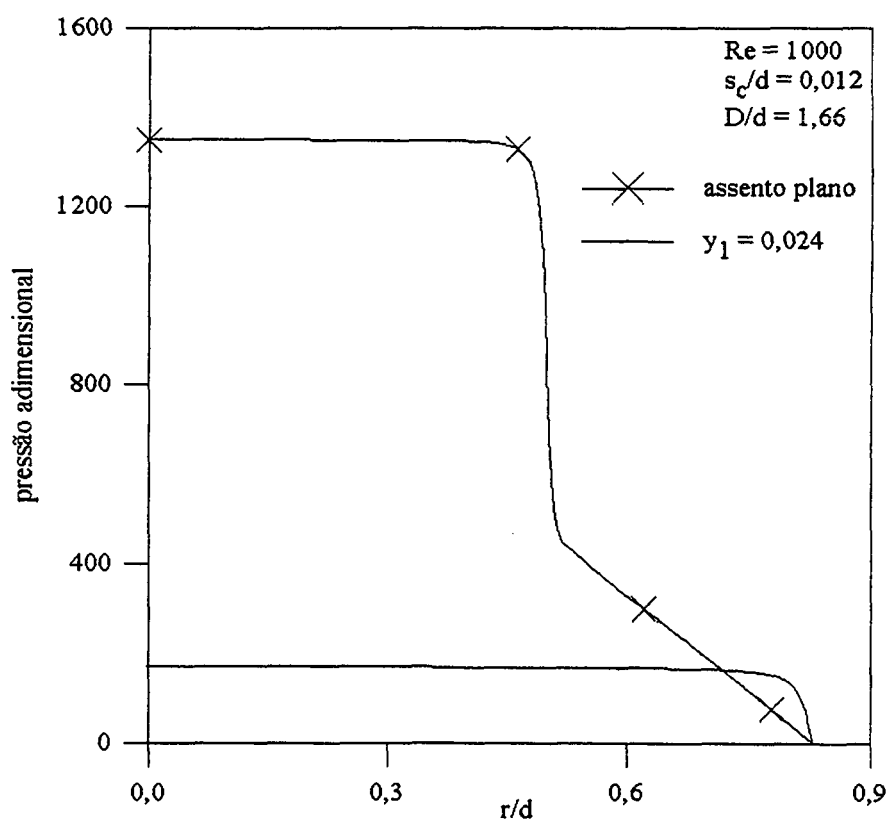


Figura 10.18 – Perfis adimensionais de pressão para  $D/d = 1,66$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

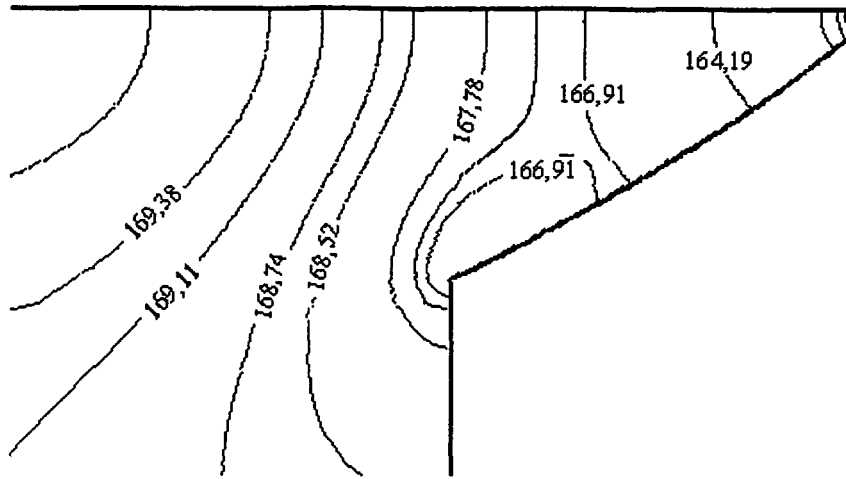


Figura 10.19 – Campo de pressão adimensional para  $D/d = 1,66$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1000$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

Os próximos estudos de caso investigam a influência do número de Reynolds igual a 1500 para dois afastamentos adimensionais, utilizando a função com múltiplos objetivos envolvendo a área efetiva de força e de escoamento apresentada na equação (10.33).

**Caso 7 - Maximização da função  $J = (A_{cea}^k + A_{efa}^k A_{cea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{cea}^1$  para  $Re = 1500$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .**

Neste caso pretende-se maximizar a função objetivo  $J$  para um número de Reynolds 1500. Na tabela 10.7 apresenta-se o comportamento da variável de projeto  $y_1$  e da função objetivo  $J$ .

Tabela 10.7 - Processo de maximização da função  $J$  utilizando o MPIH, para  $Re = 1500$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

k	$y_1$	$(A_{cea}^k + A_{efa}^k A_{cea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{cea}^1$	$A_{cea}$	$A_{efa}$
1	0,0210	1,00000	0,03513	4,41624
2	0,0220	1,00279	0,03519	4,43253
3	0,0215	1,00156	0,03515	4,42750
4	0,0259	0,99210	0,03466	4,40516
5	0,0210	1,00000	0,03513	4,41624
6	0,0220	1,00268	0,03519	4,43253
7	0,0230	1,00547	0,03526	4,44888
8	0,0235	1,00647	0,03528	4,45525
9	0,0240	1,00729	0,03529	4,46076

A figura 10.20 apresenta o processo de convergência, onde nota-se que a função objetivo convergiu para um ponto de máximo. Comparando os valores obtidos para a área efetiva de força e de escoamento adimensional da tabela 10.7 com os valores das tabelas 5.1 e 6.1 observa-se que os parâmetros de eficiência aqui obtidos são superiores aos obtidos naquelas tabelas, para todos os casos analisados, demonstrando assim a preferência do MPIH por esta geometria ótima para o assento da válvula.

Na figura 10.21 as linhas de corrente são ilustradas e nota-se a formação de uma pequena região de recirculação na entrada do difusor. Na figura 10.22 os perfis adimensionais de pressão ao longo da palheta são apresentados para a variável de projeto  $y_1 = 0,024$ . Nesta figura nota-se que a queda de pressão é significativamente inferior a obtida para a situação com o assento plano. Comparando a figura 10.22 com as figuras 5.12 e 6.6 nota-se que o perfil adimensional de pressão neste caso é inferior ao obtido para a inclinação do assento compreendida entre  $0^\circ \leq \alpha \leq 32^\circ$  e para o raio de arredondamento do assento entre  $0 \leq r \leq 9$  mm, respectivamente.

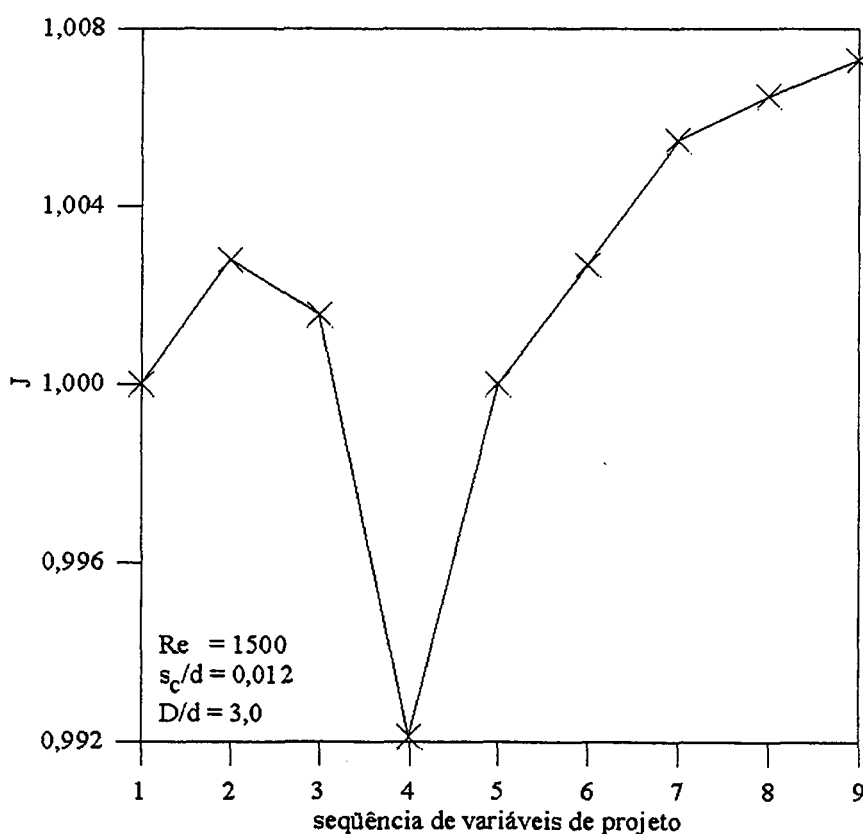


Figura 10.20 - Processo de maximização da função  $(A_{\text{eea}}^k + A_{\text{efa}}^k A_{\text{eea}}^1 / A_{\text{efa}}^1) / 2A_{\text{eea}}^1$  obtida pelo MPIH, para  $Re = 1500$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,012$ .

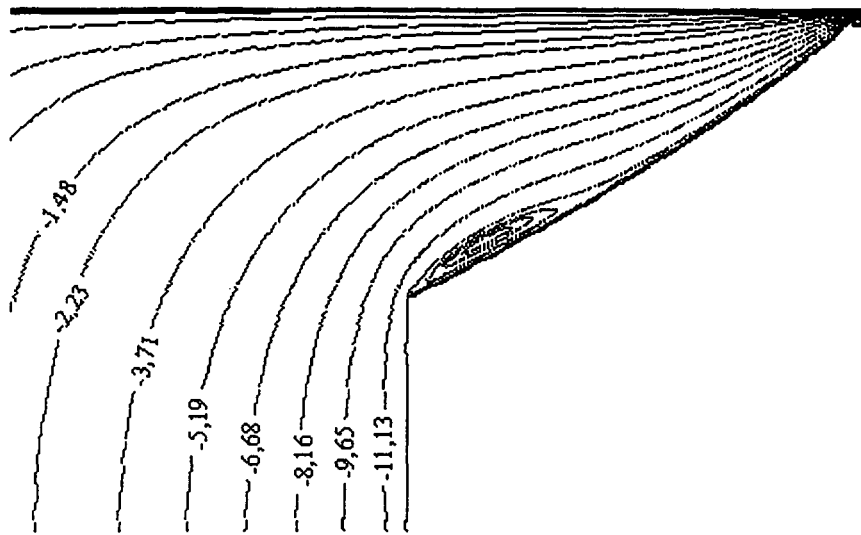


Figura 10.21 – Linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ) para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

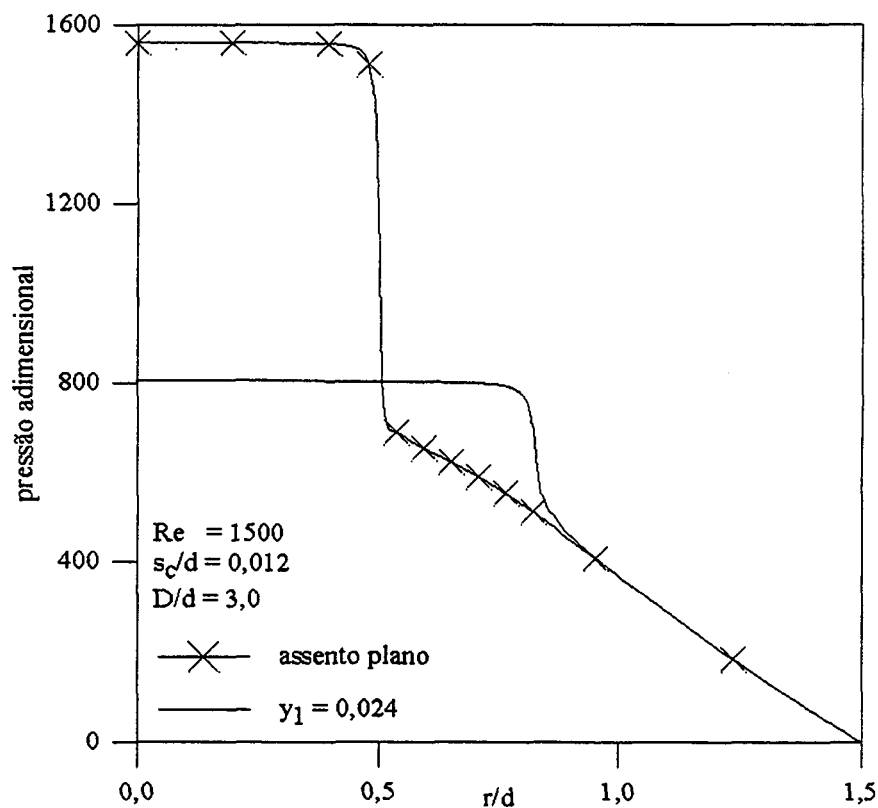


Figura 10.22 – Perfis adimensionais de pressão para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

Na figura 10.23 é apresentado o campo de pressão, onde verifica-se que o campo de pressão para este caso é inferior ao obtido para as diferentes inclinações no assento, figura 5.36 e inferior ao obtido para os diferentes raios de arredondamento no assento, figura 6.24.

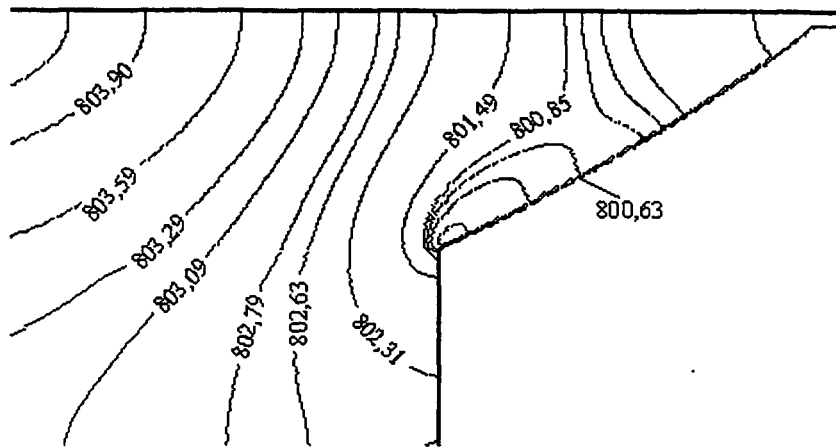


Figura 10.23 – Campo de pressão adimensional para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,012$  e  $Re = 1500$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

**Caso 8** - Maximização da função  $J = (A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$  para  $Re = 1500$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

Neste caso busca-se maximizar a função objetivo  $J$  resolvendo o escoamento para o número de Reynolds 1500, a relação de diâmetros 3,0 e o afastamento adimensional 0,020. Este caso difere do caso 6 pelo afastamento adimensional; enquanto lá o afastamento adimensional é 0,012 aqui é 0,020. A tabela 10.8 apresenta os resultados numéricos obtidos com o MPIH durante o procedimento de otimização e a figura 10.24 ilustra o comportamento da função objetivo durante o procedimento iterativo.

Tabela 10.8 - Processo de maximização da função  $J$  utilizando o MPIH para  $Re = 1500$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

k	$y_1$	$(A_{eea}^k + A_{efa}^k A_{eea}^1 / A_{efa}^1) / 2A_{eea}^1$	$A_{eea}$	$A_{efa}$
1	0,0210	1,00000	0,07219	3,95651
2	0,0220	1,00454	0,07233	3,98486
3	0,0259	0,99401	0,07088	3,98080
4	0,0210	1,00000	0,07219	3,95651
5	0,0220	1,00454	0,07233	3,98486
6	0,0230	1,00889	0,07246	4,01188
7	0,0235	1,01037	0,07249	4,02196
8	0,0240	1,01178	0,07251	4,03177

Na tabela 10.8, comparando os valores da área efetiva de escoamento e de força adimensional com os valores apresentados nas tabelas 5.2 e 6.2 observa-se que os parâmetros de eficiência aqui obtidos são superiores aos obtidos naquelas tabelas, para todos os casos analisados, demonstrando assim a preferência do Método de Pontos Interiores de Herskovits por esta geometria ótima para o assento da válvula.

A figura 10.25 explora as linhas de corrente para o presente caso, onde há uma região de recirculação. Na figura 10.26 são explorados os perfis adimensionais de pressão para  $y_1 = 0,024$ . O perfil de pressão para  $y_1 = 0,024$  é inferior ao obtido para as diferentes inclinações no assento, figura 5.16 e inferior ao obtido para os diferentes raios de arredondamento no assento, figura 6.10. A pressão aqui apresenta uma região de patamar até  $r/d \cong 0,85$ , semelhante ao patamar obtido para o perfil de pressão quando o assento é inclinado em  $32^\circ$ . O campo de pressão é explorado na figura 10.27 onde observa-se que a pressão tem uma variação pequena ( $\cong 3$ ) na região ilustrada, já nas figuras 5.40 e 6.28 esta variação é maior.

Comparando as figuras 10.20 e 10.24 observa-se que o afastamento adimensional, para o número de Reynolds 1500 e para a relação de diâmetros 3,0, não influenciou na busca da curva polinomial ótima na região do assento da válvula.

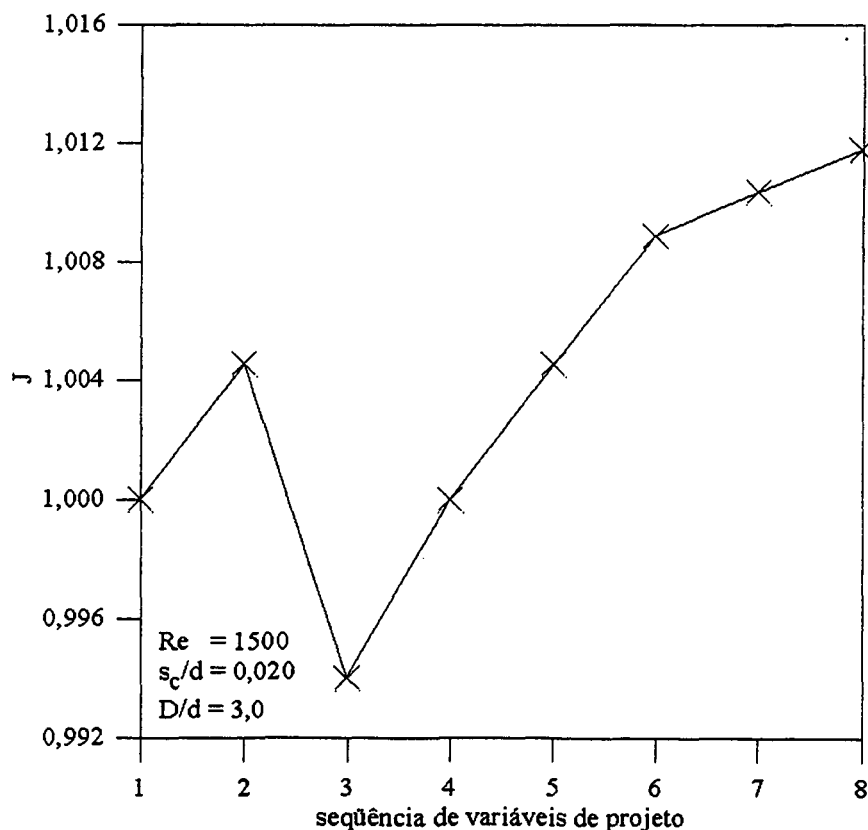


Figura 10.24 - Processo de maximização da função  $(A_{\text{eea}}^k + A_{\text{efa}}^k A_{\text{eea}}^1 / A_{\text{efa}}^1) / 2A_{\text{eea}}^1$  obtida pelo MPIH, para  $Re = 1500$ ,  $D/d = 3,0$  e  $s_c/d = 0,020$ .

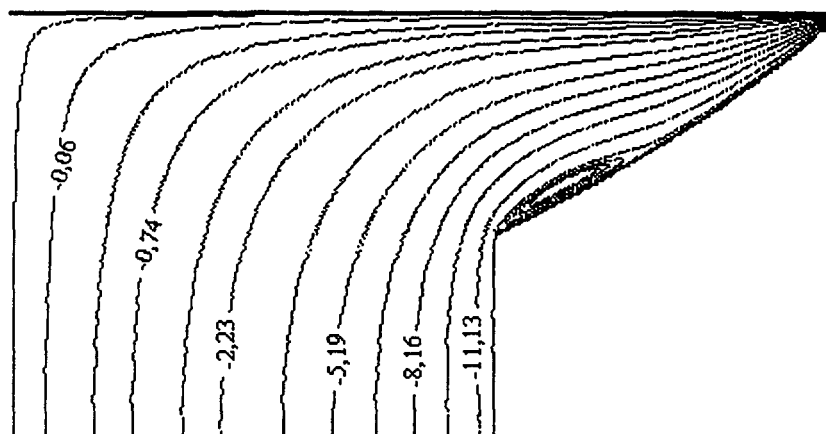


Figura 10.25 – Linhas de corrente ( $\times 10^{-5}$ ) para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 1500$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

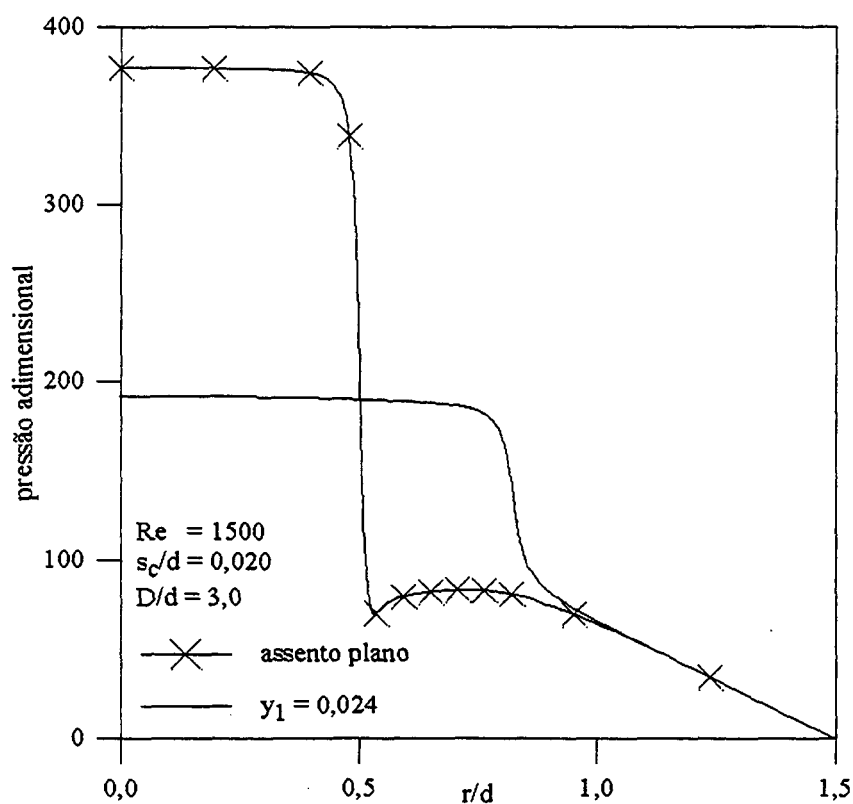


Figura 10.26 – Perfis adimensionais de pressão para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 1500$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

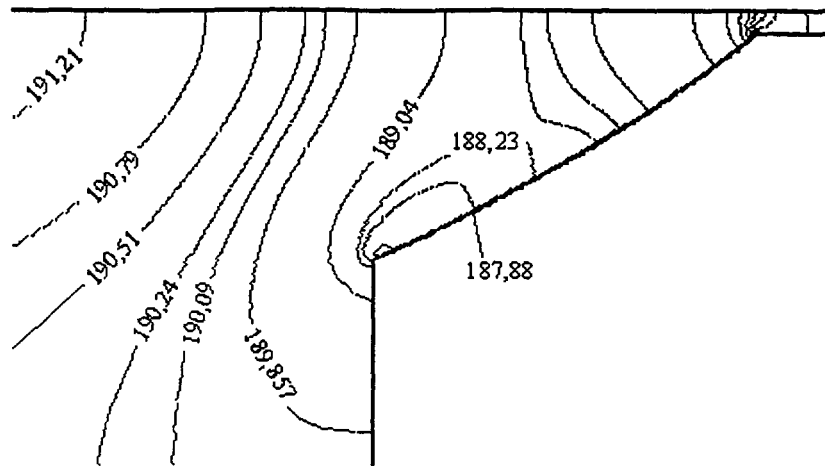


Figura 10.27 – Campo de pressão adimensional para  $D/d = 3,0$ ;  $s_c/d = 0,020$  e  $Re = 1500$ , com  $y_1 = 0,024$  na curva  $f_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ .

#### 10.4 Comentários Gerais

A partir da análise dos casos 4 a 8 explorados no presente capítulo, pode-se chegar as seguintes conclusões:

- (i) a mudança na função objetivo deixando os demais parâmetros fixos pode alterar a escolha da variável de projeto pelo MPIH (casos 1 a 5);
- (ii) para a relação de diâmetros 3,0 a mudança no número de Reynolds altera a geometria ótima (casos 5 e 7);
- (iii) para o número de Reynolds 1000 a mudança na relação de diâmetros altera a geometria ótima (casos 5 e 6);
- (iv) para o número de Reynolds 1500 a mudança no afastamento adimensional não altera a geometria ótima (casos 7 e 8).

Conforme explorado aqui, o MPIH mostrou-se adequado para explorar a geometria ótima do assento. Observa-se que uma alteração de parâmetros ( $Re$ ,  $s_c/d$ ,  $D/d$ , etc.) muda significativamente a geometria ótima procurada, o que dificulta sobremaneira o projeto do sistema de válvulas. A determinação da melhor geometria a ser utilizada ao longo de uma faixa de número de Reynolds e diferentes afastamentos entre palheta e assento para uma dada relação de diâmetros entre palheta e orifício de passagem é o que procura o projetista. Este objetivo, no entanto está longe do escopo da presente tese e é deixado para trabalhos futuros. O que se pretendeu aqui foi explorar um método numérico que possibilite a análise do escoamento em difusores radiais em um contexto de otimização de forma.



### 11.1 Considerações Preliminares

Existe um crescente interesse na obtenção de formas ótimas em conjunção com dinâmica dos fluidos. O interesse nesta área ocorre, principalmente, pelas melhoras no desempenho computacional e nos algoritmos para a solução numérica das equações que governam o escoamento, tornando cada vez mais viável o emprego de códigos de dinâmica dos fluidos computacional com a otimização de forma.

A resolução de problemas de otimização é extremamente cara computacionalmente. Isto porque é necessário resolver, geralmente mais que uma vez, as equações que governam o escoamento em cada passo da otimização. No presente trabalho nenhuma técnica específica foi empregada com o objetivo de reduzir o tempo computacional das simulações numéricas; contudo o código foi sendo modificado e organizado de tal forma que o tempo computacional fosse reduzido. Assim, após modificações e adaptações no código computacional, cada simulação numérica do escoamento é resolvida em aproximadamente 30 minutos.

O presente trabalho considerou a modelação de escoamentos laminares através de válvulas do tipo palheta, muito utilizadas em compressores alternativos. Os difusores radiais se constituíram na geometria básica para a investigação do escoamento em válvulas. Com o objetivo de identificar a linha de investigação deste trabalho foram verificados os trabalhos disponíveis na literatura em difusores radiais e realizou-se uma revisão bibliográfica sobre os trabalhos mais recentes investigando parâmetros geométricos da válvula e situando o presente trabalho neste contexto.

Após ter sido definida a linha de pesquisa deste trabalho, as equações que governam o escoamento no difusor radial foram estudadas e discretizadas. Surgiu, assim, a necessidade de definir que técnica computacional seria utilizada na modelagem de fronteiras irregulares. Optou-se pela utilização de uma metodologia euleriana-lagrangeana, denominada de ELAFINT. Uma investigação bibliográfica da metodologia ELAFINT foi realizada, buscando subsídios para implementá-la.

Com a metodologia de modelagem e identificação de fronteiras irregulares já escolhida e o problema bem configurado, foram feitas as implementações do código computacional.

Primeiramente, a metodologia ELAFINT foi implementada em um sistema de coordenadas cartesianas resolvendo o escoamento em cavidades com topo deslizante e bases irregulares e, validada através da comparação com resultados disponíveis na literatura.

Findada esta etapa, foi realizada a implementação das equações que governam o escoamento no difusor radial. Para a solução do difusor radial um sistema de coordenadas cilíndricas foi empregado. Utilizou-se o método dos volumes finitos, o armazenamento colocalizado das variáveis, interpolação Lei de Potência ou QUICK, e o acoplamento entre pressão e velocidade pelos métodos SIMPLE ou SIMPLEC. Várias simulações foram efetuadas e comparadas com o objetivo de validar as soluções obtidas.

Na sequência a metodologia ELAFINT foi acoplada ao sistema de coordenadas cilíndricas, e com o objetivo de completar a validação da solução numérica obtida pelo código computacional foram efetuadas comparações dos resultados numéricos com resultados experimentais, para o escoamento laminar no difusor radial com palheta paralela e inclinação de 5° no assento.

A próxima fase foi investigar e analisar numericamente a influência dos seguintes parâmetros geométricos:

- (i) inclinação do assento;
- (ii) raio de arredondamento no assento;
- (iii) inclinação do assento e da palheta;
- (iv) raio de arredondamento no assento e na palheta.

nas áreas efetivas de força e de escoamento, perda de carga e força sobre a palheta. Foram realizados testes com os afastamentos adimensionais 0,012 e 0,020, e números de Reynolds variando entre 1000 e 2500.

Com o intuito de obter um formato geométrico melhorado para a região do assento da válvula, investigou-se alguns métodos de otimização classificados em estocásticos, determinísticos e híbridos. Existem obviamente vantagens e desvantagens em ambas abordagens, impedindo que conclusões universais sobre os métodos de otimização possam ser estabelecidas. A escolha do método de otimização deve ser adaptada às necessidades correntes. Antes de efetuar a etapa anterior o problema de otimização foi formulado matematicamente. Definindo que o problema seria de minimização em caixas, optou-se pela escolha do método de Pontos Interiores de Herskovits, MPIH, para a otimização.

Para determinar a contribuição potencial do método de otimização para o formato do assento da válvula, uma função polinomial de segundo grau foi empregada. Investigou-se a influência do número de Reynolds, da relação de diâmetros, do afastamento adimensional e de

diferentes funções objetivo na determinação da variável de projeto pelo MPIH. Uma análise detalhada do problema de otimização torna-se extremamente cara pela diversidade de testes que podem ser realizados. O campo de escoamento mostrou ser muito sensível à mudança de geometria.

## 11.2 Principais Conclusões

As análises feitas neste trabalho certamente auxiliarão trabalhos futuros, e permitindo uma extensão do que foi explorado aqui. A seguir são apresentadas as principais conclusões obtidas a partir da análise dos resultados apresentados nos capítulos 4, 5, 6, 7, 8 e 10 do presente trabalho.

O capítulo 4 apresentou a análise do escoamento laminar através de cavidades com topo deslizante e bases deformadas, e através de válvulas considerando a geometria simplificada do difusor radial com o disco frontal paralelo e fixo. Como o código computacional foi desenvolvido neste trabalho, realizou-se a sua validação, concluindo que:

- (i) Os resultados do escoamento nas diferentes cavidades foram considerados satisfatórios quando comparados com os trabalhos disponíveis na literatura. Esta etapa teve como principal propósito a validação da metodologia ELAFINT.
- (ii) Para o escoamento no difusor radial os resultados obtidos numericamente compararam bem com a solução analítica. A solução analítica só é possível devido a várias simplificações adotadas.
- (iii) A comparação dos resultados numéricos com os resultados obtidos por outros autores, apesar de algumas diferenças entre as metodologias adotadas, teve uma boa concordância. Esta etapa serviu para verificar a implementação correta das equações que governam o escoamento em difusores radiais.
- (iv) A comparação dos resultados numéricos com os resultados experimentais, para o escoamento no difusor radial com palheta paralela e inclinação de  $5^\circ$  no assento, de suma importância neste trabalho, foi bastante satisfatória. Os perfis adimensionais de pressão apresentaram alguma diferença entre os resultados numéricos e experimentais, principalmente na região de estagnação, e boa concordância na região de aceleração do escoamento. Observou-se que as pressões adimensionais são positivas ao longo da palheta, devido a presença do

chanfro na saída do orifício de passagem, diminuindo a aceleração do fluido e elevando as pressões.

O capítulo 5 considerou a influência sobre a distribuição de pressão na palheta de alguns parâmetros no padrão do escoamento do difusor radial: relação de diâmetros, refino da malha, número de Reynolds, afastamentos e inclinações no assento. Parâmetros de eficiência como áreas efetivas de força e escoamento, a perda de carga, e a força, foram investigados para diferentes inclinações do assento na saída do orifício de passagem, e afastamentos adimensionais de 0,012 e 0,020. As conclusões mais relevantes do capítulo são listadas a seguir:

- (i) Foram realizadas comparações com as relações de diâmetros  $D/d = 1,66$  e  $3,0$ . Observou-se que o perfil de pressão adimensional sobre a palheta é influenciado significativamente pela modificação da relação de diâmetros. A maior relação de diâmetros,  $D/d = 3,0$ , eleva o perfil de pressão sobre a palheta e, por outro lado a menor relação de diâmetros,  $D/d = 1,66$ , resulta em valores menores para a pressão.
- (ii) A malha computacional adequada para a solução do escoamento é de suma importância para a confiabilidade dos resultados numéricos. No escoamento em difusores radiais surgem gradientes elevados das propriedades junto às paredes sólidas e também na região de entrada do difusor. Assim, nestas regiões, exigiu-se um refino da malha. Testes com diferentes malhas foram efetuados e a malha escolhida para as análises mostrou-se bastante eficaz uma vez que apresentou resultados muito próximos daqueles obtidos com as malhas mais refinadas.
- (iii) Foram testadas inclinações entre  $5^\circ$  e  $32^\circ$  para o assento da válvula. Notou-se que a inclinação de apenas  $5^\circ$  já foi capaz de alterar significativamente os padrões de escoamento, aumentando as áreas efetivas de escoamento e de força diminuindo a perda de carga, e tornando assim a geometria da válvula mais eficiente. Os parâmetros estudados no capítulo 5 foram influenciados significativamente pela inclinação do assento.

O capítulo 6 analisou os efeitos do raio de arredondamento do assento na saída do orifício de passagem sobre as áreas efetivas de escoamento e de força, perda de carga, e força, para uma palheta circular paralela e fixa. Em cada situação investigada foram apresentados resultados numéricos da distribuição de pressão adimensional sobre a palheta, linhas de corrente e campos de pressão. Os estudos numéricos foram realizados com raios de arredondamento entre 5 e 9

mm, afastamentos adimensionais de 0,012 e 0,020 e números de Reynolds entre 1000 e 2500. Concluiu-se para estas condições que:

- (i) A presença do raio de arredondamento na saída do orifício de passagem proporcionou um aumento nas áreas efetivas, em especial na área efetiva de força onde a influência foi maior. A perda de carga foi influenciada significativamente pelo raio de arredondamento do assento na saída do orifício de passagem; mantidos os demais parâmetros inalterados a perda de carga diminuiu com o aumento do raio de arredondamento.
- (ii) O raio de arredondamento na saída do orifício de passagem suavizou os gradientes de pressão na região entre o orifício e a entrada do difusor radial, onde o escoamento muda de direção e atuou no sentido de reduzir a pressão de estagnação. Semelhante aos resultados obtidos na geometria com inclinação do assento, não observou-se a presença de pressões adimensionais negativas.

O capítulo 7 forneceu a solução numérica e a análise de resultados obtidos inclinando simultaneamente a palheta e o assento da válvula. Inclinações entre 5° e 32° foram testadas. Comparações entre os perfis de pressão adimensional para a inclinação no assento e inclinações simultâneas no assento e na palheta foram realizadas. As principais conclusões referente aos resultados do capítulo são:

- (i) Uma característica comum da distribuição de pressão em todas as curvas analisadas foi a região de pressão constante ( $r/d \leq 0,5$ ). Esta região corresponde à área da palheta que recebeu frontalmente o impacto do fluido, em decorrência do pequeno afastamento entre palheta e assento. À medida que o afastamento aumentou a pressão na região de estagnação diminuiu. Após a região de estagnação observou-se uma pequena queda da pressão próxima à entrada do difusor.
- (ii) Uma segunda região de estagnação apareceu devido a inclinação do assento e em seguida houve uma queda de pressão mais acentuada decorrente da mudança de direção do fluxo.
- (iii) A distribuição de pressão adimensional sobre a palheta na região que recebe frontalmente o impacto do escoamento foi menor para a inclinação simultânea do assento e da palheta do que apenas para a inclinação do assento. Este comportamento aconteceu devido o escoamento se defrontar com a inclinação da palheta, que obstruiu um pouco esta região fazendo com que o fluido sofresse uma

aceleração e conseqüente queda de pressão. Para o afastamento adimensional de 0,020 pouca diferença entre os perfis de pressão na palheta foi notada.

- (iv) O aumento do número de Reynolds alterou os valores das linhas de corrente. Contudo, o padrão destas linhas não foi modificado, isto é, não surgiram por exemplo, recirculações na região em que o escoamento mudou de direção axial para a radial.

No capítulo 8 foram analisados os resultados obtidos utilizando um raio de arredondamento tanto no assento como na palheta da válvula. Comparações com os resultados utilizando apenas o raio de arredondamento no assento, foram feitas. As principais conclusões tiradas foram:

- (i) O comportamento das áreas efetivas de escoamento e de força foi sempre crescente com o aumento do raio de arredondamento do assento e da palheta. Por sua vez, a perda de carga decresceu com o aumento do raio de arredondamento para todos os casos analisados. A força aumentou apenas para os maiores números de Reynolds. Para o afastamento maior a força apresentou um comportamento crescente a partir do número de Reynolds 1500 e para todos os raios de arredondamento utilizados. A força foi influenciada favoravelmente pelo raio de arredondamento simultâneo na palheta e no assento se comparada com o raio de arredondamento apenas no assento.
- (ii) O raio de arredondamento no assento e na palheta fez com que a pressão ficasse maior na região frontal ao orifício de passagem, quando comparada com os valores obtidos apenas para o arredondamento no assento. Logo após esta região a pressão teve um aumento.
- (iii) A perda de carga foi influenciada significativamente pelo raio de arredondamento no assento e na palheta se comparada com o arredondamento no assento. A perda de carga diminuiu para ambos afastamentos analisados. A partir das comparações notou-se que a válvula, com maior afastamento, foi mais influenciada pelo raio de arredondamento no assento e na palheta.
- (iv) As linhas de corrente não foram influenciadas de forma relevante pela mudança do raio de arredondamento. Contudo, a utilização do raio de arredondamento no assento e na palheta não produziram regiões de recirculação no escoamento, o que é favorável ao desempenho da válvula.

- (v) O uso da inclinação ou do raio de arredondamento na palheta pode reduzir o volume morto na região da válvula, contudo apresenta dificuldades de fabricação bem como não pode-se aferir sobre o período de vida útil da válvula e nem sua confiabilidade.

O capítulo 10 analisou o desempenho do método de otimização de Pontos Interiores de Herskovits na obtenção de uma curva polinomial de segundo grau ótima, modelando a região do assento do difusor. Foram feitas análises em oito casos e as principais conclusões são:

- (i) Para a relação de diâmetros 3,0 a mudança no número de Reynolds muda a geometria ótima da válvula;
- (ii) Para o número de Reynolds 1000 a mudança na relação de diâmetros afeta a escolha da geometria ótima;
- (iii) Para o número de Reynolds 1500 a mudança no afastamento adimensional não muda a geometria ótima.
- (iv) A mudança na função objetivo influencia na obtenção da geometria ótima para os casos explorados. Funções objetivos diferentes podem resultar em geometrias otimizadas diferentes.

### 11.3 Contribuições

Algumas das principais contribuições deste trabalho são relacionadas a seguir, e representam importantes contribuições no desenvolvimento dos compressores existentes, ou então podem auxiliar e dirigir o estudo e projeto de novos compressores.

- (i) De um modo geral o presente trabalho contribuiu para o melhor entendimento do comportamento do escoamento em válvulas de compressores quando alguns parâmetros geométricos sofrem modificações.
- (ii) Foi apresentada uma análise numérica com validação experimental do escoamento através de válvulas automáticas quando estas sofrem modificações em sua estrutura, isto é, quando alguns parâmetros geométricos da válvula (palheta, assento e orifício de passagem) são modificados.
- (iii) O código computacional desenvolvido para a resolução do escoamento em difusores radiais, é capaz de acompanhar fronteiras sólidas irregulares. Para o desenvolvimento do código foi necessário estudar a metodologia euleriana-

lagrangeana, ELAFINT, que modela e calcula os fluxos em volumes interfaciais. Nesta metodologia a interface é modelada explicitamente através de marcadores de partículas e o escoamento é resolvido em uma malha fixa.

- (iv) O trabalho forneceu uma comparação do desempenho do Método de Otimização de Pontos de Herskovits em diferentes estudos de caso, buscando uma curva polinomial ótima para a região do assento da válvula.
- (v) Novos resultados foram gerados para o melhor entendimento do escoamento nas válvulas buscando aperfeiçoar a sua geometria. A geometria otimizada buscou uma força resultante máxima, atuando sobre a palheta, e uma perda de carga mínima.

#### 11.4 Limitações

No presente trabalho optou-se pelo uso de uma metodologia euleriana-lagrangeana, ELAFINT, para identificar volumes interfaciais e calcular fluxos nos volumes com formato trapezoidais que surgem na fronteira irregular entre sólido e fluido. O uso desta metodologia requer que a malha, utilizada na discretização do domínio computacional seja quase uniforme, isto é, que os volumes interfaciais tenham um formato "quase" quadrado caso contrário, a infinidade de volumes trapezoidais que surgem na fronteira é exorbitante, tornando impraticável a adoção da metodologia.

Na solução do escoamento a escolha da malha computacional adequada é de suma importância para a confiabilidade dos resultados numéricos. Em específico, no escoamento em difusores radiais surgem gradientes elevados das grandezas físicas junto às paredes sólidas e também na região de entrada do difusor, requerendo uma malha numérica mais refinada. Como neste trabalho era preciso refinar a malha computacional em lugares específicos do domínio de cálculo, e a metodologia ELAFINT impunha restrições quanto ao formato dos volumes trapezoidais, conforme já comentado no parágrafo anterior, adotou-se um refino em ambas as direções da malha na região onde haviam volumes interfaciais. Isto fez com que a malha computacional apresentasse um refino desnecessário em uma das direções.

#### 11.5 Sugestões para Trabalhos Futuros

A metodologia computacional proposta aqui objetiva representar, através de uma série de equações, uma situação real que ocorre durante o funcionamento do compressor. A resolução das



equações envolve uma série de simplificações e suposições. A partir dos resultados obtidos com o programa computacional e das análises realizadas, pode-se enumerar os seguintes tópicos para prosseguimento futuro:

- (i) Explorar com mais afinco os resultados obtidos no presente trabalho.  
Realizar, por exemplo, um maior refino na malha computacional utilizada na obtenção dos resultados no difusor radial. Resolver o escoamento nas cavidades com as bases deformadas para diferentes inclinações, analisando a influência da inclinação, por exemplo, no coeficiente de atrito.
- (ii) Investigar o escoamento em regime turbulento.  
A vasta maioria dos trabalhos de simulação do escoamento em válvulas adota a formulação de regime laminar. Uma sugestão é investigar numericamente e experimentalmente o comportamento do escoamento em regime turbulento, utilizando os mesmos domínios computacionais adotados neste trabalho, analisando detalhadamente diversos modelos de turbulência.
- (iii) Ampliar o código computacional para resolver escoamentos tridimensionais.  
Embora a solução numérica de escoamentos tridimensionais seja uma atividade comum nos dias de hoje, a extensão do código computacional utilizando a metodologia ELAFINT para resolver escoamentos tridimensionais não é trivial e exige vários cuidados. Na metodologia euleriana-lagrangeana a interface é modelada explicitamente como superfícies, no espaço tridimensional, e não mais como linhas no espaço bidimensional.
- (iv) Analisar os efeitos da compressibilidade sobre o escoamento.  
A extensão do presente trabalho para situações que permitem a compressibilidade do fluido é um passo natural para aproximar a presente metodologia de situações reais encontradas em compressores.
- (v) Investigar novas técnicas de otimização e curvas interfaciais.  
Existe na literatura especializada um grande número de métodos de otimização. Neste trabalho optou-se pela utilização dos Métodos de Pontos Interiores de Herskovits pelo fato do problema de otimização apresentar apenas restrições de desigualdades. Contudo, outros métodos podem ser investigados na resolução do problema de otimização, entre eles pode-se citar o *GENeralized quaCAN* (GENCAN) (Birgin *et al.*, 2000; Birgin e Martínez, 2001a, 2001b, 2001c). Este método começou a ser estudado e simulações começaram a ser realizadas durante o desenvolvimento da presente tese. No entanto, devido às limitações de tempo

para o término deste trabalho, restringiu-se aqui apenas a expor os resultados obtidos com o MPIH. Novas curvas interfaciais, modelando a região do assento da válvula, podem ser analisadas, como  $\beta$ -splines, cosenóides e outras.

- (vi) Investigar técnicas para reduzir o tempo computacional das simulações.

Há uma necessidade de reduzir o tempo computacional para que o código seja uma ferramenta mais eficaz. Esta necessidade se faz presente principalmente quando os métodos de otimização são incorporados à resolução do escoamento.

- (vii) Investigar relações de diâmetros menores.

A investigação utilizou relações de diâmetros entre palheta e orifício de passagem,  $D/d$ , maiores do que aquelas comumente adotadas em válvulas de compressores,  $D/d \cong 1,5$ . Portanto, uma análise de relações de diâmetros menores pode ser efetuada, com o intuito de aproximar-se da situação real.

- (viii) Investigar a metodologia ELAFINT para fronteiras móveis.

Em funcionamento, a palheta se desloca dependendo da distribuição de pressão a que a mesma está submetida. Desta forma, um passo natural a ser dado é explorar a presente metodologia em situações que incorporem o movimento da palheta.

## *Referências Bibliográficas*

---

Arian, E. and Ta'asan, S., "Analysis of the Hessian for Aerodynamics Optimization: Inviscid Flow", ICASE Report no. 96-28, 1996.

Arian, E. and Vatsa, V. N., "A Preconditioning Method for Shape Optimization Governed by the Euler Equations", ICASE Report no. 98-14, pp. 1-13, 1998.

Arora, J. S., "Introduction to Optimum Design". McGraw-Hill Book Company, 1989.

Baron, F. J. and Pironneau, O., "Multidisciplinary Optimal Design of a Wing Profile", Proceedings of Structural Optimization 93, Rio de Janeiro, J. Herskovits (ed.), 1993.

Barth, T. and Sethian, J. R., "Numerical Schemes for the Hamilton-Jacobi and Level-set Equations on Triangulated Domains", Journal of Computational Physics, Vol. 145, pp. 1-40, 1998.

Baumal, A. E., McPhee, J. J. and Calamai, P. H., "Application of Genetic Algorithms to the Design Optimization of an Active Vehicle Suspension System", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.163, pp. 87 - 94, 1998.

Belytschko, T., Krongauz, Y., Organ, D., Fleming, M and Krysl, P., "Meshless Methods: An Overview and Recent Developments", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 139, pp. 3 - 47, 1996.

Beux, F. and Dervieux, A., "A Hierarchical Approach for Shape Optimization", INRIA - Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, BP 93, Sophia-Antilopes, France, 1993.

Bijan, M. and Pironneau, O., "New Tools for Optimum Shape Design", CFD Review, Special Issue, 1995.

Birgin, E. G. and Martínez, J. M., "A Box-Constrained Optimization Algorithm with Negative Curvature Directions and Spectral Projected Gradients", Computing [Suppl], Vol. 15, pp. 49-60, 2001a.

Birgin, E. G. and Martínez, J. M., "Large-Scale Active-Set Box-Constrained Optimization Method with Spectral Projected Gradients", submitted, 2001b.

Birgin, E. G., Martínez, J. M. and Raydan, M., "Nonmonotone Spectral Projected Gradient Methods on Convex Sets", SIAM Journal on Optimization, Vol. 10, pp. 1196-1211, 2000.

Birgin, E. G., Martínez, J. M. and Raydan, M., "SPG: Software for Convex-Constrained Optimization", to appear in ACM Transactions on Mathematical Software, 2001c.

Bobaru, F. and Mukherjee, S., "Shape Sensitivity Analysis and Shape Optimization in Planar

Elasticity Using the Element-Free Galerkin Method", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 190, pp. 4319-4337, 2001.

Botella, O. and Peyret, R., "Benchmark Spectral Results on the Lid-Driven Cavity Flow", Computers & Fluids, Vol. 27, no. 4, pp. 421-433, 1998.

Bugeda, G. and Gil, L., "Shape Sensitivity Analysis for Structural Problems with Non-linear Material Behaviour". International Journal Numerical Methods in Engenering, Vol. 46, no. 9, pp. 1385-1404, 1999.

Bugeda, G. and Onate, E., "Optimum Aerodynamic Shape Design for Fluid Flow Problems Including Mesh Adaptivity", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 30, no. 2, pp. 161- 178, 1999.

Bugeda, G. and Onate, E., "Optimum Aerodynamic Shape Design Including Mesh Adaptivity", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 20, no. (8-9), pp. 915-934, 1995.

Burgreen, G. W. and Baysal, O., "Three-dimensional Aerodynamic Shape Optimization using Discrete Sensitivity Analysis", AIAA Journal, Vol. 34, no. 9, 1996.

Çabuk, H. and Modi, V., "Optimum Plane Diffusers in Laminar Flow", Journal of Fluids Mechanics, Vol. 237, pp. 373-393, 1992.

Casanova, D. A. S., "Análise Numérica do Escoamento Turbulento em Válvulas Automáticas de Compressores", Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.

Chat-Uthai, C., Ramirez, J. A. and Freeman, E. M., "An Improved Constrained Quasi-Newton Method for the Solution of Inverse Electromagnetic Problems", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 32, no. 3, pp. 1318-1321, 1996.

Cholaseuk, D., Srinivasan, V. and Modi, V., "Shape Optimization for Fluid Flow Problems Using Bézier Curves and Designed Numerical Experiments", Proceedings of the 1999 ASME Design Engineering Technical Conferences, September, Las Vegas, Nevada, 1999.

Chong E. K. P. and Zak, S. H., "An Introduction to Optimization", John Wiley & Sons, Inc., 1996.

Deschamps, C. J., "Escoamento Laminar através de Válvulas de Compressores", Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1987.

Deschamps, C. J., Comunicação Pessoal, 2001.

Deschamps, C. J., Ferreira, R. T. S. e Prata, A. T., "Aplicação do Modelo k- $\epsilon$  para o Escoamento Turbulento em Válvulas de Compressores", Encontro Nacional de Ciências Térmicas, ABCM, pp. 259-262, 1988.

Deschamps, C. J., Prata, A. T. and Ferreira, R. T. S. "Modeling of Turbulent Flow trough Radial Difusser", Journal Brazilian Society of Mechanical Sciences, Vol. XXII, no. 1, pp. 31-41, 2000.

Deschamps, C. J., Prata, A. T. e Ferreira, R. T., "Análise da Influência do Comprimento do

Orifício de Passagem no Escoamento em Difusores Radiais”, IX Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Florianópolis, SC, pp. 335-338, 1987.

Deschamps, C. J., Prata, A. T. and Ferreira, R. T. S., “Turbulent Flow Through Reed Type Valves of Reciprocating Compressors”, ASME Int. Mech. Eng. Congress and Exhibition, Atlanta, 1996.

Dias, G., Herskovits, J. and Rochinha, F., “Simultaneous Shape Optimization and Nonlinear Analysis of Elastic Solids”, Fourth World Congress on Computational Mechanics (em CD-ROM), Buenos Aires, Argentina. June/July, 1998.

Djuranovi-Milii, N. I., “An Modified Step-Length Algorithm in Nonlinear Programming”, Yugoslav Journal of Operations Research, Vol. 10, no. 2, pp. 257-268, 2000.

Driessen, J. L., “Influência dos Parâmetros Geométricos de Sistemas de Válvulas no Funcionamento de Válvulas Automáticas de Compressores Herméticos”, Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1986.

Fancello, E. A., Haslinger, J. and Feijóo, R. A., “Some Numerical Results in Contact Shape Optimization”, Strutural Optimization 93 – The World Congress on Optimal Design of Structural Systems, Rio de Janeiro, RJ, Vol. 1, pp. 109-116, 1993.

Ferreira R. T. S., Deschamps, C. J. and Prata, A. T., “Pressure Distribution Along Valve Reeds of Hermetic Compressors”, Experimental Thermal and Fluid Sciences, Vol. 2, pp. 201- 207, 1989.

Ferreira, R. T. S. and Driessen, J. L., “Analysis of the Influence of Valve Geometric Parameters on the Effective Flow and Force Areas”, International Compressor Engineering Conference at Purdue, West Lafayette, Indiana, Vol. II, pp. 632-640, 1986.

Ferreira, R. T. S., Prata, A. T. and Deschamps, C. J., “Laminar Fluid Flow in Compressor Valves: Numerical and Experimental Results”, in Fluid Flow and Heat Transfer in Reciprocating Machinery, pp. 33-38, ASME Int. Mech. Eng. Congress and Exhibition, Boston, 1987.

Ferziger, J. H. and Peric, M., “Computational Methods for Fluid Dynamics”, 2<sup>a</sup>. ed., Springer Verlag, 1999.

Filho, J. R., Alippi, C. and Treleaven, P., “Genetic Algorithm Programing Environments”, IEEE Computer Journal, Vol. 27, no. 6, pp. 28-43, 1994.

Fleury, C., Zhang, W. and Duysinx, P., “An Integrated Design Approach to Structural Shape Optimization”, Strutural Optimization 93 – The World Congress on Optimal Design of Structural Systems, Rio de Janeiro, RJ, Vol. 1, pp. 101-108, 1993.

Gashe, J. L., Ferreira, R. T. S. and Prata, A. T., “Pressure Distributions Along Excentric Circular Valve Reeds of Hermetic Compressors”, International Compressor Engineering Conference at Purdue, West Lafayette, Indiana, Vol. IV, pp. 1189-1198, 1992a.

Gashe, J. L., Ferreira, R. T. S. e Prata, A. T., “Escoamento Laminar através de Válvulas Excêntricas de Compressores de Refrigeração”, IV Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Rio

de Janeiro, RJ, pp. 565-568, 1992b.

Ghia, U., Ghia, K. N. and Shin, C. T., "High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multi-Grid Method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 48, pp. 387-411, 1982.

Glowinski, R., Pan, T. S. and Periaux, J., "A Fictitious Domain Method for Dirichlet Problem and Applications", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 111, pp. 283-303, 1994.

Glowinski, R. and Pironneau, O., "On the Numerical Computation of the Minimum-drag Profile in Laminar Flow", *Journal of Fluids Mechanics*, Vol. 72, part 2, pp. 385-389, 1975.

Goldberg, D. E., "Genetic Algorithms in Search Optimization & Machine Learning". Addison-Wesley Publishing Company, 1989.

Goldfeld, P., Duarte, A. and Herskovits, J., "A Limited Memory Interior Points Technique for Nonlinear Optimization", *ECCOMAS 96*, Paris, França, 1996.

Guoqiang, Z., Yuanlu, Z. and Xiang, C., "Optimal Design of High Voltage Bushing Electrode in Transformer with Evolution Strategy", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 35, no. 3, pp. 1690-1693, 1999.

Haftka, R. T. and Malkus, D. S., "Calculation of Sensitivity Derivatives in Thermal Problems By Finite Difference", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 17, pp. 1811-1821, 1981.

Haftka, R. T., "Second Order Design Derivatives in Structural Analysis", *AIAA Journal*, Vol. 20, pp. 1765-1766, 1982.

Hayase, T., Humphrey, C. and Greif, R., "A Consistent Formulated QUICK Scheme for Fast and Stable Convergence Using Finite-Volume Iterative Calculation Procedures", *Journal of Computational Physics*, Vol. 98, pp. 108-118, 1992.

He, X., Fuentes, C., Shyy, W., Lian, Y. and Carroll, B., "Computation of Transitional Flows around an Airfoil with a Movable Flap", *AIAA Fluids 2000 and Exhibit*, paper no. AIAA-2000-2240, June 19-22, Denver, Colorado, 2000.

Herskovits, J. and Coelho, C. A. B., "An Interior Point Algorithm for Structural Optimization Problems", in *Computer Aided Optimum Design of Structures: Recent Advances*, C. A. Brevia and S. Hernandez (eds.), Computational Mechanics Publications, Springer-Verlag, June 1989.

Herskovits, J. and Santos, G., "Feasible Arc Interior Point Algorithms for Nonlinear Optimization", *ISMP97 – International Symposium on Mathematical Programming*, Lausanne, Suíça, 1997a.

Herskovits, J. and Santos, G., "On the Computer Implementation of Feasible Direction Interior Point Algorithms for Nonlinear Optimization", *Structural Optimization Journal*, Vol. 15, no. 2-3, pp. 165-173, 1997b.

Herskovits, J., "A View on Nonlinear Optimization", pp. 71-116, capítulo do livro *Advances in*

Structural Optimization, J. Herskovits (ed.), KLUWER Academic Publishers, Holanda, Junho, 1995.

Herskovits, J., "An Interior Point Technique for Nonlinear Optimization", Research Report nº 1808, INRIA - Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, BP 105, 78153 Le Chesnay CEDEX, France, 1992.

Herskovits, J., Dias, G. P. and Soares, C. M. M., "A Full Stress Technique for Structural Shape Optimization", Applied Mathematics and Computer Science Journal on Shape Optimization and Scientific Computations, Vol. 6, no. 2, pp. 303-319, Technical University Press, 1996.

Herskovits, J., Leontiev, A., Dias, G. and Santos, G., "An Interior Point Algorithm for Optimal Design of Unilateral Constrained Mechanical Systems". Fourth World Congress on Computational Mechanics (em CD-ROM), Buenos Aires, Argentina, June/July, 1998.

Hilding, D., Torstenfelt, B. and Klarbring, A., "A Computational Methodology for Shape Optimization of Structures in Frictionless Contact", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, no. 190, pp. 4043 - 4060, 2001.

Ishizawa, S., Watanabe, T. and Takahashi, K., "Unsteady Viscous Flow Between Parallel Disks With a Time-Varying Gap Width and a Central Fluid Source", Journal of Fluids Engineering, Vol. 109, pp. 394-402, 1987.

Jameson, A., "Aerodynamic Design via Control Theory", ICASE Report nº 88-64, Journal of Scientific Computing, Vol. 3, 233, 1988.

Jou, W. H., Huffman, W. P., Young, D. P., Melvin, R. G., Bieterman, M. B., Hilmes, C. L. and Johnson, F. T., "Practical Considerations in Aerodynamic Design and Optimization", Proceedings of the 12<sup>th</sup> AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA-95-1730, pp. 950-960, 1995.

Juric, D. and Tryggvason, G., "A Front Tracking Method for Dendritic Solidification", Journal of Computational Physics, Vol. 123, pp. 127-148, 1996.

Jyotsna, R. and Vanka, P., "Multigrid Calculation of Steady, Viscous Flow in a Triangular Cavity", Journal of Computational Physics, Vol. 122, pp. 107-117, 1995.

Langer, C. A., Ferreira, R. T. S. e Prata, A. T., "Escoamento Turbulento através de Válvulas de Compressores", Relatório de Pesquisa, Projeto Embraco, 1993.

Launder, B. E. and Sharma, B. I., "Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc", Letters in Heat and Mass Transfer, Vol. 1, no. 2, pp. 131-138, 1974.

Liszka, T. J., Duarte, C. A. M. and Tworzydło, W. W., "Hp-meshless Cloud Method", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 139, pp. 263-288, 1996.

Loewen, P. D., "Adaptations of Newton's Method", UBC Math 604, Lecture Notes, 2001. Disponível em: <<http://www.math.ubc.ca/~loew/m604/web-ho/quasinew.pdf>>.

Lopes, M. N., "Uma Metodologia Numérica para a Análise do Comportamento Dinâmico de

Válvulas Tipo Palheta em Escoamentos Periódicos”. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1996

Luenberger, D. G., “Linear and Nonlinear Programming”, 2<sup>a</sup>. ed., Addison-Wesley Publishing Company, 1984.

Madsen, J. I., “Design Optimization of Internal Flow Devices”, Ph. D Thesis, Institute of Energy Technology and Institute of Mechanical Engineering, Aalborg University, 1998.

Madsen, J. I., Shyy, W. and Haftka, R. T., “Response Surface Techniques for Diffuser Shape Optimization”, AIAA Journal, Vol. 38, no. 9, pp. 1512-1518, 2000.

Mahfoud, S. W., “Boltzman Selection”, Handbook of Evolutionary Computation, Bäck, T., Fogel, D. B. and Michalewicz, Z. (eds.), Institute of Physics Publishing and Oxford University Press, pp. C2.5:1-C2.5:4, 1997.

Majumdar, S., “Role of Underrelaxation in Momentum Interpolation for Calculation of Flow with Nonstaggered Grids, Numerical Heat Transfer, Vol. 13, pp. 125-132, 1988.

Makinen R. A. E., Periaux, J. and Toivanen, J., “Multidisciplinary Shape Optimization in Aerodynamics and Electromagnetics using Genetic Algorithms”, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 30, no. 2, pp. 149-159, 1999

Maliska, C. R., “Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional”, Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, 1995.

Marchi, C. H., Maliska, C. R. and Bortoli, A. L., “The Use of Co-located Variables in the Solution of Supersonic Flows”, X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro, Vol. 1, pp. 157-160, 1989.

Marcondes, F., “Solução Numérica Usando Métodos Adaptativos-Implicitos e Malhas de Voronoi de Problemas de Reservatório de Petróleo”, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1996.

Mariani, V. C. e Prata, A. T., “Análise Numérica do Escoamento em Cavidades Irregulares”, XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 26-30 de novembro, Uberlândia, Minas Gerais, 2001.

Mariani, V. C., “Resolução de Sistemas Lineares Gerados na Discretização das Equações de Navier-Stokes em Malhas de Voronoi”. Dissertação de Mestrado, Ciência da Computação, Universidade Federal de Santa Catarina, 1997.

Martinez. J. M. e Santos, S. A., “Métodos Computacionais de Otimização”, XIX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, Goiânia, Goiás, 1996.

Matos, F. F. S., “Análise Numérica do Comportamento Dinâmico de Válvulas Tipo Palheta em Compressores Alternativos”, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

Migeon, C., Texier, A. and Pineau, G., “Effects of Lid-Driven Cavity Shape on the Flow Establishment Phase”, Journal of Fluids and Structures, Vol. 14, pp. 469-488, 2000.



- Mohammed, O. A., Üler, F. G., Russenschuck, S. and Kasper, M., "Design Optimization of a Superferric Octupole Using Various Evolutionary and Deterministic Techniques", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 33, no. 2, pp. 1816-1821, 1997.
- Nash, J. C., "Compact Numerical Methods for Computers Linear Algebra and Friction Minimization". Adam Hilger, 2<sup>a</sup>. ed., 1990.
- Nelder, J. A. and Mead, R., "A Simplex Method for Function Minimization", Computer Journal, Vol. 7, pp. 308-313, 1965.
- Obayashi, S. and Takanashi, S., "Genetic Optimization of Target Pressure Distributions for Inverse Design Methods", AIAA Journal, Vol. 34, no. 5, may 1996.
- Oh, Y., Chung, T., Kim, M. and Jung, H., "Optimal Design of Electric Machine using Genetic Algorithms Coupled with Diret Method", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, no. 3, pp. 1742-1745, 1999.
- Orozco, C. E. and Ghattas, O. N., "Infeasible Path Optimal Design Methods with Applications to Aerodynamic Shape Optimization", AIAA Journal, Vol. 34, n<sup>o</sup>. 2, pp. 217-224, 1996.
- Osio, I. G. and Amon, C. H., "An Engineering Design Methodology with Multistage Bayesian Surrogates and Optimal Sampling", Research in Engineering Design, Vol. 8, pp. 189-206, 1996.
- Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, 1980.
- Pereira, J. T., Fancello, E. A. e de Barcellos, C. S., "Sobre a Prevenção do Fenômeno de Checkerboard em Otimização de Topologia Estrutural", XXII Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais em Engenharia, 7-9 de novembro, UNICAMP, Campinas, São Paulo, 2001a.
- Pereira, J. T., Fancello, E. A. e de Barcellos, C. S., "Uma Abordagem para o Problema de Otimização Topológica com Restrição sobre as Tensões", XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 26-30 de novembro, Uberlândia, Minas Gerais, 2001b.
- Peric, M., Kessler, R. and Scheuerer, G., "Comparison of Finite-Volume Numerical Methods with Staggered and Colocated Grids", Computers & Fluids, Vol. 16, n<sup>o</sup>. 4, pp. 389-403, 1988.
- Peskin, C. S., "Flow Patterns Around Heart Valves: a Numerical Method", Journal of Computational Physics, Vol. 10, 1972.
- Peskin, C. S., "Numerical-Analysis of Blood-Flow in Heart", Journal of Computational Physics, Vol. 25, no. 3, pp. 220-252, 1977.
- Peters, S., "Bifurcação e Oscilações Auto-Induzidas em Escoamentos de Fluidos em Difusores Radiais". Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1994.
- Pironneau, O., "On Optimum Design in Fluid Mechanics", Journal of Fluids Mechanics, Vol. 64 part. 1, pp. 97-110, 1974.
- Poloni, C., Giurgevich, A., Onesti, L. and Pediroda, V., "Hybridization of a Multi-Objective

Genetic Algorithm, a Neural Network and a Classical Optimizier for a Complex Design Problem in Fluid Dynamics", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, no. 186, pp. 403 - 420, 2000.

Possamai, F. C., "Escoamento Laminar através de Válvulas Inclínadas de Compressores de Refrigeração", *Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina*, 1994.

Possamai, F. C., Ferreira, R. T. S. and Prata, A. T., "Pressure Distribution in Laminar Radial Flow Trough Inclined Valve Reeds", *Heat Pump and Refrigeration Systems Design, Analysis and Applications*, Vol. 34, pp. 107-119, ASME Int. Mech. Eng. Congress and Exhibition, 1995.

Possamai, F. C., Ferreira, R. T. S. and Prata, A. T., "Pressure Distribution in Laminar Radial Flow through Inclined Disks", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 22, pp. 440-449, 2001.

Prata, A. T. and Sparrow, E. M., "Forced Convection Evaporation from a Cavity Containing a Liquid whose Surface is Curved by Capilarity Computations in Interlocking Retangular and Cylindrical Domains", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 8, pp. 667-688, 1985.

Puff, R., Prata, A. T. e Ferreira, T. S., "Áreas Efetivas de Força e de Escoamento para Diferentes Geometrias de Válvulas de Compressores com Escoamento Laminar", *IV Encontro Nacional de Ciências Térmicas, ABCM, Rio de Janeiro*, pp. 537-540, 1992.

Quirk, J. J., "A Cartesian Grid Approach with Hierarchical Refinement for Compressible Flows", *ICASE Report*, nº. 94-51, NASA Langley Research Center, Hampton, 1994.

Rao, S., "Engineering Optimization Theory and Praticce". John Wiley & Sons Inc., 3ª. ed., 1996.

Raynal, L. and Harter, I., "Studies of Gas-Liquid Flow through Reactors Internals Using VOF Simultaions", *Chemical Engineering Science*, Vol. 56, pp. 6385-6391, 2001.

Renders, J-M. and Flasse, S., "Hybrid Methods using Genetic Algorithms for Global Optimization", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, Vol. 26, no. 2, pp. 243-257, 1996.

Richards, R. A., "Zeroth-Order Shape Optimization Utilizing a Learning Classifier Systems", 1995. Diponível em: <<http://www.stanford.edu/~buc/SPHINcsX/book.html>>.

Roache, P. J., "A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies", *Quantification of Uncertainty in Computational Fluid Dynamics*, Vol. 158, pp. 109-120, 1993.

Schramm, U. and Pilkey, W. D., "Parameterization of Structural Shape using Computer Aided Geometric Design Elements", *Strutural Optimization 93 – The World Congress on Optimal Design of Structural Systems*, Rio de Janeiro, RJ, Vol. 1, pp. 75-82, 1993.

Schwerzler, D. D. and Hamilton, J. F., "An Analitical for Determining Effective Flow and Force Areas for Refrigeration Compressor Valving Systems", *International Compressor Engineering Conference at Purdue*, West Lafayette, Indiana, Vol. I, pp. 30-36, 1972.

Sharatchandra, M. C., Sen, M. and Gad-el-Hak, M., "New Approach to Constrained Shape Optimization using Genetic Algorithms", *AIAA Journal*, Vol. 36, no. 1, pp. 51-61, 1998.

- Shyy, W., Francois, M., Udaykumar, H. S., N'dri, N. and Tran-Son-Tay, R., "Moving Boundaries in Micro-Scale Biofluid Dynamics", aceito para publicação em *Applied Mechanics Reviews*, pp. 1-134, 2001.
- Shyy, W., Kan, H-C., Udaykumar, H. S. and Tran-Son-Tay, R., "Interaction Between Fluid Flows and Flexible Structures", *Fluid Dynamics at Interfaces*, Wei Shyy and Ranga Narayanan (eds.), 1999.
- Shyy, W., Udaykumar, H. S. and Liang, S. J., "An Interface Tracking Method Applied to Morphological Evolution During Phase Change", *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 36, no. 7, pp. 1833-1844, 1993.
- Shyy, W., Udaykumar, H. S., Rao, M. M. and Smith, R. W., "Computational Fluid Dynamics with Moving Boundaries", Taylor & Francis, Bristol, PA, 1996.
- Silva, A. F. C., "Um Procedimento em Volumes Finitos para a Solução de Escoamentos de Qualquer Velocidade". Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1991.
- Silva, C. A. de C., "Otimização Estrutural e Análise de Sensibilidade Orientada por Objetos", Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, 1997.
- Sirinivas, M. and Patnaik, L. M., "Genetics Algorithms: a Survey", *IEEE Computer*, Vol. 27, no. 6, pp. 17-26, 1994.
- Stewart, D. L., "Numerical Methods for Accurate Computation of Design Sensitivities", Dissertation, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998.
- Sun, R-L., "Evolving Population-Based Search Algorithms through Thermodynamic Operation: Dynamic System Design and Integration", Engineering Research Center Program, University of Maryland. Thesis Report Ph.D, 1995.
- Tanomaru, J., "Motivação, Fundamentos e Aplicações de Algoritmos Genéticos", II Congresso Brasileiro de Redes Neurais, Curitiba, Paraná, pp. 373-403, 1995.
- Udaykumar, H. S. and Shyy, W., "A Grid-Supported Marker Particle Scheme for Interface Tracking", *Numerical Heat Transfer, Part B*, no. 27, pp. 127-153, 1995a.
- Udaykumar, H. S. and Shyy, W., "Simulation of Interfacial Instabilities during Solidification- I. Conduction and Capillarity Effects", *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 38, no. 11, pp. 2057-2073, 1995b.
- Udaykumar, H. S., Kan, H-C., Shyy, W. and Tay-Son-Tran, R., "Multiphase Dynamics in Arbitrary Geometries on Fixed Cartesian Grids", *Journal of Computational Physics*, Vol. 137, pp. 366-405, 1997.
- Udaykumar, H. S., Mittal, R. and Shyy, W., "Computation of Solid-Liquid Phase Fronts in the Sharp Interface Limit on Fixed Grids", *Journal of Computational Physics*, Vol.153, no. 2, pp. 535-574, 1999.

Udaykumar, H. S., Shyy, W. and Rao, M. M., "ELAFINT: A Mixed Eulerian-Lagrangian Method for Fluid Flows with Complex and Moving Boundaries", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 22, pp. 691-712, 1996.

Unverdi, S. O. and Tryggvason, G., "A Front Tracking Method for Viscous, Incompressible, Multi-Fluid Flows", *Journal of Computational Physics*, Vol. 100, pp. 25-37, 1992.

Ussyk, M. S., "Simulação Numérica do Desempenho de Compressores Herméticos Alternativos", *Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina*, 1984.

Vasconcellos, J. F. Vieira de, "Um Método de Volumes Finitos Usando Malhas Não-Estruturadas para o Estudo de Escoamentos com Frentes Livres", *Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina*, 1999.

Vasconcelos, J. A., Saldanha, R. R., Krähenbühl, L. and Nicolas, A., "Genetic Algorithm Coupled with a Deterministic Method for Optimization in Electromagnetics", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 33, no. 2, pp. 1860-1863, 1997.

Venter, G., Haftka, R. T. and Starnes Jr., J. H., "Construction of Response Surface Approximations for Design Optimization", *AIAA Journal*, Vol. 36, no. 12, 1998.

Versteeg H. K. and Malalasekera, W., "An Introduction to Computational Fluid Dynamics", *Longman Scientific & Technical*, 1995.

Wilcox, D. C. and Alber, I. E., "A Turbulence Model for High Speed Flowx", *Proc. 1972 Heat Transfer & Fluid Mechanics Institute, Stanford University Press*, pp. 231-252, 1972.

Wright, M. H., "Direct Search Methods: Once Scorned, Now Respectable", *Proceedings of the 1995 Dundee Conference in Numerical Analysis*, D. F. Griffiths and G. A. Watson (eds.), Addison Wesley Longman, pp. 191-208, 1995.

Yakhot, V. and Orzag, S. A., "Renormalization Group Analysis of Turbulence Basic Teory", *Journal* 1986.

Ye, T., Mittal R., Udaykumar, H. S. and Shyy, W., "An Accurate Cartesian Grid Method for Viscous Incompressible Flows with Complex Immersed Boundaries", *Journal of Computational Physics*, Vol. 156, pp. 209-240, 1999b.

Ye, T., Mittal, R., Udaykumar, H. S. and Shyy, W., "A Cartesian Grid Method for Viscous Incompressible Flows with Complex Immersed Boundaries", *AIAA 14th Computational Fluid Dynamics Conference*, Paper no. 99-3312, 1999a.

Yen, J., Liao, J. C., Lee, B. and Randolph, D., "A Hybrid Approach to Modeling Metabolic Systems using a Genetic Algorithm and Simplex Method", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 28, no. 2, pp. 173-191, 1998.

Yokose, Y., Cingoski, V., Kaneda, K. and Yamashita, H., "Shape Optimization of Magnetic Devices using Genetic Algoritms with Dynamically Adjustable Parameters", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 35, no. 3, pp. 1686-1689, 1999.

Zaid, K., Abbés, B., Teodosiu, C., "Finite Element Simulation of Mold Filling using Marker Particles and the k- $\epsilon$  Model of Turbulence", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 134, pp. 241-247, 1996.

Zumwalt, K. W. and El-Sayed, M. E. M., "Structural Shape Optimization using Cubic  $\beta$ -Splines", *Strutural Optimization 93 – The World Congress on Optimal Design of Structural Systems*, Rio de Janeiro, RJ, Vol. 1, pp. 83-90, 1993.

### **Discretização das Equações Governantes pelo Método dos Volumes Finitos**

#### **A.1 Introdução**

No método dos volumes finitos o domínio de solução é dividido em pequenos volumes de controle onde as equações diferenciais são integradas. No interior dos volumes considera-se que todas as propriedades são constantes, permitindo a integração das equações diferenciais e obtendo um conjunto de equações algébricas que, quando resolvidas, fornecem a solução desejada. Se as equações resolvidas são as de Navier-Stokes obtém-se os campos de velocidade e de pressão.

No cálculo das variáveis do escoamento, há a necessidade da avaliação dos fluxos convectivos que passam através das faces dos volumes de controle. Esta avaliação é feita por meio dos esquemas convectivos de interpolação. Vários esquemas têm sido propostos e podem ser encontrados na literatura específica. Neste trabalho dois esquemas foram testados, Lei de Potência e QUICK consistente. Os coeficientes das equações algébricas são diferentes para cada um dos esquemas convectivos utilizados e são apresentados no presente apêndice.

Nos domínios computacionais utilizados no presente trabalho aparecem volumes cheios e volumes interfaciais, devido ao emprego de malha cartesiana em domínios com fronteiras irregulares. A discretização para os dois tipos de volumes é apresentada neste apêndice.

#### **A.2 Discretização nos Volumes Cheios**

As equações que regem o escoamento no difusor radial são as equações da quantidade de movimento linear na direção axial,  $x$ , quantidade de movimento linear na direção radial,  $r$ , e equação da continuidade, conforme apresentado no capítulo 2. Estas equações, que governam o escoamento do fluido são integradas nos volumes elementares que subdividem o domínio computacional. Tal procedimento, fundamentado no Método dos Volumes Finitos, resulta em um conjunto de equações algébricas que, quando resolvido, fornece as variáveis de interesse.

Na figura A.1 observa-se que o armazenamento das variáveis é colocalizado. Esta abordagem será ilustrada no apêndice B, onde justifica-se também o porquê da adoção deste armazenamento no presente trabalho.

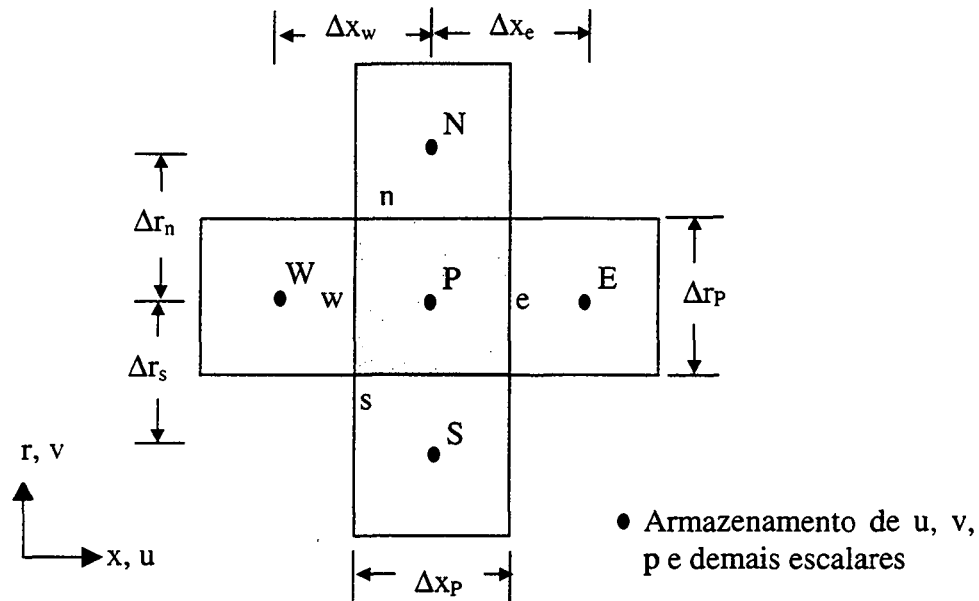


Figura A.1 - Volume de controle cheio, típico, no domínio x, r.

Integrando cada termo da equação para a variável genérica  $\phi$ , no volume de controle ilustrado na figura A.1, tem-se

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} dx dr + \int_w^e \int_s^n \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v \phi)}{\partial r} r dr dx = \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dr + \int_w^e \int_s^n \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) dr dx + \int_V S^\phi dV \quad (A.1)$$

obtem-se a equação algébrica para o volume de controle elementar P, indicada na figura A.1. Os termos convectivos localizados a esquerda da equação anterior, quando discretizados resultam em

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} dx dr + \int_w^e \int_s^n \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v \phi)}{\partial r} r dr dx = [(\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w] r_p \Delta r_p + [(\rho r v \phi)_n - (\rho r v \phi)_s] \Delta x_p \quad (A.2)$$

A integração dos termos difusivos, localizados a direita da equação (A.1) resulta em

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx r dr + \int_w^e \int_s^n \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \Gamma^\phi r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) r dr dx = \left[ \left( \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left( \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] r_p \Delta r_p + \left[ \left( \Gamma^\phi r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_n - \left( \Gamma^\phi r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_s \right] \Delta x_p \quad (A.3)$$

Discretizando o termo fonte surge a equação

$$\int_V S^\phi dV = \bar{S}^\phi. \quad (A.4)$$

Substituindo as equações (A.2), (A.3), (A.4) na equação (A.1) tem-se a expressão

$$[(\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w] r_p \Delta r_p + [(\rho v r \phi)_n - (\rho v r \phi)_s] \Delta x_p = \left[ \left( \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left( \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] r_p \Delta r_p + \left[ \left( \Gamma^\phi r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_n - \left( \Gamma^\phi r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_s \right] \Delta x_p + \bar{S}^\phi \quad (A.5)$$

A equação (A.5) pode ser organizada de uma forma mais compacta, definindo dois novos símbolos, F e D, descritos na tabela A.1. Os F's representam os fluxos convectivos através das faces do volume de controle, os D's representam os fluxos difusivos através das faces, e os índices, e, w, n e s indicam as faces do volume de controle.

Tabela A.1 – Fluxos convectivos e difusivos.

Faces	e	w	n	S
Fluxos				
F	$(\rho u)_e r_p \Delta r_p$	$(\rho u)_w r_p \Delta r_p$	$(\rho v r)_n \Delta x_p$	$(\rho v r)_s \Delta x_p$
D	$\frac{\Gamma_e^\phi r_p \Delta r_p}{\Delta x_e}$	$\frac{\Gamma_w^\phi r_p \Delta r_p}{\Delta x_w}$	$\frac{r_n \Gamma_n^\phi \Delta x_p}{\Delta r_n}$	$\frac{r_s \Gamma_s^\phi \Delta x_p}{\Delta r_s}$

Na equação (A.5) evidencia-se a necessidade de avaliar a variável  $\phi$  nas faces dos volumes de controle já que o processo de solução baseia-se na obtenção dos valores no centro dos volumes de controle. A maneira com que esses fluxos são avaliados, isto é, a função específica assumida para o cálculo da variável  $\phi$  nas faces, determina a ordem de precisão do esquema empregado. Tal avaliação é realizada através do emprego de métodos de interpolação, que têm um papel chave na metodologia numérica. Isto não é trivial nos problemas que a convecção é dominante e, principalmente, naqueles em que o escoamento é multidimensional.



Neste trabalho descreve-se, primeiramente, a interpolação Lei de Potência e a seguir a interpolação QUICK é descrita.

### A.2.1 Esquema Convectivo Lei de Potência

Com o uso do esquema convectivo Lei de Potência, proposto por Patankar (1980), a solução de um problema unidimensional é mais precisa e os resultados são melhores que os obtidos pelo esquema híbrido (Versteeg e Malalasekera, 1995). Neste esquema a difusão é nula quando Peclet ( $Pe = F/D$ ) excede a 10. O fluxo é avaliado usando uma expressão polinomial. Por exemplo, o fluxo por unidade de área na face oeste do volume de controle é avaliado usando a expressão,

$$q_w = \begin{cases} F_w [\phi_w - \beta_w (\phi_P - \phi_w)] & \text{se } 0 < Pe_w < 10 \\ F_w \phi_w, & \text{se } Pe_w > 10 \end{cases} \quad (A.6)$$

onde

$$\beta_w = (1 - 0,1Pe_w)^5 / Pe_w \quad (A.7)$$

onde  $\phi_w$  e  $\phi_P$  estão no centro do volume de controle. A equação da conservação da massa discretizada é obtida a partir da equação (A.5), fazendo  $\phi = 1$ ,  $\Gamma^\phi = 0$  e  $\bar{S} = 0$ , e é

$$[(\rho u)_e - (\rho u)_w] \Delta r_P + [(\rho v)_n - (\rho v)_s] \Delta x_P = 0. \quad (A.8)$$

Multiplicando a equação da conservação da massa por  $\phi_P$ , subtraindo-a do lado esquerdo da equação (A.5) e realizando as substituições da tabela A.1 e das equações (A.6) e (A.7) nas equações (A.5) e (A.8), obtém-se a equação (A.9), que é a equação algébrica para o volume de controle P,

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + \bar{S}^\phi, \quad (A.9)$$

onde

$$\begin{aligned}
 a_E &= D_e A |Pe_e| + \max(-F_e, 0), \\
 a_W &= D_w A |Pe_w| + \max(F_w, 0), \\
 a_N &= D_n A |Pe_n| + \max(-F_n, 0), \\
 a_S &= D_s A |Pe_s| + \max(F_s, 0), \\
 a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S.
 \end{aligned}
 \tag{A.10}$$

Na equação anterior a função  $\max(a, b)$  retorna o máximo valor entre  $a$  e  $b$ . Para o esquema convectivo Lei de Potência tem-se  $A|Pe| = \max(0, (1-0,1|Pe|)^5)$

### A.2.2 Esquema Convectivo QUICK Consistente

O esquema convectivo QUICK consistente foi proposto por Hayase *et al.* (1992). Nesta seção apresenta-se uma extensão do trabalho de Hayase *et al.* (1992) para uma malha não uniforme, onde  $\phi$  é qualquer variável armazenada no ponto P. É comum a utilização de malhas com grandes diferenças entre espaçamentos vizinhos, e por isso é necessária esta adaptação do esquema proposto por Hayase *et al.* (1992).

O valor de  $\phi_e$ , variável na face leste, e, do volume de controle para o ponto P, será calculado a seguir, para exemplificar a interpolação QUICK em uma das quatro faces do volume de controle. Avaliar-se-á o valor de  $\phi_e$  de duas maneiras, de acordo com o sentido do fluxo convectivo na face leste,  $F_e$ , conforme figura A.2.

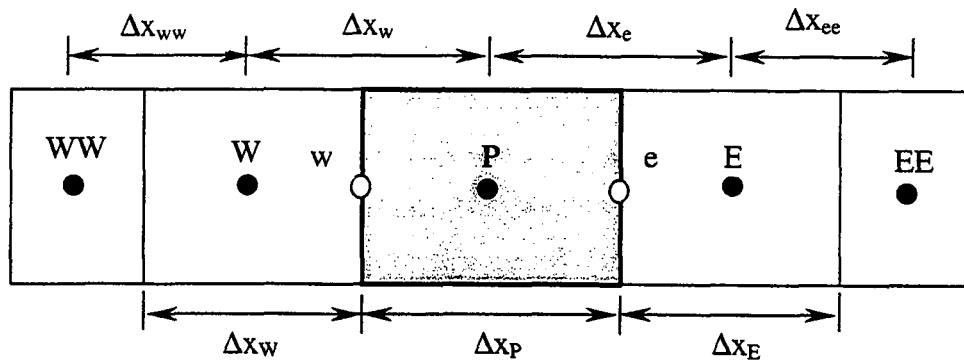


Figura A.2 – Volume de controle para a variável  $\phi_P$ .

Para  $F_e > 0$  denotado por  $F_e^+$  tem-se

$$\phi(x) = \phi_P + Ax^2 + Bx + C. \quad (A.11)$$

Para obter os coeficientes A, B e C do polinômio interpolador em termos da geometria apresentada na figura A.2, colocando a referência no ponto P, resolve-se o seguinte sistema de equações algébricas,

$$\begin{aligned} \phi(x_W) &= \phi_W = \phi_P + A(-\Delta x_W)^2 + B(-\Delta x_W) + C, \\ \phi(x_P) &= \phi(0) = \phi_P = \phi_P + A(0)^2 + B(0) + C, \\ \phi(x_E) &= \phi_E = \phi_P + A(-\Delta x_E)^2 + B(-\Delta x_E) + C. \end{aligned} \quad (A.12)$$

Resolvendo o sistema da equação (A.12) e avaliando  $\phi(x)$  na face leste do volume obtém-se a seguinte expressão,

$$\phi_e^+ = \phi_P + S_e^+, \quad (A.13)$$

onde

$$S_e^+ = (\phi_E - \phi_P) \frac{\Delta x_P (\Delta x_P + 2\Delta x_W)}{4\Delta x_E (\Delta x_W + \Delta x_E)} - (\phi_P - \phi_W) \frac{\Delta x_P (\Delta x_P - 2\Delta x_E)}{4\Delta x_W (\Delta x_W + \Delta x_E)}. \quad (A.14)$$

Para  $F_e < 0$  denotado por  $F_e^-$  tem-se

$$\phi(x) = \phi_E + Ax^2 + Bx + C. \quad (A.15)$$

De forma análoga, para obter os coeficientes A, B e C do polinômio interpolador, colocando a referência no ponto E, resolve-se o seguinte sistema de equações algébricas

$$\begin{aligned} \phi(x_P) &= \phi_P = \phi_E + A(-\Delta x_E)^2 + B(-\Delta x_E) + C, \\ \phi(x_E) &= \phi(0) = \phi_E = \phi_E + A(0)^2 + B(0) + C, \\ \phi(x_{EE}) &= \phi_{EE} = \phi_E + A(-\Delta x_{ee})^2 + B(-\Delta x_{ee}) + C. \end{aligned} \quad (A.16)$$

e avaliando  $\phi(x)$  na face leste do volume obtém-se a expressão

$$\phi_e^- = \phi_E + S_e^-, \quad (\text{A.17})$$

onde

$$S_e^- = (\phi_{EE} - \phi_E) \frac{\Delta x_E (\Delta x_E + 2\Delta x_e)}{4\Delta x_{ee} (\Delta x_e + \Delta x_{ee})} - (\phi_E - \phi_P) \frac{\Delta x_E (\Delta x_E - 2\Delta x_{ee})}{4\Delta x_e (\Delta x_e + \Delta x_{ee})}. \quad (\text{A.18})$$

As equações (A.13) e (A.17) apresentam a expressão para o valor de  $\phi$  na face leste do volume em função do valor de  $\phi$  a montante deste e de uma função que utiliza dois vizinhos nodais a montante e um vizinho nodal a jusante. O valor de  $\phi$  a montante da face em questão é usado na discretização implícita dos termos convectivos, analogamente ao esquema de interpolação Upwind de primeira ordem ( $\phi$  implícito). A função que utiliza os dois vizinhos nodais à face é avaliada explicitamente em termos dos valores da iteração anterior e é incorporada ao termo fonte b de cada equação discretizada. Na interpolação de Hayase *et al.* (1992), separa-se o valor de  $\phi$  interpolado em cada face. Uma parcela de  $\phi_P$  ou  $\phi_E$  é tratada implicitamente como se fosse um esquema Upwind de primeira ordem, e outra parcela, no caso  $S_e^+$  ou  $S_e^-$ , é tratada explicitamente como um termo fonte.

A interpolação de  $\phi$  na face oeste, w, é feita de modo análogo ao apresentado anteriormente para a face leste. Para redução dos cálculos computacionais é importante notar que, adotando-se uma seqüência de cálculo da esquerda para a direita na figura A.2, os valores de  $S_e^+$  e  $S_e^-$  calculados para o volume de controle do ponto P são, respectivamente, iguais aos valores de  $S_w^+$  e  $S_w^-$  para o volume de controle do ponto E. Assim, tem-se as seguintes expressões

$$\begin{aligned} (S_w^+)_E &= (S_e^+)_P, \\ (S_w^-)_E &= (S_e^-)_P, \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

ou

$$\begin{aligned} (S_w^+)_P &= (S_e^+)_w, \\ (S_w^-)_P &= (S_e^-)_w. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Portanto, o cálculo de  $S_w^+$  e  $S_w^-$  não se faz necessário uma vez que podem ser obtidos através dos valores de  $S_e^+$  e  $S_e^-$  do volume vizinho à esquerda, conforme figura A.2.

A seguir apresenta-se um exemplo de discretização bidimensional com interpolação QUICK consistente para a variável genérica  $\phi$ . Através da substituição dos termos da tabela A.1 na equação (A.5), e considerando a aproximação dos termos difusivos por diferenças centrais

$$\begin{aligned}(\partial\phi/\partial x)_e &= (\phi_E - \phi_P)/\Delta x_e, \\(\partial\phi/\partial x)_w &= (\phi_P - \phi_W)/\Delta x_w, \\(\partial\phi/\partial r)_n &= (\phi_N - \phi_P)/\Delta r_n, \\(\partial\phi/\partial r)_s &= (\phi_P - \phi_S)/\Delta r_s,\end{aligned}\tag{A.21}$$

obtem-se a seguinte equação

$$\begin{aligned}F_e\phi_e - F_w\phi_w + F_n\phi_n - F_s\phi_s &= D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) + \\&+ D_n(\phi_N - \phi_P) - D_s(\phi_P - \phi_S) + \bar{S}^\phi.\end{aligned}\tag{A.22}$$

O fluxo convectivo é avaliado conforme o sentido da velocidade nas faces, isto é,

$$\begin{aligned}F_e\phi_e &= \max(0, F_e)\phi_e^+ - \max(0, -F_e)\phi_e^-, \\F_w\phi_w &= \max(0, F_w)\phi_w^+ - \max(0, -F_w)\phi_w^-, \\F_n\phi_n &= \max(0, F_n)\phi_n^+ - \max(0, -F_n)\phi_n^-, \\F_s\phi_s &= \max(0, F_s)\phi_s^+ - \max(0, -F_s)\phi_s^-.\end{aligned}\tag{A.23}$$

Substituindo as expressões correspondentes de cada fluxo convectivo das faces, equação (A.23), na equação (A.22), tem-se,

$$\begin{aligned}&\left\{\max(0, F_e)\phi_e^+ - \max(0, -F_e)\phi_e^-\right\} - \left\{\max(0, F_w)\phi_w^+ - \max(0, -F_w)\phi_w^-\right\} + \\&+ \left\{\max(0, F_n)\phi_n^+ - \max(0, -F_n)\phi_n^-\right\} - \left\{\max(0, F_s)\phi_s^+ - \max(0, -F_s)\phi_s^-\right\} = \\&D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) + D_n(\phi_N - \phi_P) - D_s(\phi_P - \phi_S) + \bar{S}^\phi.\end{aligned}\tag{A.24}$$

Substituindo as equações (A.13) e (A.17) correspondentes a  $\phi_e$ , e as equações análogas correspondentes a  $\phi_w$ ,  $\phi_n$  e  $\phi_s$  na equação (A.24), obtém-se,

$$\begin{aligned}
 & \{ \max(0, F_e) \phi_P - \max(0, -F_e) \phi_E \} - \{ \max(0, F_w) \phi_W - \max(0, -F_w) \phi_P \} + \\
 & + \{ \max(0, F_n) \phi_P - \max(0, -F_n) \phi_N \} - \{ \max(0, F_s) \phi_S - \max(0, -F_s) \phi_P \} = D_e (\phi_E - \phi_P) + \\
 & - D_w (\phi_P - \phi_W) + D_n (\phi_N - \phi_P) - D_s (\phi_P - \phi_S) + \bar{S} - \max(0, F_e) S_e^+ + \max(0, -F_e) S_e^- + \\
 & + \max(0, F_w) S_w^+ - \max(0, -F_w) S_w^- - \max(0, F_n) S_n^+ + \max(0, -F_n) S_n^- + \max(0, F_s) S_s^+ + \\
 & - \max(0, -F_s) S_s^-.
 \end{aligned} \tag{A.25}$$

Organizando os termos da equação (A.25) obtém-se

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b^\phi, \tag{A.26}$$

onde

$$\begin{aligned}
 a_E &= D_e + \max(-F_e, 0), \\
 a_W &= D_w + \max(F_w, 0), \\
 a_N &= D_n + \max(-F_n, 0), \\
 a_S &= D_s + \max(F_s, 0), \\
 a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S, \\
 b^\phi &= \bar{S} - \max(0, F_e) S_e^+ + \max(0, -F_e) S_e^- + \max(0, F_w) S_w^+ - \max(0, -F_w) S_w^- \\
 &\quad - \max(0, F_n) S_n^+ + \max(0, -F_n) S_n^- + \max(0, F_s) S_s^+ - \max(0, -F_s) S_s^-.
 \end{aligned} \tag{A.27}$$

### A.2.3 Avaliação do Gradiente de Pressão nos Volumes Cheios

O termo fonte,  $S^\phi$ , dependendo da equação de transporte em consideração assume formas diferentes conforme indicado na tabela 2.1. Consequentemente, o termo  $\bar{S}^\phi$ , equação (A.27), por exemplo, terá valores diferentes para cada equação de transporte. O termo de pressão é incluído no termo fonte e sua avaliação será detalhada a seguir.

Para a equação da quantidade de movimento na direção x o termo fonte é

$$\bar{S}^u = \int_V -(\partial p / \partial x) dV. \tag{A.28}$$

Do mesmo modo para a equação da quantidade de movimento na direção y o termo fonte é

$$\bar{S}^v = \int_V \left( -\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\mu v}{r^2} \right) dV . \quad (A.29)$$

Considerando o volume cheio apresentado na figura A.1 as equações (A.28) e (A.29) após a discretização assumem o seguinte formato

$$\bar{S}^\phi = \begin{cases} (-p_e r_e + p_w r_w) \Delta r_p, & \text{para } \phi = u, \\ (-p_n r_n + p_s r_s) \Delta x_p - \left( \frac{\mu v}{r^2} \right) \Delta V, & \text{para } \phi = v \end{cases} \quad (A.30)$$

### A.3 Discretização nos Volumes Interfaciais

Os volumes interfaciais, volumes com formato trapezoidal, são discretizados usando a metodologia ELAFINT com algumas modificações introduzidas pela autora do presente trabalho. Na figura A.3 são ilustrados os quatorze volumes interfaciais encontrados no difusor radial com palheta e assento com arredondamento.

Do primeiro ao sétimo volumes interfaciais, o sólido está localizado à direita do fluido; já no oitavo ao décimo quarto volumes interfaciais, o sólido está localizado à esquerda do fluido. O quarto e o décimo primeiro volume são especiais, denominados no presente trabalho de volumes de ligação. O quarto volume faz a ligação dos volumes em que a interface intercepta a face leste com aqueles volumes em que a interface intercepta a face norte; já o décimo primeiro volume faz a ligação dos volumes em que a interface intercepta a face oeste com os volumes em que a interface intercepta a face sul.

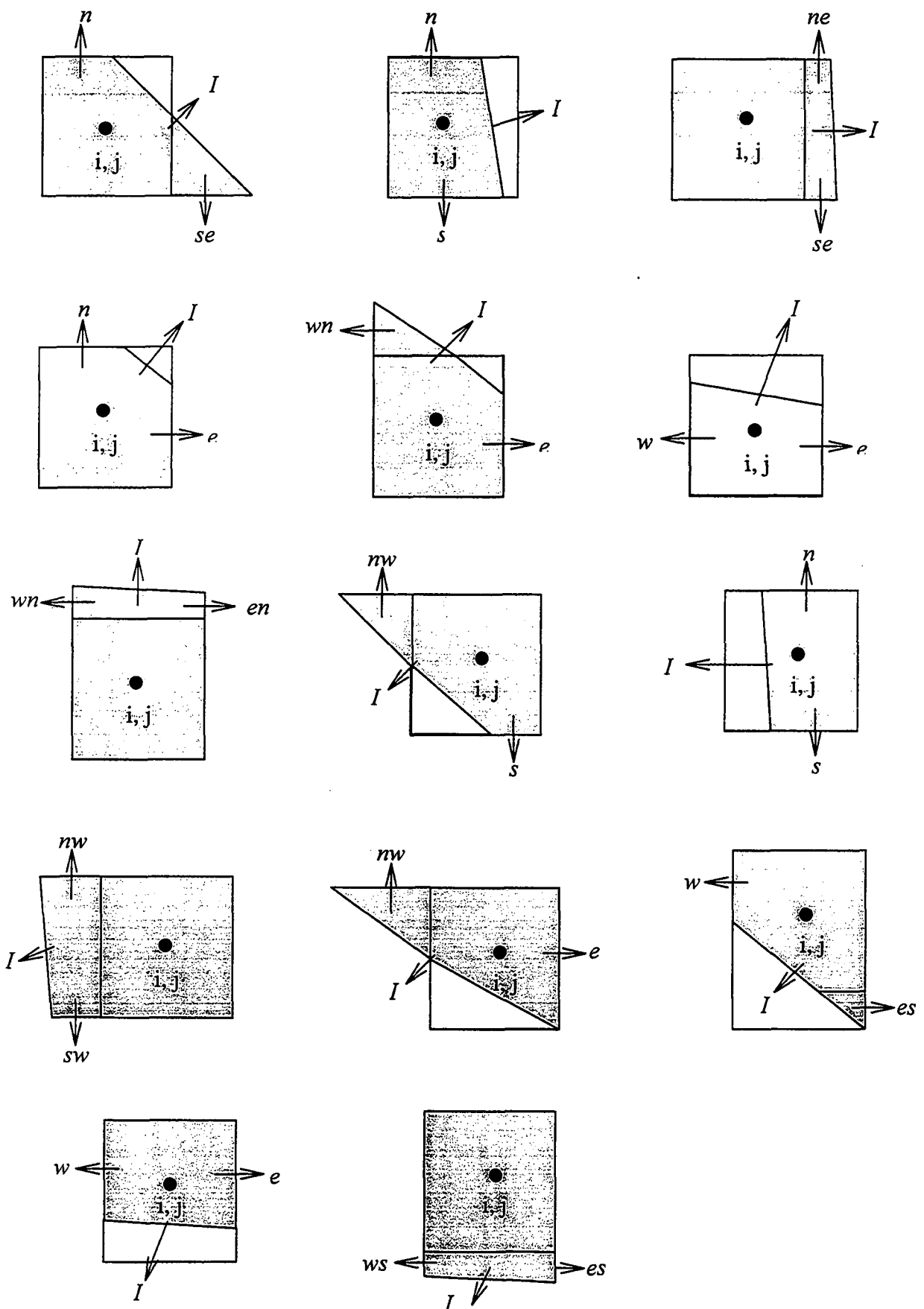


Figura A.3 – Volumes interfaciais empregados na válvula com palheta e assento com arredondamentos, destacando as faces cujos fluxos são obtidos por uma função polinomial bidimensional e quadrática em uma direção.



Na discretização das equações diferenciais para os volumes interfaciais serão empregados três tipos de volumes interfaciais, com o propósito de exemplificar e mostrar como ficam as equações algébricas resultantes da discretização de tais volumes. Outros tipos de volumes podem surgir na interface, o que já foi abordado no capítulo 3 deste trabalho.

### A.3.1 Discretização no Primeiro Volume de Controle Interfacial

No primeiro volume de controle interfacial a interface intercepta as faces norte e sudeste, conforme observado na figura A.4.

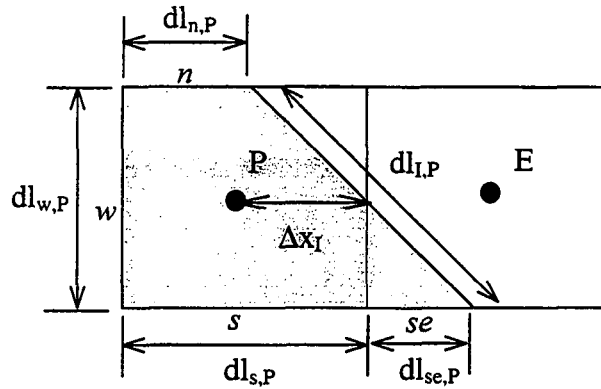


Figura A.4 – Primeiro volume de controle interfacial.

Na figura A.4 os fluxos nas faces oeste, w, e sul, s, são calculados da forma usual, utilizando por exemplo a interpolação Lei de Potência ou QUICK; já as faces norte, n, sudeste, se, e interface, I, como não estão alinhadas com o centro do volume de controle, os fluxos convectivos e difusivos são obtidos por uma função de interpolação de segunda ordem, isto é, uma função polinomial bidimensional e quadrática em uma direção. Esta função é linear em y e quadrática em x,  $\phi = c_1 x^2 y + c_2 x^2 + c_3 xy + c_4 x + c_5 y + c_6$ , onde  $\phi = u, v$  ou  $p$ . A discretização da equação (A.1) fazendo uso do teorema da divergência para o primeiro volume de controle interfacial resulta em

$$\begin{aligned}
 -(\rho u \phi)_w r_P dl_{w,P} + (\rho v \phi)_n dl_{n,P} - (\rho v \phi)_s dl_{s,P} - (\rho v \phi)_{se} dl_{se,P} = & - \left( \mu \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w r_w dl_{w,P} + \\
 & + \left( r \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_n dl_{n,P} - \left( r \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_s dl_{s,P} - \left( r \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{se} dl_{se,P} + \left( \mu \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_I r_P dl_{I,P} + \bar{S}^\phi
 \end{aligned} \quad (A.31)$$

O termo convectivo na interface é nulo porque  $u$  e  $v$  são nulos na interface sólida. Subtraindo do lado esquerdo da equação (A.31) a equação da conservação da massa discretizada,

$$-(\rho u r)_w dl_{w,P} + (\rho v)_n dl_{n,P} - (\rho v)_s dl_{s,P} - (\rho v)_{se} dl_{se,P} = 0, \quad (A.32)$$

multiplicando-a por  $\phi_P$ , e organizando os termos obtém-se

$$\begin{aligned} &-(\rho u r)_w (\phi_w - \phi_P) dl_{w,P} + \left( \mu r \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w dl_{w,P} - (\rho v)_s (\phi_s - \phi_P) dl_{s,P} + \left( r \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_s dl_{s,P} = \\ &+ (\rho v)_{se} (\phi_{se} - \phi_P) dl_{se,P} - \left( r \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{se} dl_{se,P} - (\rho v)_n (\phi_n - \phi_P) dl_{n,P} \quad (A.33) \\ &+ \left( r \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_n dl_{n,P} + \left( \mu \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_I r_P dl_{I,P} n_x + \left( \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_I r_P dl_{I,P} n_y + \bar{S}^\phi. \end{aligned}$$

O termo difusivo na direção  $x$  na interface foi avaliado da forma tradicional, utilizando diferença central, e sua influência foi acrescentada ao coeficiente central,  $a_p$ . A discretização deste termo difusivo para o volume da figura A.4 resulta na equação

$$\left( \mu \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_I r_P dl_{I,P} n_x = \mu_I \left( \frac{\phi_I - \phi_P}{\Delta x_I} \right) r_P dl_{I,P} n_x, \quad (A.34)$$

onde  $\Delta x_I$  é a distância da interface até o ponto nodal  $P$ . Como a variável  $\phi_I$  representa as velocidades  $u$  e  $v$  na interface, então  $\phi_I$  é nulo, conforme já comentado anteriormente, deste modo a equação (A.34) fica

$$\left( \mu \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_I r_P dl_{I,P} n_x = - \left( \frac{\mu_I r_P dl_{I,P} n_x}{\Delta x_I} \right) \phi_P. \quad (A.35)$$

Assim, a equação algébrica para o primeiro volume de controle interfacial é semelhante a dos volumes cheios, exceto que o coeficiente vizinho à interface do volume, é nulo. A influência dos termos das faces prolongadas, neste volume a face sudeste,  $se$ , é colocada no termo fonte da equação algébrica, conforme segue

$$\begin{aligned}
 a_E &= 0, \\
 a_W &= D_w + \max(F_w, 0), \\
 a_N &= D_n + \max(-F_n, 0), \\
 a_S &= D_s + \max(F_s, 0), \\
 ax_P &= -\frac{\mu_I r_P dl_{I,P} n_x}{\Delta x_I}, \\
 a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S - ax_P, \\
 b^\phi &= \bar{S}^\phi + (r_P v)_{se} (\phi_{se} - \phi_P) dl_{se,P} - \left( r \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{se} dl_{se,P} + \left( \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_I r_P dl_{I,P} n_y.
 \end{aligned} \tag{A.36}$$

A equação algébrica para este volume tem o seguinte formato

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b^\phi. \tag{A.37}$$

Na equação (A.36) utilizou-se o esquema convectivo Lei de Potência. Este esquema é também utilizado em outros tipos de volume interfacial em seções subsequentes.

### A.3.2 Discretização no Décimo Segundo Volume de Controle Interfacial

Na figura A.5 o décimo segundo volume de controle interfacial é ilustrado. Observa-se que a interface intercepta o volume nas faces oeste e leste-sul.

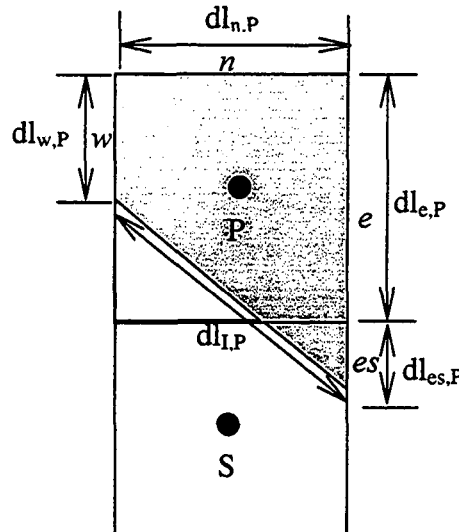


Figura A.5 – Décimo segundo volume de controle interfacial.

Os coeficientes obtidos a partir da discretização deste volume são apresentados na equação (A.40). O coeficiente sul é nulo porque o comprimento  $dl_{s,P}$  é nulo, e surgem termos adicionais no termo fonte da equação algébrica devido aos fluxos na face leste-sul.

Neste volume o termo difusivo na direção  $y$  na interface foi avaliado de forma convencional e sua influência foi acrescentada ao coeficiente central. A discretização do termo difusivo é

$$\left( \mu \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_I r_P dl_{I,P} n_y = \mu_I \left( \frac{\phi_P - \phi_I}{\Delta y_I} \right) r_P dl_{I,P} n_y. \quad (A.38)$$

Como  $\phi_I = 0$ , a equação anterior fica

$$\left( \mu \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_I r_P dl_{I,P} n_y = \left( \frac{\mu_I r_P dl_{I,P} n_y}{\Delta y_I} \right) \phi_P. \quad (A.39)$$

Assim, cada coeficiente da equação algébrica para este volume será

$$\begin{aligned} a_E &= D_e + \max(-F_e, 0), \\ a_W &= D_w + \max(F_w, 0), \\ a_N &= D_n + \max(-F_n, 0), \\ a_S &= 0 \\ a_{yP} &= -\frac{\mu_I r_P dl_{I,P} n_y}{\Delta y_I}, \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S - a_{yP}, \\ b^\phi &= \bar{S}^\phi + \left( \mu \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_I r_P dl_{I,P} n_x + (\rho ur)_{es} (\phi_{es} - \phi_P) dl_{es,P} - \left( \mu r \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{es} dl_{es,P}, \end{aligned} \quad (A.40)$$

e a equação algébrica para este volume tem o seguinte formato,

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + b^\phi \quad (A.41)$$

### A.3.3 Avaliação do Gradiente de Pressão nos Volumes Interfaciais

Dependendo da equação de transporte em consideração, o termo fonte,  $S^\phi$ , assume formas diferentes conforme observado nas equações (A.28) e (A.29). O termo de pressão é

incluído no termo fonte e sua avaliação será detalhada a seguir. Considerando os volumes interfaciais apresentados na figura A.3, as equações (A.28) e (A.29) ficam,

$$\begin{aligned}\bar{S}^u &= - \sum_{k=1}^n p_k (rdl_y)_k \hat{i}, \\ \bar{S}^v &= - \sum_{k=1}^n p_k (rdl_x)_k \hat{j} - \left( \frac{\mu v}{r^2} \right) \Delta V,\end{aligned}\tag{A.42}$$

onde o comprimento  $dl_y$  é ao longo da direção  $y$  ( $dl_{w,P}$ ;  $dl_{e,P}$ ;  $dl_{es,P}$ ;  $dl_{ws,P}$ ;  $dl_{en,P}$ ;  $dl_{wn,P}$ ), e o comprimento  $dl_x$  é ao longo da direção  $x$  ( $dl_{n,P}$ ;  $dl_{s,P}$ ;  $dl_{se,P}$ ;  $dl_{sw,P}$ ;  $dl_{ne,P}$ ;  $dl_{nw,P}$ );  $n$  é o número de faces no volume de controle, onde a pressão será avaliada. A contribuição das pressões para os termos fontes no volume da figura A.4 tem a seguinte forma (Udaykumar *et al.*, 1996)

$$\begin{aligned}\bar{S}^u &= p_w r_w dl_{w,P} + p_I r_P dl_{I,P} n_x, \\ \bar{S}^v &= p_s r_s dl_{s,P} - p_n r_n dl_{n,P} + p_{se} r_{se} dl_{se,P} + p_I r_P dl_{I,P} n_y - \left( \frac{\mu v}{r^2} \right) \Delta V.\end{aligned}\tag{A.43}$$

Já na figura A.5 a contribuição das pressões para os termos fontes será

$$\begin{aligned}\bar{S}^u &= p_w r_w dl_{w,P} - p_e r_e dl_{e,P} - p_{es} r_{es} dl_{es,P} + p_I r_P dl_{I,P} n_x, \\ \bar{S}^v &= -p_n r_n dl_{n,P} + p_I r_P dl_{I,P} n_y - \left( \frac{\mu v}{r^2} \right) \Delta V.\end{aligned}\tag{A.44}$$

Nas equações (A.43) e (A.44) observa-se novamente a presença das componentes do vetor normal unitário na interface,  $n_x$  e  $n_y$ , na direção  $x$  e  $y$ , respectivamente. Estipulou-se no presente trabalho que as componentes do vetor normal na interface entre sólido e fluido apontam para dentro do fluido, conforme figura A.6. Assim na figura A.4  $n_x$  e  $n_y$  possuem sinal negativo e na figura A.5 possuem sinal positivo.

Na figura A.3 o primeiro até o sétimo volume de controle interfacial requer um sinal negativo em frente aos termos de pressão na interface,  $p_i$ ; como os vetores normais na direção  $x$  e  $y$  já são negativos, então o termo contendo a pressão na interface é adicionado a equação, semelhante ao que ocorreu na equação (A.43). Nesta mesma figura do oitavo ao décimo quarto volume de controle interfacial os vetores normais são positivos e nestes volumes exige-se um

sinal positivo em frente aos termos de pressão na interface,  $p_i$ ; logo, este termo será adicionado a equação que envolve o gradiente de pressão, como a equação (A.44).

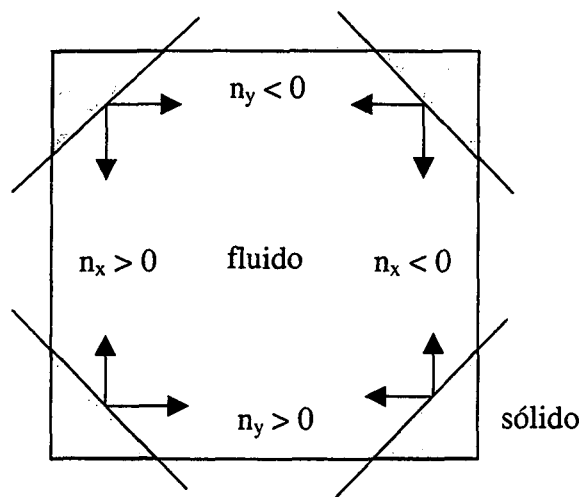


Figura A.6 - Direções dos vetores normais na interface de um volume de controle.

Deste modo, a forma apropriada para a avaliação do gradiente de pressão é usar o sinal positivo em frente ao termo da pressão na interface. O cálculo das componentes do vetor normal já foi demonstrado no capítulo 3 deste trabalho. O valor da pressão na interface é calculado por uma extrapolação linear usando os valores da pressão nos pontos vizinhos (do fluido).

#### A.4 Algoritmo de Solução das Equações Algébricas

A eficiência de todo o modelo está diretamente ligada à rapidez com que se obtém a solução do sistema linear de equações algébricas. Há a necessidade de se resolver este sistema de equações milhares de vezes durante o ciclo iterativo de busca da solução de um problema típico de Mecânica dos Fluidos. É evidente que o ideal é usar códigos computacionais que resolvam estes sistemas lineares o mais rápido possível, usando todos os recursos que o computador pode oferecer, porque soluções lentas limitam o uso de malhas mais refinadas ou em que situações mais complexas são investigadas.

Na solução dos sistemas lineares de equações algébricas, resultantes da discretização das equações de Navier-Stokes, é utilizado o método de Thomas ou *TriDiagonal Matrix Algorithm* (TDMA) descrito na literatura especializada. Este método é direto para problemas unidimensionais, e iterativo para problemas bidimensionais e tridimensionais; realizando uma

varredura linha por linha e/ou coluna por coluna. O algoritmo do método TDMA assim como maiores explicações sobre o método podem ser obtidas em Patankar (1980).

### A.5 Sub-Relaxação das Equações Algébricas

Devido as não linearidades, presente nas equações de conservação, o uso de fatores de sub-relaxação são empregados para evitar a divergência durante o processo iterativo da solução. Existem muitas maneiras de introduzir o fator de relaxação, uma delas é ilustrada a seguir, utilizando-se a equação discretizada para a variável genérica  $\phi$ ,

$$a_P \phi_P = \sum a_{viz} \phi_{viz} + b^\phi, \quad (A.45)$$

ou

$$\phi_P = \frac{\sum a_{viz} \phi_{viz} + b^\phi}{a_P}. \quad (A.46)$$

Logo, subtraindo e adicionando do lado esquerdo da equação (A.46) o valor da variável genérica  $\phi$  na iteração anterior, denotado por  $\phi^*$ , obtém-se

$$\phi_P = \phi_P^* + \left\{ \frac{\sum a_{viz} \phi_{viz} + b^\phi}{a_P} - \phi_P^* \right\}. \quad (A.47)$$

O termo entre chaves na equação (A.47) representa a alteração da variável  $\phi_P$  na corrente iteração. Tal alteração pode ser modificada pela introdução de um fator de relaxação  $\alpha$ , resultando na equação que segue

$$\phi_P = \phi_P^* + \alpha \left\{ \frac{\sum a_{viz} \phi_{viz} + b^\phi}{a_P} - \phi_P^* \right\}. \quad (A.48)$$

Outra forma de escrever a equação (A.48) é

$$\frac{a_p}{\alpha} \phi_p = \sum a_{viz} \phi_{viz} + b^\phi + (1 - \alpha) \frac{a_p}{\alpha} \phi_p^* . \quad (A.49)$$

Na equação (A.49) o fator de relaxação  $\alpha$  pode assumir valores entre 0 e 1, os quais correspondem a sub-relaxação do processo iterativo; valores superiores a 1 correspondem a sobre-relaxação. A escolha dos fatores de relaxação não é uma tarefa simples e depende da experiência que o analista numérico tem do problema que está resolvendo. Os valores para os fatores de sub-relaxação adotados na maior parte das simulações numéricas do presente trabalho foram  $\alpha_u = \alpha_v = 0,1$  para as equações da quantidade de movimento nas direções axial e radial, respectivamente, e  $\alpha_p = 0,2$  para a equação da correção da pressão.

Outro aspecto importante na solução das equações algébricas é a natureza da solução, segregada ou simultânea. Na solução simultânea os sistemas de equações algébricas são resolvidos em uma única matriz, envolvendo todos os coeficientes e resolvendo todas as incógnitas. Com este tipo de solução não existe o problema de acoplamento entre os campos de pressão e velocidades. As não linearidades são resolvidas através da solução iterativa da matriz. Esta alternativa torna-se inviável pela grande dimensão da matriz resultante. Na solução segregada os sistemas de equações algébricas são resolvidos separadamente, utilizando geralmente métodos iterativos devido as não linearidades existente nas equações e pelo fato de tais métodos trabalharem apenas com os elementos não nulos da matriz (Maliska, 1995; Mariani, 1997). Optando-se por esta solução o problema do acoplamento entre os campos de pressão e velocidades adquire destaque, e este aspecto será abordado no apêndice B deste trabalho.



---

### **Acoplamento entre os Campos de Pressão e Velocidade**

#### **B.1 Introdução**

Na solução segregada dos sistemas de equações algébricas, adotado neste trabalho, resolve-se os sistemas lineares separadamente, atualizando os coeficientes. Optando por esta solução o problema do acoplamento entre as variáveis se destaca.

As três equações algébricas, resultantes da discretização no apêndice A são acopladas porque todas as componentes da velocidade aparecem em cada equação do movimento e equação da conservação da massa. A pressão aparece em ambas equações do movimento, mas não existe explicitamente uma equação para a pressão. Esta é a variável mais complexa de se resolvida, surgindo então um dos principais acoplamentos entre os campos de velocidades e pressão.

Neste apêndice apresenta-se o método SIMPLE adotado para tratar o acoplamento entre os campos de pressão e velocidades. Investiga-se a natureza da formulação e o armazenamento das variáveis na malha computacional.

#### **B.2 Formulação Incompressível**

Considerando um escoamento bidimensional onde existem três equações a serem resolvidas: conservação da massa e equação do movimento em cada direção coordenada, as incógnitas das equações são as duas componentes do vetor velocidade, massa específica e pressão. Para resolver este conjunto de equações algébricas é necessário calcular o campo de pressão. Assim, os gradientes de pressão, presente nas equações do movimento, poderão ser avaliados. Para a obtenção do campo de pressão é necessário estudar o tipo de escoamento.

Na formulação compressível a equação da conservação da massa é usada como equação de transporte para a densidade e a equação de energia como equação de transporte para a temperatura. Logo, a pressão é obtida através da massa específica e temperatura, usando a equação de estado  $p = p(\rho, T)$ .

Na formulação incompressível, formulação utilizada no presente trabalho, a massa específica é constante. Como a massa específica é independente da pressão surge um forte

acoplamento entre pressão e velocidade, causando dificuldades para a solução do sistema de equações algébricas. De acordo com Maliska (1995) se a massa específica é dependente da temperatura ou a massa específica é constante, do ponto de vista numérico, o tratamento é o mesmo.

Contudo, não basta isolar a pressão de uma ou outra equação do movimento. Os gradientes nas duas direções devem ser combinados para a determinação da pressão. Neste caso o acoplamento entre pressão e velocidades introduz um desafio. Se o campo de pressão correto é aplicado nas equações do movimento, o campo de velocidades resultante deve satisfazer a equação da conservação da massa. A equação da conservação da massa por sua vez, não serve de equação evolutiva para nenhuma variável já que a massa específica é constante. Parece lógico então que ela seja transformada em uma equação na qual a variável pressão apareça.

### **B.3 Armazenamento das Variáveis Dependentes na Malha Computacional**

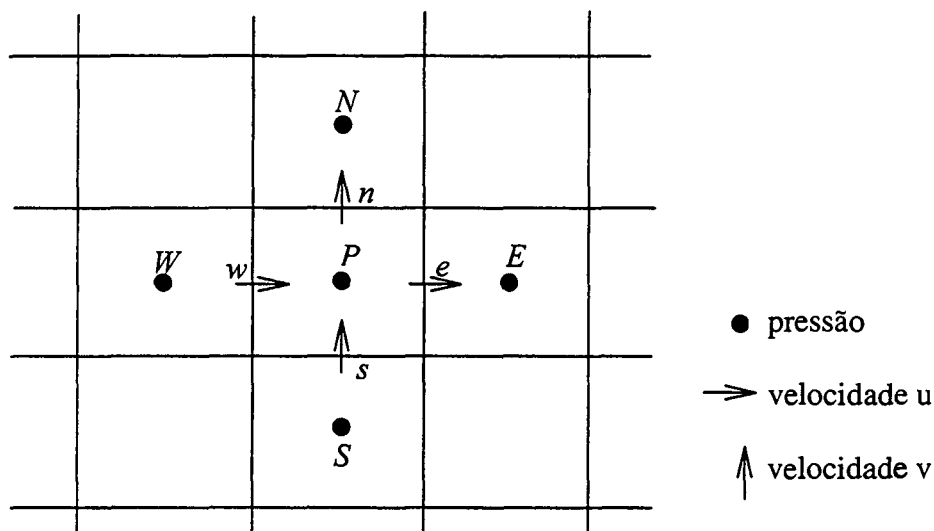
A localização relativa das variáveis na malha computacional é comumente chamado arranjo das variáveis; aqui será adotado o termo armazenamento das variáveis. Muitos armazenamentos são possíveis, mas dois deles são relevantes ao presente trabalho: o armazenamento desencontrado e colocalizado. As vantagens e desvantagens dos diversos armazenamentos das variáveis dependentes em malhas estruturadas são encontradas em vários trabalhos, entre eles cita-se Silva (1991) e Maliska (1995).

No armazenamento desencontrado ilustrado na figura B.1 para uma situação bidimensional, as pressões são armazenadas no centro dos volumes e as velocidades nas faces do mesmo volume; deste modo o gradiente das pressões é a força motriz da velocidade armazenada entre dois pontos de pressão. Outra vantagem deste armazenamento é que as velocidades estão localizadas nas faces do volume, posição adequada para o balanço de massa e não necessitando de interpolação. O armazenamento desencontrado promove a estabilidade necessária para o acoplamento entre pressão e velocidade, mas por outro lado apresenta uma complexidade maior na implementação computacional, devido ao aumento dos índices e ao uso de volumes diferentes para as diversas variáveis.

No armazenamento desencontrado três conjuntos de volumes de controle são necessários, para o problema bidimensional e devem ser armazenados. Da mesma forma toda a estrutura geométrica associada a eles, precisando determinar, separadamente, a fase de cada volume, sólido ou fluido. O uso do armazenamento desencontrado é inviável em conjunto com a modelagem ELAFINT porque existem volumes em que a velocidade estará na região do fluido

enquanto a pressão estará na região sólida do domínio computacional, e vice-versa. Em síntese, o armazenamento colocalizado adotado na modelagem de interfaces economiza esforço computacional e de programação (Udaykumar *et al.*, 1997).

Figura B.1 - Armazenamento desencontrado das variáveis.



O armazenamento colocalizado ilustrado na figura B.2 para uma situação bidimensional tem desejáveis atributos em termos de simplicidade e economia. Neste armazenamento todas as variáveis usam o mesmo volume de controle, tornando mais fácil a manipulação dos índices das variáveis na implementação computacional.

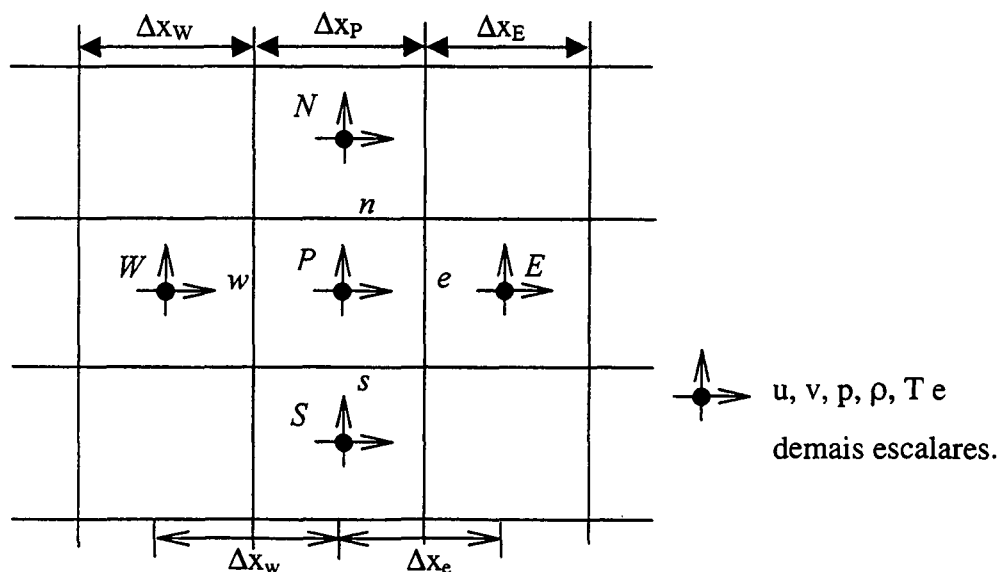


Figura B.2 - Armazenamento colocalizado das variáveis.

Neste trabalho optou-se pelo armazenamento colocalizado das variáveis, pela simplicidade no controle dos índices, pela economia computacional, e pela simplicidade na

identificação da fase do volume, sólido ou fluido. Por exemplo, no presente trabalho, onde utiliza-se volumes cortados pela fronteira surge a necessidade de identificar em que fase estes volumes estão. Quando o armazenamento é desconstruído, deve-se identificar separadamente a fase para cada um dos volumes correspondentes as velocidades na direção axial e radial, e os demais escalares. No armazenamento colocalizado apenas um conjunto de volumes de controle precisa ser identificado. Assim, a adoção deste armazenamento acarreta em uma considerável diminuição do esforço computacional e de programação.

Na determinação do gradiente de pressão foi utilizada uma aproximação linear, na qual a precisão aumenta com o refino da malha computacional. O problema do acoplamento entre os campos de pressão e velocidades foi resolvido pelo método SIMPLE apresentado a seguir.

#### B.4 Método SIMPLE

Na escolha dos métodos de acoplamento entre os campos de pressão e velocidades foram implementados os métodos *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations* (SIMPLE) e o *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations "Corrected"* (SIMPLEC). Os testes não mostraram grandes diferenças entre os métodos, e optou-se então pela adoção do método SIMPLE para as simulações do restante do trabalho.

O método SIMPLE é um método baseado no método de Chorin, e desenvolvido por Patankar e Spalding (1972). Neste método as equações para a correção das velocidades são obtidas a partir das equações da quantidade de movimento. Se um campo  $p^*$ , onde o símbolo  $*$  representa os valores da iteração anterior, é introduzido na equação da quantidade de movimento na direção axial tem-se a equação

$$a_p u_p^* = a_E u_E^* + a_W u_W^* + a_N v_N^* + a_S v_S^* - G[p^*]\Delta V + b^u. \quad (B.3)$$

Introduzindo o campo correto de pressões na mesma equação obtém-se

$$a_p u_p = a_E u_E + a_W u_W + a_N v_N + a_S v_S - G[p]\Delta V + b^u. \quad (B.4)$$

Subtraindo a equação (B.3) da equação (B.4), considerando os coeficientes e termo fonte constantes,  $p' = p - p^*$ , onde  $p'$  é a correção da pressão nos diversos pontos nodais, desprezando as diferenças  $u - u^*$ , e considerando o operador  $G$  como o gradiente de pressão aproximado numericamente, encontra-se a equação de correção da velocidade  $u$  expressa por

$$a_p(u_p - u_p^*) = - \left[ \frac{\Delta p'}{\Delta x} \right] \Delta V, \quad (\text{B.5})$$

ou ainda,

$$u_p = u_p^* - \left[ \frac{\Delta p'}{\Delta x} \right] \left[ \frac{\Delta V}{a_p} \right]. \quad (\text{B.6})$$

O mesmo ocorre para o cálculo da velocidade  $v$ , ou seja,

$$v_p = v_p^* - \left[ \frac{\Delta p'}{\Delta y} \right] \left[ \frac{\Delta V}{a_p} \right]. \quad (\text{B.7})$$

Vale ressaltar que nas equações (B.6) e (B.7) o coeficiente  $a_p$  é diferente para cada uma das equações.

É necessário obter uma equação para determinar  $p'$  tal que, quando  $p'$  for substituído nas equações (B.6) e (B.7) origine as velocidades  $u$  e  $v$  que satisfaçam a equação da conservação da massa. Logo, basta escrever a equação de correção da velocidade para as faces e substituí-las na equação da conservação da massa discretizada, obtendo-se uma equação para a correção da pressão, equação (B.10). No método SIMPLE a equação de correção da velocidade na face leste é dada por

$$u_e = u_e^* - d_e^u (p'_E - p'_P), \quad (\text{B.8})$$

onde o parâmetro  $d_e^u$  é expresso por

$$d_e^u = \left( \frac{r \Delta y}{a_p} \right)_e. \quad (\text{B.9})$$

Logo, a equação algébrica para  $p'$  é expressa por

$$a_p p'_P = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S - \nabla \cdot \vec{V}^*, \quad (\text{B.10})$$

onde

$$\begin{aligned}
a_E &= ((r\Delta y)d^u)_e, \\
a_W &= ((r\Delta y)d^u)_w, \\
a_N &= ((r\Delta x)d^v)_n, \\
a_S &= ((r\Delta x)d^v)_s, \\
a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S, \\
b &= -\nabla \cdot \vec{V}^*.
\end{aligned} \tag{B.11}$$

Na aplicação do método SIMPLE para o armazenamento colocalizado surgem duas questões. A primeira é a necessidade de se avaliar os parâmetros  $d_i^\phi$ , onde o sub-índice  $i$  indica a face do volume de controle, e a variável  $\phi$  representa as velocidades  $u$  ou  $v$  nas faces dos volumes de controle. A segunda é a necessidade de se avaliar as velocidades  $u^*$  e  $v^*$  nas faces do volume de controle para o cálculo do  $\nabla \cdot \vec{V}^*$ , termo fonte da equação da correção da pressão.

A primeira questão é remediada fazendo-se uma interpolação dos valores de  $d_i^\phi$  no centro dos volumes adjacentes, obtendo-se o valor de  $d_i^\phi$  nas faces. A segunda questão é solucionada interpolando as equações da conservação da quantidade de movimento dos volumes adjacentes, obtendo as velocidades nas faces. Diferentes possibilidades de interpolação são encontradas na literatura, podendo citar Peric *et al.* (1988), Majumdar (1988), Langer *et al.* (1993) e Marchi *et al.* (1989). A interpolação de Majumdar (1988) foi empregada e será apresentada através do cálculo da velocidade  $u^*$  na face oeste do volume de controle ilustrado na figura B.2. Para tal utiliza-se as equações da quantidade de movimento na direção axial para os volumes P e W, respectivamente,

$$(a_P)_W u_W^* = \sum (a_{viz} u_{viz}^*)_W - \left( \frac{\Delta p}{\Delta x} \Delta V \right)_W, \tag{B.12}$$

$$(a_P)_P u_P^* = \sum (a_{viz} u_{viz}^*)_P - \left( \frac{\Delta p}{\Delta x} \Delta V \right)_P. \tag{B.13}$$

Dividindo as equações anteriores pelo termo  $a_P$  correspondente obtém-se

$$u_W^* = \frac{\sum (a_{viz} u_{viz}^*)_W}{(a_P)_W} - \left( \frac{\Delta p}{\Delta x} \frac{\Delta V}{a_P} \right)_W, \tag{B.14}$$

$$u_P^* = \frac{\sum (a_{viz} u_{viz}^*)_P}{(a_P)_P} - \left( \frac{\Delta p}{\Delta x} \frac{\Delta V}{a_P} \right)_P. \tag{B.15}$$

Interpolando as velocidades  $u_w^*$  e  $u_p^*$  obtém-se a velocidade na face w,

$$u_w^* = f_x u_p^* + (1 - f_x) u_w^*, \quad (B.16)$$

onde  $f_x$  é o fator de interpolação expresso por,

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{\Delta x_w}{2\Delta x_w}, \\ (1 - f_x) &= \frac{\Delta x_p}{2\Delta x_w}, \end{aligned} \quad (B.17)$$

Substituindo as equações (B.14) e (B.15) na equação (B.16) encontra-se uma equação para o cálculo da velocidade na face oeste

$$u_w^* = f_x \frac{\sum (a_{viz} u_{viz}^*)_w}{(a_p)_w} + (1 - f_x) \frac{\sum (a_{viz} u_{viz}^*)_p}{(a_p)_p} - \left\{ f_x \left( \frac{\Delta V}{a_p} \frac{\Delta p}{\Delta x} \right)_w + (1 - f_x) \left( \frac{\Delta V}{a_p} \frac{\Delta p}{\Delta x} \right)_p \right\}. \quad (B.18)$$

Na equação (B.18) o último termo que aparece entre chaves representa a interpolação linear do termo  $(\Delta V/a_p)(\Delta p/\Delta x)$  na face oeste. Logo, da equação anterior, resulta uma equação para o cálculo da velocidade na face oeste, através da interpolação das equações de transporte da quantidade de movimento dos volumes adjacentes,

$$u_w^* = f_x \frac{\sum (a_{viz} u_{viz}^*)_w}{(a_p)_w} + (1 - f_x) \frac{\sum (a_{viz} u_{viz}^*)_p}{(a_p)_p} - \left( \frac{\Delta V}{a_p} \frac{\Delta p}{\Delta x} \right)_w. \quad (B.19)$$

A aproximação do último termo da equação (B.19) é realizada através das seguintes interpolações,

$$\begin{aligned} \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_w &= r \Delta y \Delta x_w \left\{ \frac{f_x}{(a_p)_p} + \frac{(1 - f_x)}{(a_p)_w} \right\}, \\ \left( \frac{\Delta p}{\Delta x} \right)_w &= \frac{p_p - p_w}{\Delta x_w}, \end{aligned} \quad (B.20)$$

Maiores informações sobre o método SIMPLE podem ser obtidas em Patankar (1980), Maliska (1995) e Versteeg e Malalasekera (1995).

### Equações do Fluxo de Massa Ideal através das Válvulas

Com o objetivo de obter a expressão para o fluxo de massa ideal através das válvulas, algumas simplificações devem ser adotadas (Ussyk, 1984):

- (i) as condições a montante da válvula podem ser consideradas como condições de estagnação, ou seja, as propriedades em qualquer ponto do escoamento são obtidas se o fluido naquele ponto for desacelerado das condições locais tendendo a velocidade nula, seguindo um processo sem atrito e adiabático;
- (ii) o fluxo é unidimensional e isentrópico;
- (iii) as equações de fluxo permanente são utilizadas para o cálculo do valor instantâneo no fluxo transiente;
- (iv) a válvula será considerada em cada instante como um bocal convergente, com uma área na entrada igual a do orifício de passagem, ilustrada na figura C.1.

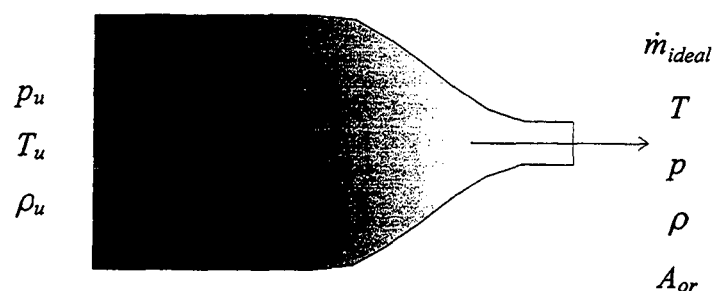


Figura C.1 - Bocal convergente com área na entrada igual a do orifício de passagem.

A dedução da equação do fluxo de massa ideal através do sistema de válvulas será deduzida a seguir baseando-se na figura C.1 e utilizando várias equações que empregam a seguinte nomenclatura:



- $p_u$  - pressão a montante da válvula [Pa];  
 $P$  - pressão a jusante da válvula [Pa];  
 $T_u$  - temperatura a montante da válvula [K];  
 $T$  - temperatura a jusante da válvula [K];  
 $\rho$  - densidade do fluido a jusante da válvula [kg/m<sup>3</sup>];  
 $\rho_u$  - densidade do fluido a montante da válvula [kg/m<sup>3</sup>];  
 $A_{or}$  - área do orifício de passagem [m<sup>2</sup>];  
 $R$  - constante do gás [J/kg.K];  
 $M$  - número de Mach;  
 $V$  - velocidade do fluido [m/s];  
 $h_u$  - entalpia de estagnação [J/kg];  
 $h$  - entalpia a jusante da válvula [J/kg];  
 $r_p$  - razão entre as pressões a montante e a jusante da válvula, para  $M = 1$  no orifício (fluxo crítico),  $r_p = r_c = p/p_u$ ;  
 $c$  - velocidade local do som [m/s];  
 $c_p$  - calor específico a pressão constante;  
 $c_v$  - calor específico a volume constante;  
 $\dot{m}$  - fluxo de massa através do orifício de passagem [kg/s];  
 $k$  - razão entre calores específicos, para o ar  $k = 1,4$ .

A seguir lista-se algumas equações da Termodinâmica necessárias para o estudo e obtenção da equação para o fluxo de massa ideal através das válvulas. Embora muitas substâncias sejam de comportamento complexo, a experiência mostra que para a maioria dos gases de interesse da engenharia em pressão e temperatura moderadas, pode-se usar com precisão a equação de estado do gás ideal e esta equação será utilizada na presente dedução.

Segundo a primeira lei da Termodinâmica tem-se

$$h_u - h = \frac{V^2}{2}. \quad (C.1)$$

Para um gás ideal a entalpia é função apenas da temperatura, isto é,

$$h_u - h = c_p(T_u - T), \quad (C.2)$$

e a diferença entre os calores específicos é a constante  $R$ ,

$$R = c_p - c_v. \quad (\text{C.3})$$

Da equação (C.3) obtém-se  $c_v = c_p - R$ , e a razão entre os calores específicos é definida como

$$k = \frac{c_p}{c_v}, \quad (\text{C.4})$$

$$c_p = kc_v.$$

Substituindo  $c_v$  em  $c_p$  (da equação (C.4)) obtém-se

$$c_p = k(c_p - R), \quad (\text{C.5})$$

e isolando  $c_p$  na equação (C.5) tem-se

$$c_p = \frac{kR}{k-1}. \quad (\text{C.6})$$

Utilizando as equações (C.1) e (C.2) obtém-se a expressão

$$\frac{V^2}{2} = c_p (T_u - T), \quad (\text{C.7})$$

substituindo  $c_p$  (da equação (C.6)) na equação (C.7) obtém-se a equação

$$\frac{V^2}{2} = \frac{kR}{k-1} (T_u - T). \quad (\text{C.8})$$

A partir da equação (C.8) a velocidade é

$$V = \sqrt{\frac{2kR(T_u - T)}{k-1}} \quad (\text{C.9})$$

O número de Mach é expresso por  $M = V/c$ , onde  $c$  é a velocidade do som para um gás ideal ( $c = \sqrt{kRT}$ ) e  $V$  é a velocidade calculado na equação (C.9). Fazendo estas duas substituições o número de Mach é

$$M = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left( \frac{T_u}{T} - 1 \right)}. \quad (C.10)$$

Para um gás ideal pode-se escrever

$$\frac{T_u}{T} = \left( \frac{p_u}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad (C.11)$$

substituindo esta equação na equação (C.10) obtém-se

$$M = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left( \left( \frac{p_u}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)} \quad (C.12)$$

A velocidade  $V$  pode ser reescrita como,  $V = Mc$ , isto é,

$$V = \sqrt{\frac{2kRT}{k-1} \left( \left( \frac{p_u}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)}, \quad (C.13)$$

e o fluxo de massa através do orifício de passagem pode ser representado por

$$\dot{m}_{ideal} = \rho A_{or} V. \quad (C.14)$$

Substituindo a equação (C.13) na equação (C.14) o fluxo de massa é representado por

$$\dot{m}_{ideal} = \rho A_{or} \sqrt{\frac{2kRT}{k-1} \left( \left( \frac{p_u}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)} \quad (C.15)$$

Para um gás ideal submetido a um processo isentrópico tem-se  $p/\rho^k = \text{cte}$  (constante) logo  $p_u/\rho_u^k = \text{cte}$ , assim pode-se igualar ambas expressões obtendo

$$\rho = \left( \frac{p}{p_u} \right)^{1/k} \rho_u \quad (\text{C.16})$$

Substituindo a densidade obtida da equação de estado do gás ideal,  $p_u = \rho_u RT_u$  ou ainda  $\rho_u = p_u / RT_u$  na equação (C.16) tem-se

$$\rho = \left( \frac{p}{p_u} \right)^{1/k} \frac{p_u}{RT_u}. \quad (\text{C.17})$$

Retornando a equação (C.15) e substituindo a equação (C.17) tem-se

$$\dot{m}_{\text{ideal}} = p_u A_{\text{or}} \sqrt{\frac{2kT}{(k-1)RT_u^2} \left( \frac{p}{p_u} \right)^{\frac{2}{k}} \left( \left( \frac{p_u}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)}, \quad (\text{C.18})$$

obtendo T a partir da equação (C.11) como

$$T = T_u \left( \frac{p}{p_u} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad (\text{C.19})$$

e substituindo na equação (C.18) tem-se

$$\dot{m}_{\text{ideal}} = p_u A_{\text{or}} \sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT_u} \left( \left( \frac{p}{p_u} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p}{p_u} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)}. \quad (\text{C.20})$$

A condição para que o fluxo seja subcrítico é que  $V < c$ , ou seja,  $p > p_c$ , onde  $p_c$  é a pressão crítica. Na equação (C.12) fazendo  $M=1$ , para o fluxo crítico, obtém-se

$$\frac{p}{p_u} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (C.21)$$

Para um dado valor de  $k$ , a relação crítica de pressões é constante e o fluxo será sônico para relações de pressão menores que a relação crítica. Nestas condições o fluxo de massa será dado por

$$\dot{m}_{\text{ideal}} = p_u A_{\text{or}} \sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT_u} \left( (r_c)^{\frac{2}{k}} - (r_c)^{\frac{k+1}{k}} \right)}, \quad (C.22)$$

onde  $r_c = r_p = p/p_u$ . A equação (C.22) é geral e pode ser usada tanto para a válvula de sucção como para a válvula de descarga.

A área efetiva de escoamento,  $A_{ee}$ , está diretamente relacionada com a perda de carga na válvula, e fornece, para um dado diferencial de pressão fixo, o fluxo de massa através da válvula, e é obtida por

$$A_{ee} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{\text{ideal}}} A_{\text{or}}, \quad (C.23)$$

onde  $\dot{m}$  é o fluxo de massa através do orifício de passagem, obtido experimentalmente ou numericamente;  $\dot{m}_{\text{ideal}}$  é o fluxo de massa ideal obtido analiticamente na equação (C.22). Deste modo a equação (C.23) fica

$$A_{ee} = \frac{\dot{m}}{p_u \sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT_u} \left( (r_p)^{\frac{2}{k}} - (r_p)^{\frac{k+1}{k}} \right)}}. \quad (C.24)$$